VISIT…

53
П-76

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ ПО ГИДРАВЛИКЕ

Под редакцией А. Д. Альтшуля

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для студентов строительных специальностей высших учебных заведений

39587-2

МОСКВА СТРОЙИЗДАТ 1977

БИБЛИОТЕКА

ИБ № 1034

Адольф Давыдович Альтшуль
Виктор Иванович Калицун
Феликс Григорьевич Майрановский
Петр Петрович Пальгунов

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ ПО ГИДРАВЛИКЕ

Редакция литературы по инженерному оборудованию
Зав. редакцией И. П. Скворцова
Редактор Г. А. Лебедева
Мл. редактор Р. К. Козлова
Внешнее оформление художника И. А. Шляева
Технические редакторы Н. Г. Бочкова, Ю. Л. Цыханкова
Корректоры Л. П. Бирюкова, Г. Г. Морозовская

Сдано в набор 14/X—1976 г. Подписано в печать 25/I—1977 г.
Т-04502 Формат 60×90¹/₁₆ д. л. Бумага типографская № 2
16 печ. л. (уч.-изд. 16,56 л.)
Тираж 25 000 экз. доп. Изд. № AI—4354 Зак. 601 Цена 73 коп.

Стройиздат, 103006, Москва, Каляевская, д. 23а

Подольский филиал ПО «Периодика» Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
г. Подольск, ул. Кирова, д. 25

ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
19	19 сверху	$\ldots = 1250 \cdot 9{,}81 \cdot 85 \cdot 1{,}04 \times 10^6$ Па ≈ 1 МПа.	$\ldots = 1250 \cdot 9{,}81 \cdot 85 = 1{,}04 \cdot 10^6$ Па ≈ 1 МПа
31	17 сверху	$P_1 = P_r \omega =$	$P_1 = p_r \omega =$
37	13 сверху	$\ldots = \rho g (H + 0{,}8d/2) \pi \times (0{,}8d)^2/4 =$	$\ldots = \rho g (H + 0{,}8d/2) \pi \times (0{,}8d)^2/4 =$
55	9 снизу	зависимости	зависимостями
24	14 снизу	$\zeta_2 = 1;$	$\psi_2 = 1,$
167	13 сверху	$\ldots + \frac{(h_2 - h_1)_2}{2\ h_2}.$	$\ldots + \frac{(h_2 - h_1)^2}{2\ h_2}.$
172	4 сверху	Значения A, м$^1/_2$с,	Значения A, м$^{1/2}$ ·с,
192	13 снизу	ω	ω

Зак. 601

УДК 532.5.01

Рецензенты: кафедра гидравлики, водоснабжения и канализации Воронежского инженерно-строительного института (зав. кафедрой доц. А. В. Кириллина), д-р техн. наук проф. А. В. Мишуев (ВИА им. В. В. Куйбышева)

Авторы: **А. Д. Альтшуль, В. И. Калицун, Ф. Г. Майрановский, П. П. Пальгунов**

Примеры расчетов по гидравлике. Учеб. пособие для вузов. Под ред. А. Д. Альтшуля. М., Стройиздат, 1977. 255 с. Авт.: А. Д. Альтшуль, В. И. Калицун, Ф. Г. Майрановский, П. П. Пальгунов.

В учебном пособии изложен современный методический материал и приведены примеры расчетов (с подробными их решениями), с достаточной полнотой охватывающие основные разделы курса гидравлики, читаемого на различных факультетах строительных вузов.

Примеры расчетов разработаны авторами на кафедрах гидравлики, водоснабжения и канализации МИСИ им. В. В. Куйбышева.

Учебное пособие предназначено для студентов строительных специальностей высших учебных заведений («водоснабжение и канализация», «теплогазоснабжение и вентиляция», «промышленное и гражданское строительство» и др.).

Табл. 40, рис. 114, список лит.: 9 назв.

П $\frac{30210-241}{047(01)-77}$ 222—76

© Стройиздат, 1977

ПРЕДИСЛОВИЕ

В «Основных направлениях развития народного хозяйства СССР на 1976—1980 годы», утвержденных XXV съездом КПСС, предусматривается обеспечить дальнейшее развитие фундаментальных и прикладных научных исследований в области технических наук.

Основное назначение учебного пособия — помочь изучающим гидравлику выработать навыки применения теории в решении конкретных задач и тем самым освоить методику гидравлических расчетов.

Книга содержит разнообразные по тематике и степени сложности примеры, охватывающие основные разделы курса гидравлики. Каждая глава книги начинается с теоретической части, в которой приведены главнейшие формулы, определения и справочные сведения, необходимые для решения примеров по данной теме. В приложениях даны материалы справочного характера, которые могут оказаться полезными при решении примеров.

Предлагаемые примеры в большинстве своем являются оригинальными. Темы почерпнуты из специальных курсов (водоснабжение, канализация, отопление, вентиляция, газоснабжение и др.) с тем, чтобы максимально приблизить примеры к запросам строительной практики. Некоторые примеры общеизвестны и заимствованы из существующих руководств, но отличаются методами решения.

В данном учебном пособии, насколько это было возможно, отражены результаты новейших работ по гидравлике, в частности исследований, проведенных в МИСИ им. В. В. Куйбышева (расчет трубопроводов и каналов в неквадратичной области сопротивления, учет влияния числа Рейнольдса на характеристики истечения и коэффициенты местных сопротивлений, изменение сопротивления трубопроводов в процессе их эксплуатации, моделирование трубопроводов и каналов без соблюдения подобия шероховатости стенок и др.).

В книге применена Международная система единиц СИ. В некоторых главах использована также система МКГСС, положенная в основу технических нормативных документов (ГОСТ, СНиП и т. д.) и каталожных данных.

Теоретическая часть, приложения и часть примеров составлены д-ром техн. наук проф. А. Д. Альтшулем. Примеры, помещенные в главе 1, разработаны кандидатами техн. наук доцентами В. И. Калицуном и П. П. Пальгуновым; в главах 2, 6 и 8 — канд. техн. наук доц. В. И. Калицуном; во введении и в главах 3—5, 7, 9—12 — канд. техн. наук Ф. Г. Майрановским.

В подготовке книги большую помощь оказали кандидаты техн. наук В. С. Боровков, М. Ш. Марголин, Ю. А. Войтинская, аспирант А. М. Калякин и инж. М. М. Харитонова. Авторы выражают им признательность.

Авторы приносят благодарность д-ру техн. наук проф. А. В. Мишуеву и кафедре гидравлики, водоснабжения и канализации Воронежского инженерно-строительного института за ценные указания, сделанные при рецензировании рукописи.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Определение жидкости

Законы, уравнения и расчетные формулы гидравлики применимы для любого вещества, находящегося в жидком состоянии, — для воды, расплавленной стали, жидкого воздуха и т. д. Во многих случаях эти законы можно применять и для газов.

Жидкостью называется физическое тело, оказывающее сильное сопротивление изменению своего объема (в противоположность газам) и слабое сопротивление изменению своей формы (в противоположность твердым телам).

§ 2. Плотность жидкостей. Удельный вес

Основной механической характеристикой жидкости является плотность ρ, кг/м^3, определяемая для однородной жидкости отношением ее массы M к ее объему W:

$$\rho = M/W. \tag{1}$$

Плотность пресной воды при температуре 4°С

$$\rho_{4^\circ} = 1000 \text{ кг/м}^3. \tag{2}$$

Удельным весом однородной жидкости γ, Н/м^3, называется вес G единицы объема этой жидкости:

$$\gamma = G/W. \tag{3}$$

Удельный вес пресной воды при температуре 4°С

$$\gamma_{4^\circ} = 9810 \text{ Н/м}^3. \tag{4}$$

Относительным удельным весом жидкости δ называется отношение ее удельного веса к удельному весу пресной воды при температуре 4°С:

$$\delta = \gamma/\gamma_{4^\circ}. \tag{5}$$

Между плотностью и удельным весом существует связь:

$$\gamma = \rho g, \tag{6}$$

где g — ускорение свободного падения.

В табл. 1 приведены значения плотности воды при разных температурах, а в приложении 1 — значения плотности капельных жидкостей при температуре 20°С.

Таблица 1

t, °C	Плотность ρ, кг/м³	t, °C	Плотность ρ, кг/м³	t, °C	Плотность ρ, кг/м³	t, °C	Плотность ρ, кг/м³	t, °C	Плотность ρ, кг/м³	t, °C	Плотность ρ, кг/м³	t, °C	Плотность ρ, кг/м³
0	999,87	40	992,24	50	988,07	60	983,24	70	977,81	80	971,83	90	965,34
		41	991,86	51	987,62	61	982,72	71	977,23	81	971,23	91	964,67
4	1000	42	991,47	52	987,15	62	982,2	72	976,66	82	970,57	92	963,99
		43	991,07	53	986,69	63	981,67	73	976,07	83	969,94	93	963,3
10	999,73	44	990,66	54	986,21	64	981,13	74	975,48	84	969,3	94	962,61
		45	990,25	55	985,73	65	980,59	75	974,89	85	968,65	95	961,92
20	998,23	46	989,82	56	985,25	66	980,05	76	974,29	86	968	96	961,22
		47	989,4	57	984,75	67	979,5	77	973,68	87	967,24	97	960,51
30	995,67	48	988,96	58	984,25	68	978,94	78	973,07	88	966,68	98	959,81
		49	988,52	59	983,75	69	978,38	79	972,45	89	966,01	99	959,09

§ 3. Сжимаемость и температурное расширение жидкостей

Сопротивление жидкостей изменению своего объема характеризуется коэффициентами объемного сжатия и температурного расширения.

Коэффициент объемного сжатия β_W, Па$^{-1}$, — относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления:

$$\beta_W = \frac{\Delta W}{W \Delta p}, \tag{7}$$

где ΔW — изменение объема W, соответствующее изменению давления на величину Δp.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, представляет собой объемный модуль упругости жидкости E, Па:

$$E = 1/\beta_W. \tag{8}$$

Для воды при нормальных условиях можно принимать:

$$\beta_W \approx \frac{1}{2 \cdot 10^9} \text{ Па}^{-1}; \tag{9}$$

$$E \approx 2 \cdot 10^9 \text{ Па}. \tag{10}$$

Коэффициент температурного расширения β_t^0, °C^{-1}, выражает относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на 1 градус:

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{W \Delta t}, \tag{11}$$

где ΔW — изменение объема, соответствующее изменению температуры на величину Δt.

Для воды при нормальных условиях можно принимать:

$$\beta_t \approx \frac{1}{10\,000} \text{ °C}^{-1}. \tag{12}$$

Значения коэффициента объемного сжатия воды β_W в функции от давления и температуры приведены в табл. 2; значения модуля упругости E — в табл. 3; значения коэффициента температурного расширения β_t — в табл. 4.

Таблица 2

t, °C	$\beta_W \cdot 10^{10}$, Па$^{-1}$, при давлении, Па·10^{-6}				
	50	100	200	390	780
0	5,4	5,37	5,31	5,23	5,15
5	5,29	5,23	5,18	5,08	4,93
10	5,23	5,18	5,08	4,98	4,81
15	5,18	5,1	5,03	4,88	4,7
20	5,15	5,05	4,95	4,81	4,6

Таблица 3

t, °C	E, Па·10^4, при давлении, Па·10^{-6}				
	50	100	200	390	780
0	185 400	186 400	188 400	191 300	197 200
5	189 300	191 300	193 300	197 200	203 100
10	191 300	193 300	197 200	201 100	208 000
15	193 300	196 200	199 100	205 000	212 900
20	194 200	198 200	202 100	208 000	217 800

Таблица 4

t, °C	$\beta_t \cdot 10^3$, °C^{-1}, при давлении, Па·10^5				
	1	100	200	500	900
1—10	14	43	72	149	229
10—20	150	165	183	236	289
40—50	422	422	426	429	437
60—70	556	548	539	523	514
90—100	719	704	—	661	621

§ 4. Вязкость жидкостей

Сопротивление жидкостей изменению своей формы характеризуется их динамической вязкостью (внутренним трением). Сила внутреннего трения в жидкости τ на единицу площади определяется по закону Ньютона:

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dy}, \qquad (13)$$

где $\frac{du}{dy}$ — градиент скорости в направлении, перпендикулярном течению;

μ — абсолютная или динамическая вязкость жидкости.

Величина τ всегда положительна, поэтому в формуле (13) следует ставить знак плюс или минус в зависимости от знака $\frac{du}{dy}$.

Динамическая вязкость измеряется в пуазах (П) или в паскаль-секундах (Па·с);

$$1\ \text{П} = 0{,}1\ \text{Па·с}. \tag{14}$$

Значение динамической вязкости зависит от рода жидкости и ее температуры.

Отношение динамической вязкости жидкости к ее плотности называется относительной или кинематической вязкостью:

$$\nu = \mu/\rho. \tag{15}$$

Кинематическая вязкость измеряется в стоксах (Ст) или в квадратных метрах на секунду ($м^2/с$):

$$1\ \text{Ст} = 1 \cdot 10^{-4}\ м^2/с. \tag{16}$$

Кинематическая вязкость воды при температуре 20°С

$$\nu_{20°} \approx 0{,}01\ \text{Ст} \approx 1 \cdot 10^{-6}\ м^2/с. \tag{17}$$

Вязкость жидкостей практически не зависит от давления, но значительно уменьшается с увеличением температуры. В табл. 5 приведены значения динамической вязкости воды при разных температурах.

В табл. 6 приведены значения кинематической вязкости чистой и сточной воды при разных температурах.

Таблица 5

t, °C	μ, Па·с	t, °C	μ, Па·с	t, °C	μ, Па·с	t, °C	μ, Па·с	t, °C	μ, Па·с
0	0,00179	12	0,00124	24	0,00092	36	0,000706	48	0,000568
1	0,00173	13	0,0012	25	0,00089	37	0,000693	49	0,000558
2	0,00167	14	0,00117	26	0,00087	38	0,000679	50	0,000549
3	0,00162	15	0,00114	27	0,00086	39	0,000666	51	0,000541
4	0,00157	16	0,00112	28	0,00084	40	0,000654	52	0,000532
5	0,00152	17	0,00109	29	0,00082	41	0,000642	53	0,000524
6	0,00147	18	0,00106	30	0,0008	42	0,00063	54	0,000515
7	0,00143	19	0,00103	31	0,000783	43	0,000618	55	0,000507
8	0,00139	20	0,00101	32	0,000767	44	0,000608	56	0,000499
9	0,00135	21	0,00098	33	0,000751	45	0,000597	57	0,000492
10	0,00131	22	0,00096	34	0,000726	46	0,000587	58	0,000484
11	0,00127	23	0,00094	35	0,000721	47	0,000577	59	0,000477

Таблица 6

Вода	Значения $\nu \cdot 10^6$, м²/с, при температуре, °С							
	0	6	8	10	12	14	16	18
Чистая	1,79	1,47	1,38	1,31	1,23	1,17	1,11	1,06
Сточная	—	1,67	1,56—1,73	1,47—1,61	1,38—1,52	1,31—1,42	1,23—1,34	1,17—1,27

Продолжение табл 6

Вода	Значения $\nu \cdot 10^6$, м²/с, при температуре, °С								
	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Чистая	1,01	0,81	0,60	0,56	0,48	0,42	0,37	0,33	0,29
Сточная	1,11—1,2	—	—	—	—	—	—	—	—

В приложении 2 приведены значения кинематической вязкости некоторых жидкостей при нормальной температуре.

На практике вязкость жидкостей определяется вискозиметрами и чаще всего выражается в градусах Энглера (°Е) — так называемая условная вязкость. Для перехода от условной вязкости в градусах Энглера к кинематической вязкости служит эмпирическая формула Убелходе:

$$\nu = (0{,}0731\,°E - 0{,}0631/°E)\ 10^{-4}\ м^2/с \qquad (18)$$

или теоретическая формула А. Д. Альтшуля [1]:

$$°E = 24\nu \left[2{,}3 \lg \frac{\sqrt{\nu^2 + 0{,}0294} - \nu}{\sqrt{\nu^2 + 0{,}0166} - \nu} + \frac{1}{\nu} \left(\sqrt{\nu^2 + 0{,}0294} - \sqrt{\nu^2 + 0{,}0166}\right)\right], \qquad (19)$$

где ν — в см²/с.

В приложении 3 даны значения кинематической вязкости, соответствующие различным значениям условной вязкости. Значения кинематической вязкости сухого воздуха и газов при разных температурах приведены в приложениях 4 и 5.

§ 5. Поверхностное натяжение жидкостей

Поверхностное натяжение жидкости обусловливается силами взаимного притяжения молекул поверхностного слоя, стремящихся сократить свободную поверхность жидкости.

Вследствие поверхностного натяжения жидкость, имеющая криволинейную поверхность, испытывает дополнительное уси-

лие, увеличивающее или уменьшающее давление в жидкости на величину (формула Лапласа)

$$p_{пов} = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right), \tag{20}$$

где σ — поверхностное натяжение, Н/м;

r_1 и r_2 — главные радиусы кривизны рассматриваемого элемента поверхности.

Давление при выпуклой поверхности жидкости увеличивается, а при вогнутой — уменьшается.

При температуре 20°С поверхностное натяжение для воды, соприкасающейся с воздухом,

$$\sigma = 0{,}0726 \text{ Н/м}. \tag{21}$$

В приложении 6 приведены значения поверхностного натяжения некоторых жидкостей, а в приложении 7 — давления насыщенных паров воды в функции от температуры.

Зависимость поверхностного натяжения от температуры имеет вид:

$$\sigma = \sigma_0 - \beta \Delta t, \tag{22}$$

где σ_0 — поверхностное натяжение при соприкосновении с воздухом при температуре 0°С; для воды $\sigma_0 = 0{,}076$ Н/м; $\beta = 0{,}00015$ Н/(м·°С).

Влияние поверхностного натяжения приходится учитывать при работе с жидкостными приборами для измерения давления, при истечении жидкости из малых отверстий, при фильтрации и при образовании капель в свободных струях.

Особенно сильно поверхностное натяжение проявляется в трубках весьма малого диаметра (капиллярных), для которых формула (20) принимает вид

$$p_{пов} = 2\sigma/r \tag{23}$$

или

$$h_{пов} = \frac{2\sigma}{\rho g r}, \tag{24}$$

где r — радиус трубки;

$h_{пов}$ — высота капиллярного поднятия.

§ 6. Примеры

Пример 1. Определить объем воды, который необходимо дополнительно подать в водовод диаметром $d = 500$ мм и длиной $l = 1$ км для повышения давления до $\Delta p = 5 \cdot 10^5$ Па. Водовод подготовлен к гидравлическим испытаниям и заполнен водой при атмосферном давлении. Деформацией трубопровода можно пренебречь.

Решение. Вместимость водовода

$$W_в = \frac{\pi d^2}{4} l = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5^2}{4} 10^3 = 196{,}2 \text{ м}^3.$$

Объем воды ΔW, который необходимо подать в водовод для повышения давления, находим из соотношения (7):

$$\beta_W = \frac{\Delta W}{W \Delta p} = \frac{\Delta W}{(W_в + \Delta W) \Delta p}.$$

По табл 2 принимаем:

$$\beta_W = 5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н} = \frac{1}{2 \cdot 10^9} \text{ Па}^{-1}.$$

Тогда

$$\Delta W = \frac{W_в \beta_W \Delta p}{1 - \beta_W \Delta p} = \frac{196{,}2 \cdot 5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^9 \left(1 - \frac{5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^9}\right)} = 0{,}493 \text{ м}^3.$$

Пример 2. При гидравлическом испытании внутренних систем водоснабжения допускается падение испытательного давления в течение 10 мин на $\Delta p = 0{,}5$ ат $\approx 4{,}9 \cdot 10^4$ Па. Определить допустимую величину утечки ΔW в течение 10 мин при гидравлическом испытании системы вместимостью $W = 80$ м³

Решение Принимаем

$$\beta_W = \frac{1}{2 \cdot 10^9} \text{ Па}^{-1}$$

Допустимая величина утечки

$$\Delta W = \beta_W W \Delta p = \frac{80 \cdot 4{,}9 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^9} \approx 1{,}92 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Пример 3. В отопительной системе (котел, радиаторы и трубопроводы) небольшого дома содержится $W = 0{,}4$ м³ воды. Сколько воды дополнительно войдет в расширительный сосуд при нагревании от 20 до 90°С?

Решение Плотность воды при температуре 20°С (см табл 1)

$$\rho_{20°} = 998 \text{ кг/м}^3;$$

масса воды

$$M = 0{,}4 \cdot 998 = 399 \text{ кг}.$$

Плотность воды при температуре 90°С (см. табл 1)

$$\rho_{90°} = 965 \text{ кг/м}^3;$$

объем, занимаемый водой,

$$W = M/\rho_{90°} = 399/965 = 0{,}414 \text{ м}^3.$$

Дополнительный объем составляет

$$\Delta W = 0{,}414 - 0{,}4 = 0{,}014 \text{ м}^3.$$

Пример 4. Определить среднюю толщину $\delta_{отл}$ солевых отложений в герметичном водоводе внутренним диаметром $d = 0{,}3$ м и длиной $l = 2$ км. При выпуске воды в количестве $\Delta W = 0{,}05$ м³ давление в водоводе падает на величину $\Delta p = 1 \cdot 10^6$ Па. Отложении по диаметру и длине водовода распределены равномерно.

Решение Объем воды в водоводе с отложениями

$$W = \frac{\Delta W}{\beta_W \Delta p}.$$

Принимаем:

$$\beta_W = \frac{1}{2 \cdot 10^9}.$$

Тогда

$$W = \frac{0{,}05 \cdot 2 \cdot 10^9}{1 \cdot 10^9} = 100 \text{ м}^3.$$

Средний внутренний диаметр водовода с отложениями

$$d_{отл} = \sqrt{\frac{4W}{\pi l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 100}{3{,}14 \cdot 2 \cdot 10^9}} = 0{,}252 \text{ м}.$$

Средняя толщина отложений

$$\delta_{отл} = \frac{d - d_{отл}}{2} = \frac{0{,}3 - 0{,}252}{2} = 0{,}024 \text{ м} = 24 \text{ мм}.$$

*Пример 5. Определить изменение плотности воды при сжатии ее от $p_1 = 1 \cdot 10^5$ Па до $p_2 = 1 \cdot 10^7$ Па.

Решение. Коэффициент объемного сжатия β_W принимаем равным $5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Плотность воды $\rho = M/W$. При сжатии воды ее объем W изменяется на ΔW [см. формулу (7)]:

$$\Delta W / W = \beta_W \Delta p,$$

где $\Delta p = p_1 - p_2 = 1 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^7 = -0{,}99 \cdot 10^7$.

Масса воды сохраняется неизменной, поэтому

$$\frac{\rho_{p_2}}{\rho_{p_1}} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{W_1}{(1 + \Delta W / W_1) W_1} = \frac{1}{1 + \Delta W / W_1} = \frac{1}{1 + \beta_W \Delta p} =$$

$$= \frac{1}{1 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 0{,}9 \cdot 10^7} = 1{,}005.$$

Пример 6. Для периодического аккумулирования дополнительного объема воды, получающегося при изменении температуры, к системе водяного отопления в верхней ее точке присоединяют расширительные резервуары, сообщающиеся с атмосферой. Определить наименьший объем расширительного резервуара, чтобы он полностью не опорожнялся. Допустимое колебание температуры воды во время перерывов в топке $\Delta t = 95 - 70 = 25°C$. Объем воды в системе $W = 0{,}55$ м^3.

Решение. Наименьший объем расширительного резервуара должен быть равен изменению объема воды при колебании ее температуры на 25°. Изменение объема воды находим по формуле (11):

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{W \Delta t}.$$

Коэффициент температурного расширения воды при температуре 80°C принимаем (см. табл. 4):

$$\beta_t \approx 600 \cdot 10^{-6} \text{ °C}^{-1}.$$

Тогда

$$\Delta W = \beta_t W \Delta t = 600 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}55 \cdot 25 = 0{,}0083 \text{ м}^3 = 8{,}3 \text{ л}.$$

Пример 7. Стальной водовод диаметром $d = 0{,}4$ м и длиной 1 км, проложенный открыто, находится под давлением $p = 2 \cdot 10^6$ Па при температуре воды $t_1 = 10°C$. Определить давление воды в водоводе при повышении температуры воды до $t_2 = 15°C$ в результате наружного прогрева.

Решение. Изменение температуры

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 15 - 10 = 5°C.$$

Объем водовода

$$W_в = \frac{\pi d^2}{4} l = \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} 10^3 = 125,6 \text{ м}^3.$$

Увеличение давления в водоводе определяем по формулам (7) и (11):

$$\beta_W = \frac{\Delta W}{(W_в + \Delta W) \Delta p} \text{ и } \beta_t = \frac{\Delta W}{W_в \Delta t},$$

откуда $\Delta p = \dfrac{\beta_t \Delta t}{(1 + \beta_t \Delta t) \beta_W}$.

По табл. 4 находим значение коэффициента температурного расширения:

$$\beta_t \approx 155 \cdot 10^{-6} \text{ °C}^{-1}.$$

По табл 2 находим значение коэффициента объемного сжатия:

$$\beta_W = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}.$$

Подставляя полученные значении в формулу, определим:

$$\Delta p = \frac{155 \cdot 10^{-6} \cdot 5}{(1 + 5 \cdot 155 \cdot 10^{-6}) 5 \cdot 10^{-10}} = 155 \cdot 10^4 \text{ Па} = 1550 \text{ кПа}.$$

Давление в водоводе после увеличения температуры

$$p_t = p + \Delta p = 2 \cdot 10^6 + 1,55 \cdot 10^6 = 3,55 \cdot 10^6 \text{ Па} = 3,55 \text{ МПа}.$$

Пример 8. В отопительный котел поступает объем воды $W = 60$ м³ при температуре 70°С. Какой объем воды W_1 будет выходить из котла при нагреве воды до температуры 90°С?

Решение. Из формулы (11) имеем:

$$\Delta W = \beta_t W \Delta t.$$

Коэффициент температурного расширения воды находим по табл. 4:

$$\beta_t = 600 \cdot 10^{-6} \text{ °C}^{-1}.$$

Следовательно,

$$\Delta W = 600 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 20 = 0,6 \text{ м}^3;$$

$$W_1 = 50 + 0,6 = 50,6 \text{ м}^3.$$

Пример 9. Определить изменение плотности воды при нагревании ее от $t_1 = 7°C$ до $t_2 = 97°C$.

Решение. Принимаем коэффициент температурного расширения воды $\beta_t \approx 400 \cdot 10^{-6}$ °С⁻¹ (см. табл. 4). При нагревании воды от $t_1 = 7°C$ до $t_2 = 97°C$ ее объем изменяется на ΔW. Из формулы (11) имеем:

$$\Delta W / W = \beta_t \Delta t.$$

Плотность воды $\rho = M/W$. Учитывая, что масса воды M сохраняется неизменной, находим:

$$\frac{\rho_{t_2}}{\rho_{t_1}} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{W_1}{W_1(1 + \Delta W/W_1)} = \frac{1}{1 + \Delta W/W_1} = \frac{1}{1 + \beta_t \Delta t} =$$

$$= \frac{1}{1 + 0{,}0004 \cdot 90} = 0{,}964.$$

Пример 10. Вязкость нефти, определенная по вискозиметру Энглера, составляет 8,5°Е. Вычислить динамическую вязкость нефти, если ее плотность $\rho = 850$ кг/м³.

Решение. Находим кинематическую вязкость нефти по эмпирической формуле Убеллоде (18).

$$\nu = 0{,}0731\ ^\circ\text{E} - 0{,}0631/^\circ\text{E} = 0{,}0731 \cdot 8{,}5 - 0{,}0631/8{,}5 =$$

$$= 0{,}614\ \text{Ст} = 0{,}614 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Проверяем полученный результат по теоретической формуле (19):

$$^\circ\text{E} = 24\,\nu \left[2{,}3 \lg \frac{C_1 - \nu}{C_2 - \nu} + \frac{1}{\nu}(C_1 - C_2)\right],$$

где

$$C_1 = \sqrt{\nu^2 + 0{,}0294} = \sqrt{0{,}614^2 + 0{,}0294} = 0{,}635;$$

$$C_2 = \sqrt{\nu^2 + 0{,}0166} = \sqrt{0{,}614^2 + 0{,}0166} = 0{,}626.$$

Подставляя в формулу (19) найденные значения, получим:

$$^\circ\text{E} = 24 \cdot 0{,}614 \left(2{,}3 \lg \frac{0{,}635 - 0{,}614}{0{,}626 - 0{,}614} + \frac{0{,}635 - 0{,}626}{0{,}614}\right) = 8{,}5.$$

Из приложения 3 находим:

$$\nu = 0{,}6139 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Динамическая вязкость нефти

$$\mu = \nu\rho = 0{,}614 \cdot 10^{-4} \cdot 850 = 0{,}052\ \text{Па} \cdot \text{с} = 0{,}52\ \text{П}.$$

Пример 11. Определить давление внутри капли воды диаметром $d = 0{,}001$ м, которое создают силы поверхностного натяжения. Температура воды $t = 20°$С.

Решение. Давление внутри капли определяем по формуле (23):

$$p_{\text{пов}} = 2\sigma/r,$$

где r — радиус капли.

Поверхностное натяжение σ принимаем равным 0,073 Н/м [см. формулу (21)].

Тогда

$$p_{\text{пов}} = \frac{2 \cdot 0{,}073}{5 \cdot 10^{-4}} = 286\ \text{Н/м}^2.$$

Пример 12. Определить высоту подъема воды в стеклянном капилляре диаметром $d = 0{,}001$ м при температуре воды $t_1 = 20°$С и $t_2 = 80°$С.

Решение. Высоту капиллярного поднятия определяем по формуле (24):

$$h_{\text{пов}} = \frac{2\sigma}{\rho g r},$$

где r — радиус трубки

Поверхностное натяжение воды по формуле (21) $\sigma_1 = 7{,}3 \cdot 10^{-2}$ Н/м, а плотность воды $\rho_1 = 998$ кг/м³ (см. табл. 1), откуда

$$h_1 = \frac{2 \cdot 7{,}3 \cdot 10^{-2}}{998 \cdot 9{,}8 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \approx 0{,}029 \text{ м} \approx 2{,}9 \text{ см}.$$

Поверхностное натяжение воды при нагревании ее до 80°С по формуле (22)

$$\sigma = \sigma_0 - \beta \Delta t, \text{ где } \sigma_0 = 0{,}0726 \text{ Н/м и } \beta = 0{,}00015\ ^\circ\text{C}^{-1};$$
$$\Delta t = 60^\circ.$$

Следовательно,

$$\sigma_2 = 7{,}2 \cdot 10^{-2} - 0{,}00015\ 60 - 6{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}.$$

Плотность воды $\rho_2 - 972$ кг/м³ (см. табл 1).

Высота капиллярного поднятия воды при нагревании ее до 80°С

$$h_2 = \frac{2 \cdot 6{,}3 \cdot 10^{-2}}{972 \cdot 9{,}8 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 0{,}026 \text{ м} = 2{,}6 \text{ см}.$$

Таким образом, с увеличением температуры высота капиллярного поднятия воды уменьшается

Глава 1

ГИДРОСТАТИКА

§ 7. Гидростатическое давление

Гидростатическое давление p представляет собой напряжение сжатия в точке, расположенной внутри покоящейся жидкости:

$$p = \lim \left(\frac{\Delta P}{\Delta \omega} \right)_{\Delta\omega \to 0}, \tag{1.1}$$

где ΔP — сила давления жидкости, приходящаяся на площадку $\Delta\omega$, содержащую рассматриваемую точку.

Гидростатическое давление в данной точке всегда нормально к площадке, на которую оно действует, и не зависит от ориентации (угла наклона) площадки Гидростатическое давление зависит от положения рассматриваемой точки внутри жидкости и от внешнего давления, приложенного к свободной поверхности жидкости. В наиболее распространенном случае, когда действует лишь сила тяжести, гидростатическое давление p, Па, в точке, находящейся на глубине h, определяется по формуле

$$p = p_0 + \rho g h, \tag{1.2}$$

где p_0 — единичное давление на свободной поверхности жидкости;

ρ — плотность жидкости;

g — ускорение свободного падения.

Формула (1.2) называется основным уравнением гидростатики. Из этой формулы следует, что внешнее давление p_0, приложенное к свободной поверхности жидкости, передается всем точкам этой жидкости и по всем направлениям одинаково (закон Паскаля).

Если $p_0 = p_{атм}$ (атмосферное давление), то уравнение (1.2) принимает вид

$$p_{абс} = p_{атм} + \rho g h. \tag{1.3}$$

Разность между абсолютным и атмосферным давлением называется избыточным давлением:

$$p_{изб} = p - p_{атм} = \rho g h, \tag{1.4}$$

отсюда

$$h = \frac{p_{изб}}{\rho g} = \frac{p - p_{атм}}{\rho g}, \tag{1.5}$$

где h — пьезометрическая высота (высота давления)

Для воды избыточное давление на глубине $h=10$ м равно: $p_{изб}=9{,}81$ кПа.

Если измеряемое давление меньше атмосферного ($p<p_{атм}$), то разность между атмосферным и абсолютным давлением называется вакуумом:

$$p_{вак}=p_{атм}-p=\rho g h_{вак}; \tag{1.6}$$

$$h_{вак}=\frac{p_{атм}-p}{\rho g}=\frac{p_{вак}}{\rho g}. \tag{1.7}$$

Вакуум измеряется в долях атмосферы или высотой столба жидкости [по уравнению (1.7)].

В приложении 8 приведены значения атмосферного давления на различной высоте от уровня моря.

В дальнейшем изложении избыточное гидростатическое давление будет обозначаться буквой p (без индекса).

§ 8. Сила суммарного давления жидкости на плоские поверхности

Сила суммарного давления жидкости P на плоскую стенку равна произведению смоченной площади стенки ω и гидростатического давления в центре тяжести этой площади p_c, т. е. (рис. 1.1):

$$P=p_c\omega \tag{1.8}$$

или

$$P=\rho g h_c \omega, \tag{1.9}$$

где h_c — глубина погружения центра тяжести смоченной площади стенки.

Центр давления (точка приложения равнодействующей сил давления) для негоризонтальных стенок лежит ниже центра тяжести стенки. Его положение определяется формулой.

$$l_d=l_c+\frac{J_c}{\omega l_c}. \tag{1.10}$$

где J_c — момент инерции смоченной площади стенки относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести этой площади;

l_c и l_d — соответственно расстояния центра тяжести стенки и центра давления от линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью.

Формулы для определения центра тяжести и моментов инерции плоских фигур относительно осей, проходящей через центр тяжести, приведены в приложении 9.

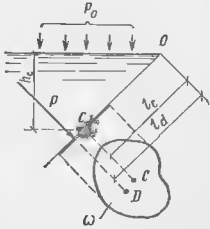


Рис. 1.1 К определению суммарного давления жидкости на плоские стенки

§ 9. Сила суммарного давления жидкости на цилиндрические поверхности

Сила суммарного давления жидкости P на цилиндрическую поверхность может быть выражена геометрической суммой ее составляющих: горизонтальной $P_г$ и вертикальной $P_в$, т. е.

$$P = \sqrt{P_г^2 + P_в^2}. \qquad (1.11)$$

Горизонтальная составляющая силы суммарного давления жидкости на цилиндрическую стенку равна силе суммарного давления жидкости на вертикальную проекцию $\omega_в$ этой стенки:

$$P_г = \rho g h_c \omega_в = p_c \omega_в. \qquad (1.12)$$

Вертикальная составляющая равна весу жидкости в объеме тела давления:

$$P_в = \rho g W. \qquad (1.13)$$

Телом давления называется объем жидкости, ограниченный данной криволинейной поверхностью, вертикальной плоскостью, проведенной через нижнюю образующую криволинейной поверхности, и свободной поверхностью жидкости. Если объем находится с несмачиваемой стороны стенки, вес тела давления нужно считать отрицательным (направленным вверх).

Направление силы суммарного давления P определяется углом β, образуемым вектором P и горизонтальной плоскостью:

$$\operatorname{tg} \beta = P_в / P_г. \qquad (1.14)$$

§ 10. Закон Архимеда и его приложение

Тело, погруженное (полностью или частично) в жидкость, испытывает со стороны жидкости суммарное давление, направленное снизу вверх и равное весу жидкости в объеме погруженной части тела $W_{погр}$ (закон Архимеда). Это давление называется силой вытеснения или подъемной силой

$$P_{выт} = \rho g W_{погр}, \qquad (1.15)$$

где ρ — плотность жидкости.

Для однородного тела, плавающего на поверхности жидкости, справедливо соотношение

$$W_{погр}/W = \rho_т/\rho, \qquad (1.16)$$

где W — объем плавающего тела;

$\rho_т$ — плотность тела.

В приложении 10 приведены значения плотности твердых тел.

В плавающем на поверхности жидкости теле, кроме центра тяжести C, различают еще два центра: центр водоизмещения B — центр тяжести объема погруженной части тела; метацентр

M — точка пересечения осн плавания тела с линней действия подъемной силы (при налични крена).

Остойчивостью плавающего тела называется способность восстанавливать положение равновесия после прекращения действия внешней силы, вызвавшей крен. Для остойчивости тела необходимо соблюдение условия

$$h_м > 0, \tag{1.17}$$

где $h_м$ — метацентрнческая высота — расстояние между метацентром н центром тяжести:

$$h_м = J/W - a, \tag{1.18}$$

где J — момент инерции плоскости плавания относительно продольной оси;

a — расстояние от центра тяжести до центра водоизмещения.

§ 11. Примеры

Пример 1.1. Определить избыточное давление в забое скважины глубиной h=85 м, которая заполнена глинистым раствором плотностью ρ=1250 кг/м³.

Решение. Величину избыточного давления находим по формуле (1.4):

$$p = \rho g h = 1250 \cdot 9{,}81 \cdot 85 \cdot 1{,}04 \cdot 10^9 \text{ Па} \approx 1 \text{ МПа}.$$

Пример 1.2. Определить избыточное давление воды в трубе по показаниям батарейного ртутного манометра. Отметки уровней ртути от оси трубы: z_1= =1,75 м; z_2=3 м; z_3=1,5 м; z_4=2,5 м (рис. 1.2).

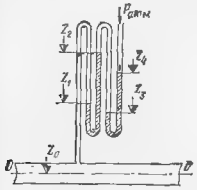


Рис. 1.2

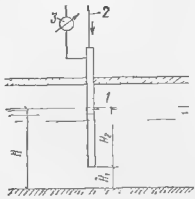


Рис. 1 3

Решение. Батарейный ртутный манометр состонт из двух последовательно соединенных ртутных манометров. Давление воды в трубе уравновешивается перепадами уровней ртути, а также перепадами уровней воды в трубках манометра. Суммируя показания манометра от открытого конца до присоединения его к трубе, получим:

$$p = \rho_{рт} g (z_4 - z_3) - \rho_в g (z_2 - z_3) + \rho_{рт} g (z_2 - z_1) + \rho_в g (z_1 + z_4),$$

где $\rho_в$ = 1000 кг/м³ — плотность воды;

$\rho_{рт}$ = 13 600 кг/м³ — плотность ртути.

Подставляя заданные величины, получим:

$$p = 13\,600 \cdot 9{,}81\ (2{,}5 - 1{,}5) - 1000 \cdot 9{,}81\ (3 - 1{,}5) +$$

$$+ 13\,600 \cdot 9{,}81\ (3 - 1{,}75) + 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}75 = 0{,}3 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0{,}3 \text{ МПа}.$$

Пример 1.3. В канале, подводящем воду к очистным сооружениям, установлен пневматический уровнемер с самопишущим прибором (рис. 1.3).

Нижний конец трубки *1* погружен в воду на глубину H_2 ниже самого низкого уровня воды в канале. В верхний конец трубки *1* по трубке *2* подается небольшой объем воздуха под давлением, достаточным для выхода воздуха в воду через нижний конец трубки *1*. Определить глубину воды в канале H, если давление воздуха в трубке *1* по показанием самопишущего прибора *3* равно $h' = 80$ мм рт. ст. и $h'' = 29$ мм рт. ст. Расстояние от дна канала до нижнего конца трубки $H_1 = 0{,}3$ м.

Решение. Избыточное давление воздуха в трубке

$$p_1 = \rho_{рт}\, g\, h,$$

где h — показание самопишущего прибора (перепад уровней ртути в приборе).

В то же время избыточное давление воды на уровне нижнего конца трубки

$$p_2 = \rho_в\, g\, H_2.$$

Глубину H определяем из условия равенства давлений $p_1 = p_2$:

$$\rho_{рт}\, g\, h = \rho_в\, g\, H_2.$$

Следовательно,

$$H_2 + \rho_{рт}\, h / \rho_в.$$

При $h' - 80$ мм рт. ст.

$$H_2 = \frac{13\,600 \cdot 0{,}08}{1000} = 1{,}09 \text{ м},$$

а высота наполнения воды в канале

$$H = H_2 + H_1 = 1{,}09 + 0{,}3 = 1{,}39 \text{ м}.$$

При $h'' = 29$ мм рт. ст.

$$H_2 = \frac{13\,600 \cdot 0{,}029}{1000} = 0{,}39 \text{ м};$$

$$H = 0{,}39 + 0{,}3 = 0{,}69 \text{ м}.$$

Пример 1.4. Нижняя часть рабочей камеры кессона находится на глубине $h = 30$ м от свободной поверхности воды. Определить избыточное давление воздуха, которое необходимо создать в рабочей камере кессона, чтобы вода из реки не могла проникнуть в камеру.

Решение. Избыточное давление воздуха в рабочей камере должно быть не менее гидростатического давления на заданной глубине, т. е. [см. формулу (1.4)]

$$p \geqslant \rho\, g\, h \geqslant 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 30 = 294\,000 \text{ Па} = 2{,}94 \cdot 10^5 \text{ Па} = 294 \text{ кПа}.$$

Абсолютное давление в рабочей камере кессона по формуле (1.3)

$$p_{абс} = 9{,}81 \cdot 10^4 + 2{,}94 \cdot 10^5 = 3{,}92 \cdot 10^5 \text{ Па} = 392 \text{ кПа}.$$

Пример 1.5. Определить действующее давление в кольце системы отопления (рис. 1.4), если в котле *A* вода нагревается до температуры 95°С, а в нагревательном приборе *B* охлаждается до температуры 70°С. Расстояние между центрами котла и нагревательного прибора $h_2 = 12$ м.

Решение. Разделим мысленно по сечению $a-a$ (центру котла) кольцо системы.

Гидростатическое давление в сечении $a-a$ от столба воды в левой ветви кольца

$$p_1 = \rho_2 g h_1,$$

а от столба воды в правой ветви кольца

$$p_2 = \rho_1 g h_2 + \rho_2 g h_3.$$

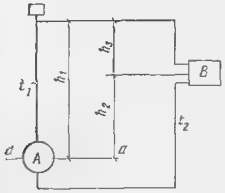


Рис. 1.4

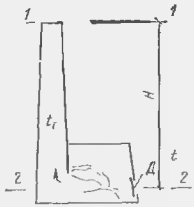


Рис. 1.5

где ρ_2 — плотность воды при температуре 95°С, а ρ_1 — то же, при температуре 70°С.

Действующее давление в кольце

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho_1 g h_2 + \rho_2 g (h_3 - h_1).$$

Поскольку $h_1 = h_2 + h_3$, получим:

$$\Delta p = \rho_1 g h_2 - \rho_2 g h_2$$

или

$$\Delta p = g h_2 (\rho_1 - \rho_2).$$

Принимаем $\rho_1 = 978$ кг/м³ и $\rho_2 = 962$ кг/м³ (см. табл. 1).

Действующее давление

$$\Delta p = 9{,}81 \cdot 12 \ (978 - 962) = 1882 \text{ Па}.$$

Пример 1.6. Определить тягу Δp (разность давлений) в топке котла и перед топочной дверкой *Д*, если высота котла и дымовой трубы $H = 15$ м. Дымовые газы имеют температуру $t_г = 250$°С. Температура наружного воздуха $t = 15$°С (рис 1.5).

Решение. Давление в топке на уровне 2—2

$$p_т = p_{атм} + p_{тр},$$

где $p_{атм}$ — атмосферное давление на уровне *1—1*;

$p_{тр}$ — давление, создаваемое дымовыми газами, удаляемыми через трубу.

Давление перед топочной дверкой на уровне 2—2

$$p = p_{атм} + p_{возд},$$

где $p_{возд}$ — давление, создаваемое столбом воздуха высотой *H*.

Давления

$$p_{тр} = \rho_г g H;$$

$$p_{возд} = \rho_{возд} g H,$$

где $\rho_г$ — плотность газа при температуре 250°С;
$\rho_{возд}$ — плотность воздуха при температуре 15°С.

Разность давлений в топке котла и перед топочной дверкой равна:

$$\Delta p = p - p_т = p_{атм} + \rho_{возд} g H - p_{атм} - \rho_г g H$$

или

$$\Delta p = g H (\rho_{возд} - \rho_г).$$

Принимаем: $\rho_г = 0{,}58$ кг/м³ и $\rho_{возд} = 1{,}23$ кг/м³. Тогда получим:

$$\Delta p = 9{,}81 \cdot 15 \ (1{,}23 - 0{,}58) = 95{,}6 \text{ Па}.$$

Вычислим разность напоров Δh:

$$\Delta p = \rho g \Delta h;$$

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{95{,}6}{1000 \cdot 9{,}81} = 0{,}0098 \text{ м вод. ст.}$$

Пример 1.7. Вентиляция уличной и внутренней канализационных сетей осуществляется вследствие разности веса теплого газа в сети и веса атмосферного воздуха. Газ вытесняется через стояки *1*, заканчивающиеся над крышами зданий, а воздух притекает через зазоры между крышками *2* и лю-

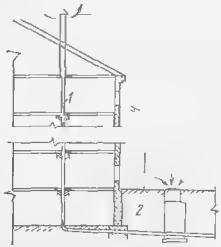


Рис. 1.6

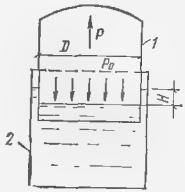


Рис. 1.7

ками колодцев (рис. 1.6). Определить разность давлений в канализационной сети девятиэтажного дома и в окружающем пространстве на уровне поверхности земли, если температура газов в сети 10°С, а температура воздуха —20°С.

Решение. Высота стояка определяется по формуле

$$H = 3n + 4 = 3 \cdot 9 + 4 = 31 \text{ м},$$

где n — число этажей;

3 — высота этажа, м;

4 — высота стояка в пределах чердака и над крышей, м.

При температуре 10°С $\rho_1 = 1{,}21$ кг/м³; при температуре —20°С $\rho_2 = 1{,}36$ кг/м³ [3].

Разность давлений

$$\Delta p = g H (\rho_2 - \rho_1) = 9{,}81 \cdot 31 \ (1{,}36 - 1{,}21) = 45{,}6 \text{ Па}.$$

Разность напоров

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{45{,}6}{1000 \cdot 9{,}81} = 0{,}0046 \text{ м вод. ст.}$$

Пример 1.8. Колокол *1* газгольдера диаметром $D = 6{,}6$ м весит $G = 34{,}3 \cdot 10^3$ *Н* (рис. 1.7). Определить разность *Н* уровней воды под колоколом газгольдера и в его стакане *2*.

Решение. Для обеспечения равновесия колокола сила суммарного давления газа P на верхнее перекрытие колокола должна быть равна весу колокола G, т. е. $P=G$.

В то же время сила суммарного давления на воду под колоколом

$$P = p_2\,\omega,$$

где p_0 — давление газа под колоколом;

ω — площадь колокола.

Из сравнения упомянутых зависимостей следует, что

$$p_0 = G/\omega.$$

Вычисляем

$$\omega = \pi D^2/4 = 3{,}14\cdot 6{,}6^2/4 = 34{,}25 \text{ м}^2$$

и получаем

$$p_0 = 34{,}3\cdot 10^3/34{,}25 = 1000 \text{ Па} = 1 \text{ кПа}.$$

Давление p_0, действующее на поверхность воды под колоколом, должно быть уравновешено разностью уровней воды H.

Следовательно,

$$p_0 = \rho\, g\, H$$

и

$$H = \frac{p_0}{\rho\, g} = \frac{1000}{1000\cdot 9{,}81} = 0{,}102 \text{ м}.$$

Пример 1.9. Определить давление пара в цилиндре поршневого парового насоса (рис. 1.8, золотниковая коробка, обеспечивающая возвратно-поступательное движение поршня в паровом цилиндре, не показана), необходимое для подачи воды на высоту $H=58$ м. Диаметры цилиндров: $d_1=0{,}3$ м; $d_2=0{,}18$ м.

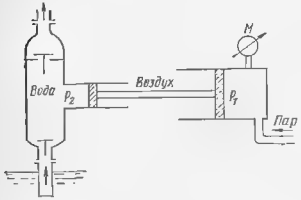


Рис. 1.8

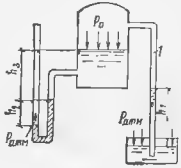


Рис. 1.9

Решение. Суммарное давление, передаваемое по штоку от поршня парового цилиндра,

$$P = p_1\,\omega_1.$$

В соответствии с законом Паскаля гидростатическое давление в корпусе насоса

$$p_2 = \frac{P}{\omega_2} = \frac{p_1\,\omega_1}{\omega_2}.$$

Искомое давление в паровом цилиндре

$$p_1 = p_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = p_2 \frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

Гидростатическое давление в корпусе насоса должно быть:

$$p_2 = \rho g H,$$

отсюда

$$p_1 = \rho g H d_2^2/d_1^2 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 58 \cdot 0{,}18^2/0{,}3^2 = 205 \cdot 10^3 \text{ Па} \approx 205 \text{ кПа}.$$

Пример 1.10. Определить давление в резервуаре p_0 и высоту подъема уровня воды h_1 в трубке *1*, если показания ртутного манометра $h_2 = 0{,}15$ м и $h_3 = 0{,}8$ м (рис. 1.9).

Решение. Условие равновесия для ртутного манометра можно записать в следующем виде:

$$p_{атм} = \rho_{рт} g h_2 + \rho_в g h_2 + p_0,$$

где $\rho_{рт}$ — плотность ртути;

$\rho_в$ — плотность воды.

Следовательно,

$$p_0 = p_{атм} - g(\rho_{рт} h_2 + \rho_в h_3) = 9{,}81 \cdot 10^4 - 9{,}81\ (13\,600 \cdot 0{,}15 + 1000 \cdot 0{,}8) = 7 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Таким образом, в резервуаре — вакуум, величина которого

$$p_{вак} = p_{атм} - p_2 = 9{,}81 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^4 = 2{,}81 \cdot 10^4 \text{ Па} = 28{,}1 \text{ кПа}.$$

Условие равновесия трубки *1*

$$p_2 + \rho_в g h_1 = p_{атм},$$

откуда

$$h_1 = \frac{p_{атм} - p_0}{\rho_в g} = \frac{9{,}81 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^4}{1000 \cdot 9{,}81} = 2{,}9 \text{ м}.$$

Пример 1.11. Для заливки центробежного насоса *1* установлен вакуум-насос *2*. Какой необходимо создать вакуум, если верх корпуса центробежного насоса находится над уровнем воды в резервуаре на расстоянии $H = 3{,}5$ м (рис. 1.10)?

Решение. Из формулы (1.6) имеем:

$$p_{атм} - p_{абс} = p_{вак} = \rho g H,$$

где $p_{абс}$ — абсолютное давление на поверхности воды в корпусе насоса после его заливки;

$$p_{вак} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}5 = 34{,}3 \cdot 10^3 \text{ Па} \approx 34{,}3 \text{ кПа}.$$

Пример 1.12. Для того чтобы газы из внутренней канализационной сети не попадали в жилые помещения, под санитарными приборами устанавливают сифоны *1*, создающие гидравлические затворы *2* (рис. 1.11). Гидравлический затвор представляет собой водяную пробку, которая образуется вследствие заполнения водой нижней петлеобразной трубки сифона. При опорожнении санитарных приборов и движении воды с большими скоростями по вертикальным трубам (стоякам) вместе с водой увлекается воздух и в трубах сети возникает вакуум $p_{вак} = 0{,}005$ ат $= 490$ Па. Какую высоту h должен иметь гидравлический затвор, чтобы он не срывался (вода не отсасывалась)?

Решение. По формуле (1.6) находим:

$$h_{вак} = \frac{p_{вак}}{\rho g} = \frac{490}{1000 \cdot 9,81} = 0,05 \text{ м}.$$

Следовательно, высота затвора должна быть $h \geqslant 50$ мм. Обычно ее принимают $h = 70$ мм.

Пример 1.13. Построить эпюру избыточного гидростатического давления воды на стенку, представленную на рис. 1.12, если $H_1 = 2$ м; $H_2 = 2$ м; $H_3 = 3$ м; $r_1 = H_1$; $r_2 = H_2$.

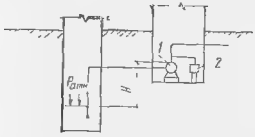


Рис. 1.10

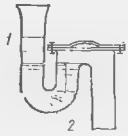


Рис. 1.11

Решение. Вычислим значения избыточного гидростатического давления в характерных точках по формуле (1.4):

$$p_2 = \rho g h = \rho g H_1/2 = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2/2 = 9,81 \cdot 10^3 \text{ Па} = 9,81 \text{ кПа};$$

$$p_3 = \rho g H_1 = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2 = 19,62 \text{ кПа};$$

так как в точках *3* и *4* глубина одинакова,

$$p_4 = p_0 = 19,62 \text{ кПа};$$

$$p_5 = \rho g (H_1 + H_2/2) = 1000 \cdot 9,81 (2 + 2/2) = 29,4 \text{ кПа};$$

$$p_6 = \rho g (H_1 + H_2) = 1000 \cdot 9,81 (2 + 2) = 39,24 \text{ кПа};$$

$$p_7 = \rho g (H_1 + H_2 + H_3) = 1000 \cdot 9,81 (2 + 2 + 3) = 68,7 \text{ кПа}.$$

В каждой точке стенки в направлении, перпендикулярном самой стенке, откладываем в масштабе значения гидростатического давления. Полученные концы векторов соединяем прямой для плоских поверхностей и кривой для криволинейных поверхностей.

Пример 1.14. Для поддержания постоянного расхода жидкости при исследованиях широко применяется сосуд Мариотта (рис. 1.13). После заполнения сосуда жидкостью кран *1* закрывается. Во время опорожнения сосуд соединен с атмосферой только трубкой *2*. Начавшееся истечение приводит к снижению уровня жидкости и созданию вакуума. Уровень воды в трубке *2* понижается и через нее в сосуд начинает поступать воздух. На уровне нижнего конца трубки *2* устанавливается атмосферное давление. Внутри сосуда на этом же уровне оно также поддерживается равным атмосферному. Таким образом, сосуд опорожняется под постоянным напором H и расходом Q. Определить, как изменяется давление p_0 по мере опорожнения сосуда.

Решение. После заполнения сосуда давление в нем равно атмосферному, т. е. $p_0 = p_{атм}$. По мере опорожнения в течение короткого времени оно снижается. При поступлении воздуха в сосуд по трубке *2* определим давление из условия равновесия жидкости на уровне плоскости *0–0*. В трубке *2* давление равно атмосферному. В сосуде на этом же уровне

$$p_{абс} = p_0 + \rho g h.$$

Вследствие равенства этих давлений

$$p_{атм} = p_0 + \rho g h,$$

откуда

$$p_0 = p_{атм} - \rho g h.$$

Из этого уравнения видно, что давление в сосуде действительно меньше атмосферного, т. е. в нем вакуум, равный:

$$p_{вак} = p_{атм} - p_0 = \rho g h.$$

По мере опорожнения сосуда и снижения уровня воды, т. е. уменьшения высоты h, вакуум будет уменьшаться. При достижении уровнем воды в сосуде нижнего конца трубки 2 (при $h=0$) вакуум будет равен нулю, а давление в сосуде достигнет атмосферного

Пример 1.15. Две вертикальные трубы центрального отопления соединены горизонтальным участком, на котором установлена задвижка диаметром $d=0{,}2$ м Температура воды в правой вертикальной тру-

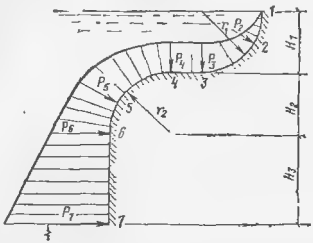


Рис. 1 12

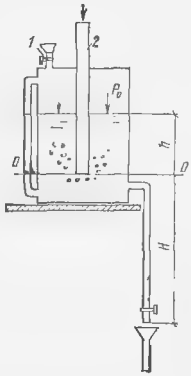


Рис. 1.13

бе 80°С, а в левой 20°С. Найти разность сил суммарного давления на задвижку справа $P_{пр}$ и слева $P_л$ Высота воды в вертикальных трубах над уровнем горизонтальной трубы $h=20$ м (рис. 1.14).

Решение. Плотность воды при температуре 80°С (см. табл. 1)

$$\rho_{80°} = 972 \text{ кг/м}^3,$$

а при температуре 20°С

$$\rho_{20°} = 998 \text{ кг/м}^3.$$

Сила суммарного давления на диски задвижки [по формуле (1 9)]

$$P_{пр} = \rho_{80°} g h_c \omega = 972 \cdot 9{,}8 \cdot 20 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2^2/4 = 5982 \text{ Н};$$

$$P_л = \rho_{20°} g h_c \omega = 998 \cdot 9{,}8 \cdot 20 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2^2/4 = 6142 \text{ Н}.$$

Разность сил суммарного давления

$$P = 6142 - 5982 = 160 \text{ Н}.$$

Пример 1.16. Котел системы водяного отопления имеет лаз для осмотра $D=0{,}8$ м. Лаз закрыт плоской крышкой, прикрепленной 10 болтами. Определить диаметр болтов, если уровень воды в расширительном сосуде находится на высоте $H=30$ м, а центр тяжести крышки — на высоте $h=2$ м от осевой линии котла (рис. 1.15). Температура воды 20°С.

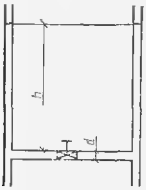


Рис. 1.14

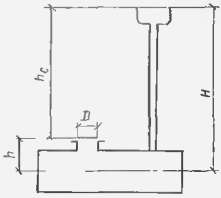


Рис. 1.15

Решение. Определяем силу давления воды на крышку лаза по формуле (1.9):

$$P=\rho g h_c \omega=\rho g (H-h)\,\omega=998{,}2\cdot 9{,}8\,(30-2)\,3{,}14\cdot 0{,}8^2/4=137\cdot 10^3\ \text{Н}.$$

Находим необходимый диаметр болтов, принимая для них допускаемое напряжение на разрыв $[\sigma]=140$ МПа:

$$D=\sqrt{\frac{4P}{10\,[\sigma]\,\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 137\cdot 10^3}{10\cdot 140\cdot 10^6\cdot 3{,}14}}=0{,}011\ \text{м}.$$

Пример 1.17. Определить силу суммарного давления воды на плоский щит, перекрывающий канал, и усилие, которое необходимо приложить для подъема щита. Ширина канала $b=1{,}8$ м, глубина воды в нем $h=2{,}2$ м. Вес щита $G=15$ кН. Коэффициент трения щита по опорам $f=0{,}25$ (рис. 1.16).

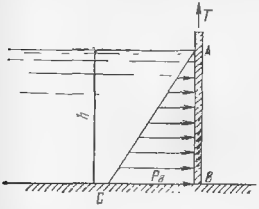


Рис. 1.16

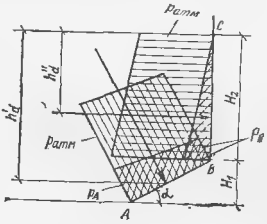


Рис. 1.17

Решение. Силу суммарного давления на щит определяем по формулам (1.8) и (1.9):

$$p=p_c\,\omega=\rho g h_c\, b\, h=\rho g h^2 b/2.$$

Построим эпюру избыточного гидростатического давления. В точке B гидростатическое давление

$$p_B=\rho g h.$$

Отложим от точки B в направлении, перпендикулярном щиту, величину p_B (со стороны действия давления) и соединим начало полученного вектора (точку C) с точкой A. Полученный треугольник ABC — эпюра гидростатического давления.

По эпюре гидростатического давления определим силу суммарного давления на щит, равную объему этой эпюры:

$$P = \omega_{ABC}\, b = \frac{AB \cdot BC}{2}\, b = \frac{\rho g h^2 b}{2}.$$

Полученная формула одинакова с ранее написанной. Подставляя в эту формулу заданные величины, находим:

$$P = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}2^2 \cdot 1{,}8/2 = 42{,}6 \cdot 10^3 \text{ Н} = 42{,}6 \text{ кН}.$$

Усилие, необходимое для подъема щита,

$$T = G + fP = 15 + 0{,}25 \cdot 42{,}6 = 26{,}6 \text{ кН}.$$

Пример 1.18. Построить эпюру гидростатического давления на ломаную стенку резервуара и определить силы суммарных давлений и точки их приложения на участок ломаной стенки ABC длиной 1 м: $H_1 = 1{,}5$ м; $H_2 = 3{,}5$ м; $\alpha = 30°$ (рис. 1.17)

Решение. Избыточное гидростатическое давление

в точке A

$$p_A = \rho g (H_1 + H_2) = 1000 \cdot 9{,}81\ (1{,}5 + 3{,}5) \approx 49{,}05 \text{ кПа};$$

в точке B

$$p_B = \rho g H_2 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}5 = 34{,}34 \text{ кПа}.$$

Для построения эпюры гидростатического давления на стенку CB из точки B в направлении, перпендикулярном стенке CB, откладываем в масштабе $p_{изб} = 34{,}34$ кПа. Полученную точку (со стороны действия давления) соединяем с точкой C. Для построения эпюры гидростатического давления на стенку AB из точек A и B в направлениях, перпендикулярных стенке AB, откладываем в масштабе значения давлений. Полученные точки соединяем между собой (см. рис. 1.17).

Абсолютные давления.

в точке C

$$p_{абс} = p_{атм} = 98{,}1 \text{ кПа};$$

в точке B

$$p_{абс} = p_{атм} + p_{изб} = 98{,}1 + 34{,}34 = 132{,}4 \text{ кПа};$$

в точке A

$$p_{абс} = p_{атм} + p_{изб} = 98{,}1 + 49{,}05 = 147{,}15 \text{ кПа}.$$

Эпюры абсолютных давлений построены путем увеличения давления в каждой точке на $p_{атм} = 98{,}1$ кПа (в принятом масштабе).

Сила суммарного давления на стенку AB

$$p_{AB} = p_c\, \omega = \rho g \left(H_2 + \frac{H_1}{2}\right) \frac{H_1}{\sin 30°}\, 1 = 1000 \cdot 9{,}81 \left(3{,}5 + \frac{1{,}5}{2}\right) \frac{1{,}5}{0{,}5} = 31{,}25 \text{ кН},$$

а глубина погружения точки ее приложения [см. формулу (1.10)]

$$h_d' = h_c + \frac{J_c}{\omega h_c} = h_c + \frac{H_1^2}{12\, h_c} = 3{,}5 + \frac{1{,}5}{2} + \frac{1{,}5^2 \cdot 0{,}5}{12\ (3{,}5 + 1{,}5/2)} = 4{,}3 \text{ м}.$$

⊠

Сила суммарного давления на стенку BC

$$P_{BC} = p_c \omega = \rho g \frac{H_2}{2} H_2 \cdot 1 = 1000 \cdot 9{,}81 \frac{3{,}5^2}{2} 3{,}5 = 60{,}2 \text{ кН},$$

а глубина погружения точки ее приложения

$$h_d'' = \frac{2}{3} H_2 = \frac{2}{3} 3{,}5 = 2{,}33 \text{ м}.$$

Пример 1.19. Щит, перекрывающий канал, расположен под углом $\alpha = 45°$ к горизонту и закреплен шарнирно к опоре над водой (рис. 1.18). Определить усилие, которое необходимо приложить к тросу для открывания щита, если ширина щита $b = 2$ м, глубина воды перед щитом $H_1 = 2{,}5$ м, а после щита $H_2 = 1{,}5$ м. Шарнир расположен над высоким уровнем воды на расстоянии $H_3 = 1$ м. Весом щита и трением в шарнире можно пренебречь

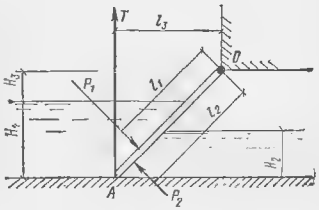


Рис. 1.18

Решение. Сила суммарного давления воды:

слева

$$P_1 = p_c \omega = \rho g \frac{H_1}{2} b \frac{H_1}{\sin \alpha} = \frac{\rho g H_1^2 b}{2 \sin \alpha} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5^2 \cdot 2}{2 \sin 45°} = 86{,}7 \text{ кН};$$

справа

$$P_2 = \frac{\rho g H_2^2 b}{2 \sin \alpha} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5^2 \cdot 2}{2 \sin 45°} = 31{,}25 \text{ кН}.$$

Расстояния от шарнира до центров приложения сил давления:

$$l_1 = \frac{H_3}{\sin \alpha} + \frac{2 H_1}{3 \sin \alpha} = \frac{1}{\sin 45°} + \frac{2 \cdot 2{,}5}{3 \sin 45°} = 3{,}77 \text{ м};$$

$$l_2 = \frac{H_1 + H_3 - H_2}{\sin \alpha} + \frac{2 H_2}{3 \sin \alpha} = \frac{2{,}5 + 1 - 1{,}5}{\sin 45°} + \frac{2 \cdot 1{,}5}{3 \sin 45°} = 4{,}23 \text{ м}.$$

Составим уравнение моментов сил относительно шарнира O:

$$M_0 = -P_1 l_1 + P_2 l_2 + T l_3 = 0.$$

Так как $\alpha = 45°$, то $l_3 = H_1 + H_3$.
Следовательно,

$$T = \frac{P_1 l_1 - P_2 l_2}{l_3} = \frac{86{,}7 \cdot 3{,}77 - 31{,}25 \cdot 4{,}23}{2{,}5 + 1} = 131 \text{ кН}.$$

Пример 1.20. Канал шириной $b = 4$ м перекрыт плоским затвором с ригелями (рис. 1.19). Определить положение ригелей из условия равной нагруженности, если число их $n = 3$, а глубина воды в канале $H = 2{,}5$ м Задачу решить графоаналитически.

Решение. Гидростатическое давление у дна канала

$$p = \rho g H = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5 = 24{,}5 \text{ кПа}.$$

Эпюра гидростатического давления будет иметь форму прямоугольного треугольника с основанием AC, численно равным $p=24{,}5$ кПа (см. рис. 1.19,*а*). Определяем силу суммарного давления при разной глубине воды:

при $H_1 = 0{,}5$ м

$$P_1 = p_c\,\omega = \rho\, g\, h_c\, b\, H_1 = \rho\, g\, H_1^2\, b/2 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5^2 \cdot 4/2 = 4{,}9 \text{ кН};$$

при $H_2 = 1$ м

$$P_2 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1^2 \cdot 4/2 = 19{,}62 \text{ кН};$$

при $H_3 = 1{,}5$ м

$$P_3 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5^2 \cdot 4/2 = 44{,}2 \text{ кН};$$

при $H_4 = 2$ м

$$P_4 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2^2 \cdot 4/2 = 78{,}5 \text{ кН};$$

при $H = 2{,}5$ м

$$P = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5^2 \cdot 4/2 = 123 \text{ кН}.$$

В соответствии с полученными данными строим интегральную кривую давления (см. рис. 1.19,*б*).

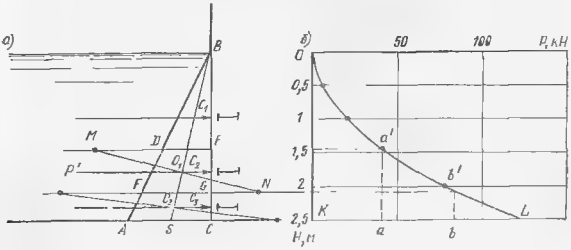


Рис. 1.19

Отрезок KL ($P=123$ кН) делим на три равные части. Из полученных точек a и b проводим вертикальные линии до пересечения с кривой $P=f(H)$. Линии DE и FG, проведенные на уровне полученных точек a' и b', делят эпюру гидростатического давления на равные площади. Силы давления на площади затвора BE; EG и GC также равны между собой и составляют:

$$P' = P/3 = 123/3 = 41 \text{ кН}.$$

Определим точки приложения сил суммарного давления на каждую из трех частей затвора.

Глубина погружения центра давления на площадь BE

$$B\,C_1 = \frac{2}{3}\,B\,E = \frac{2}{3}\,2{,}9 = 1{,}93 \text{ м}.$$

(BE — 2,9 м — определено по рис. 1.19,*а*).

Положение точки C_2 определим графически. На продолжении DE откладываем отрезок $DM=FG$, а на продолжении FG — отрезок $GN=DE$. Соединяем точки M и N. Пересечение линии MN и средней линии BS дает точку O_1, являющуюся центром тяжести трапеции, через которую проходит сила давления на площадь EG. Суммарная сила перпендикулярна плоскости, на

которую она действует. Проведем перпендикуляр к плоскости EG через точку O_1 и получим точку C_2 приложения силы. Аналогично находим точку C_3. По рисунку, выполненному в масштабе, находим:

$$BC_2 = 3{,}5 \text{ м}; \quad BC_3 = 4{,}55 \text{ м}.$$

В точках C_1, C_2 и C_3 и расположены ригели.

Пример 1.21. Определить силу давления жидкости на затвор донного водовыпуска высотой $h = 1{,}5$ м, шириной $b = 5$ м и точку ее приложения. Глубина воды перед плотиной $H_1 = 4$ м, после плотины $H_2 = 2$ м (рис. 1.20).

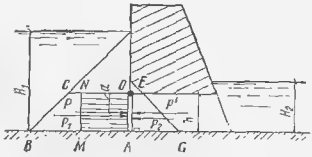


Рис. 1.20

Решение Сила суммарного давления воды на затвор со стороны верхнего бьефа

$$P_1 = P_c \omega = \rho g (H_1 - h/2) h b = 1000 \cdot 9{,}81 \ (4 - 1{,}5/2) \ 1{,}5 \cdot 5 = 239{,}5 \text{ кН}.$$

Глубина погружения центра давления [см. формулу (1.10)]

$$h_d' = h_c + \frac{J_c}{\omega h_c} = h_c + \frac{b h^3/12}{b h h_c} = (H_1 - h/2) +$$

$$+ \frac{h^2}{12 \ (H_1 - h/2)} = (4 - 1{,}5/2) + \frac{1{,}5^2}{12 \ (4 - 1{,}5/2)} = 3{,}31 \text{ м}.$$

Сила суммарного давления воды на затвор со стороны нижнего бьефа

$$P_2 = \rho g \ (H_2 - h/2) \ h \ b = 1000 \cdot 9{,}81 \ (2 - 1{,}5/2) \ 1{,}5 \cdot 5 = 92 \text{ кН}.$$

Глубина погружения центра давления

$$h_d'' = (H_2 - h/2) + \frac{h^2}{12 \ (H_2 - h/2)} = (2 - 1{,}5/2) + \frac{1{,}5^2}{12 \ (2 - 1{,}5/2)} = 1{,}4 \text{ м}.$$

Сила суммарного давления на затвор

$$P = P_1 - P_2 = 239{,}5 - 92 = 147{,}5 \text{ кН}.$$

Точка приложения этой силы определяется из уравнений моментов сил относительно точки O:

$$\Sigma M_0 = -P_1 \ [h_d' - (H_1 - h)] + P_2 \ [h_d'' - (H_2 - h)] + P' a = 0,$$

где P' реактивная сила двух сил суммарного давления P_1 и P_2;

$$a = \frac{P_1 \ [h_d' - (H_1 - h)] - P_2 \ [h_d'' - (H_2 - h) \ ]}{P'} =$$

$$= \frac{239{,}5 \ [3{,}31 - (4 - 1{,}5)] - 92 \ [1{,}4 - (2 - 1{,}5)]}{147{,}5} = 0{,}75 \text{ м}.$$

Таким образом, сила суммарного давления приложена к середине затвора. Графоаналитически эта задача решается значительно проще.

Построим эпюры гидростатического давления, которое в основании затвора равно:

от столба воды в верхнем бьефе

$$p = \rho g H_1 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 4 = 39{,}25 \text{ кПа};$$

от столба воды в нижнем бьефе

$$p = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2 = 19{,}62 \text{ кПа}.$$

Эпюра гидростатического давления на затворе со стороны верхнего бьефа представляет собой трапецию $ABCO$ с основанием AB, численно равным 39,25 кПа. Эпюра гидростатического давления на затвор со стороны нижнего бьефа представляет собой также форму трапеции $AGBO$ с основанием AG, численно равным 19,62 кПа.

Суммарную эпюру гидростатического давления находим вычитанием второй эпюры из первой ($BM = AG$, $CN = OE$). Таким образом, искомая эпюра будет представлять собой прямоугольник с основанием AM, численно равным: 39,25—19,62 = 19,63 кПа.

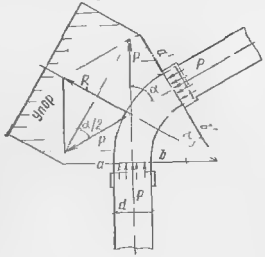
Сила суммарного давления определяется как объем этой эпюры:

$$P = \omega_{MNOA}\, b = 19{,}63 \cdot 1{,}5 \cdot 5 = 147{,}5 \text{ кН}.$$

Так как эпюра имеет форму прямоугольника, то точка приложения силы суммарного давления будет расположена в середине затвора, т. е.

$$a = h/2 = 1{,}5/2 = 0{,}75 \text{ м}.$$

Пример 1.22. Водопровод (из чугунных раструбных труб) диаметром $d = 300$ мм имеет поворот под углом $\alpha = 60°$. Определить усилие R, на которое должен быть рассчитан упор, если давление в трубопроводе $p = 343$ кПа (рис. 1.21).



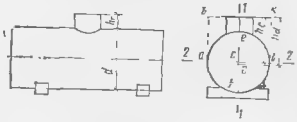


Рис 1.22

Рис. 1.21

Решение. Сила суммарного давления в сечениях $a - b$ и $a' - b'$

$$P = p\omega = p\pi d^2/4.$$

Равнодействующая сила суммарного давления

$$R = 2P \sin\frac{\alpha}{2} = p\frac{\pi d^2}{2}\sin\frac{\alpha}{2} = 343\,\frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{2}\sin\frac{60°}{2} \approx 24 \text{ кН}.$$

На повороте трубопровода должен быть сделан упор в виде бетонного или каменного массива, который воспримет усилие R, исключит смещение отвода и труб и выход гладких их концов из раструбов.

Пример 1.23. Определить силу суммарного давления на торцовую плоскую стенку цилиндрической цистерны диаметром $d = 2{,}4$ м и точку ее приложения. Высота горловины $h_к = 0{,}6$ м Цистерна заполнена бензином до верха горловины (рис. 1 22).

Решение. Сила суммарного давления

$$P = p_c\,\omega = \rho\, g\,(h_r + d/2)\,\pi\, d^2/4 = 740 \cdot 9{,}81\ (0{,}6 + 2{,}4/2)\ 3{,}14 \cdot 2{,}4^2/4 =$$
$$= 59 \cdot 10^3\ \text{Н} = 59\ \text{кН};$$

здесь $\rho = 740$ кг/м³ — плотность бензина (см. приложение 1).

Точка приложения (центр давления) силы суммарного давления расположена на глубине (от верхней кромки горловины)

$$h_d = h_c + \frac{J_c}{\omega\, h_c} = h_c + \frac{\pi\, d^4/64}{\frac{\pi\, d^2}{4} h_c} = h_c + \frac{d^2}{16\, h_c} = \left(h_r + \frac{d}{2}\right) +$$
$$+ \frac{d^2}{16\ (h_r + d/2)} = \left(0{,}6 + \frac{2{,}4}{2}\right) + \frac{2{,}4^2}{16\ (0{,}6 + 2{,}4/2)} = 2\ \text{м}.$$

Пример 1.24. Для промывки (удаления отложений) начальных участков канализационной сети построен промывной колодец (рис. 1.23), периодически наполняемый и опорожняемый. Опорожнение производится открыванием клапана *1* с помощью рычага *2* на шарнире *3*. Определить усилие *T*, которое необходимо приложить к тросу *4*, чтобы открыть клапан при глубине

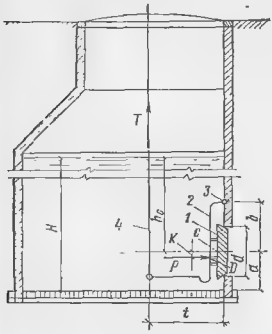


Рис. 1 23

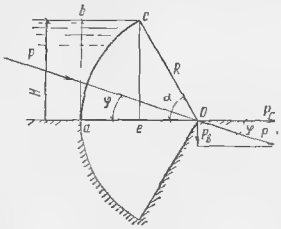


Рис. 1 24

воды в колодце $H = 1{,}8$ м. Диаметр отводной трубы $d = 200$ мм. Центр ее возвышается над дном колодца на $a = 150$ мм. Остальные размеры следующие: $b = 200$ мм; $t = 300$ мм.

Решение. Сила суммарного давления воды на клапан

$$P = p_c\,\omega = \rho\, g\, h_c\,\omega = \rho\, g\ (H - a)\ \pi\, d^2/4 =$$
$$= 1000 \cdot 9{,}81\ (1{,}8 - 0{,}15)\ 3{,}14 \cdot 0{,}2^2/4 = 508\ \text{Н}.$$

Расстояние от центра тяжести площади клапана до точки приложения силы суммарного давления (центра давления) [7, с. 17]

$$k = \frac{d^2}{16\, h_c} = \frac{d^2}{16\ (H - a)} = \frac{0{,}2^2}{16\ (1{,}8 - 0{,}15)} = 0{,}0015\ \text{м}.$$

Усилие T определяем из уравнения моментов сил относительно шарнира 3:

$$\Sigma M_0 = T\,l - P\,(b + k) = 0,$$

откуда

$$T = P\,(b + k)/l = 508\,(0{,}2 + 0{,}0015)/0{,}3 = 341 \text{ Н}.$$

Пример 1.25. Определить силу суммарного давления на секторный затвор и ее направление. Глубина воды перед затвором $H = 4$ м, длина затвора $L = 8$ м, $\alpha = 60°$ (рис 1.24).

Решение. Горизонтальная составляющая силы давления равна силе давления на вертикальную проекцию затвора [см формулу (1.12)]:

$$P_г = p_c\,\omega_в = \rho\,g\,H^2\,L/2 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 4^2 \cdot 8/2 = 628 \text{ кН}.$$

Вертикальную составляющую силы давления определяем по формуле (1.13):

$$P_в = \rho\,g\,W = \rho\,g\,\omega_{abc}\,L,$$

где W — объем тела abc длиной L;
ω_{abc} — площадь фигуры abc;

$$R = \frac{H}{\sin\alpha} = \frac{4}{\sin 60°} = 4{,}62 \text{ м};$$

$$Oe = R\cos\alpha = 4{,}62 \cdot 0{,}5 = 2{,}31 \text{ м};$$

$$\omega_{oac} = \frac{\pi d^2}{4}\,\frac{\alpha}{360} = \frac{3{,}14\,(2 \cdot 4{,}62)^2}{4}\,\frac{60}{360} = 11{,}2 \text{ м}^2;$$

$$\omega_{Oec} = \frac{ce \cdot Oe}{2} = \frac{4 \cdot 2{,}31}{2} = 4{,}62 \text{ м}^2;$$

$$\omega_{oce} = \omega_{Oac} - \omega_{Oec} = 11{,}2 - 4{,}62 = 6{,}58 \text{ м}^2;$$

$$\omega_{abce} = ab \cdot ae = 4\,(4{,}62 - 2{,}31) = 9{,}24 \text{ м}^2;$$

$$\omega_{abc} = \omega_{abce} - \omega_{oce} = 9{,}24 - 6{,}58 = 2{,}66 \text{ м}^2;$$

$$P_в = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}66 \cdot 8 = 209{,}5 \text{ кН}.$$

Равнодействующую сил давлений определяем по формуле (1.11):

$$P = \sqrt{P_г^2 + P_в^2} = \sqrt{628^2 + 209{,}5^2} \approx 660 \text{ кН}.$$

Направление этой силы определяется углом φ:

$$\operatorname{tg}\varphi = P_в/P_г = 209{,}5/628 = 0{,}333;\ \varphi = 18°25'.$$

Пример 1.26. Построить эпюру избыточного гидростатического давления и определить силу суммарного давления и направление ее на цилиндрический затвор. Диаметр затвора $d = 2{,}5$ м, глубина воды перед ним $H = 1{,}8$ м, длина затвора $L = 4$ м (рис. 1.25).

Решение. Избыточное гидростатическое давление равно:
на глубине $H/4$

$$p_1 = \rho\,g\,h = \rho\,g\,H/4 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}8/4 = 4{,}4 \text{ кПа};$$

на глубине $H/2$

$$p_2 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}8/2 = 8{,}8 \text{ кПа};$$

на глубине $3H/4$

$$p_3 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3 \cdot 1{,}8/4 = 13{,}2 \text{ кПа};$$

на глубине H

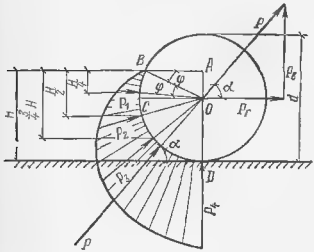
$$p_4 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}8 = 17{,}6 \text{ кПа}.$$

На соответствующей глубине на продолжении радиусов откладываем в масштабе полученные величины гидростатического давления Концы векторов соединяем кривой линией.

Горизонтальная составляющая силы суммарного давления

$$P_г = p_c\,\omega_в = \rho g\,\frac{H^2}{2}\,L = 1000\cdot 9,81\,\frac{1,8^2}{2}\,4 = 63,5\ \text{кН},$$

где $\omega_в$ — площадь проекции криволинейной стенки BCD на вертикальную плоскость.



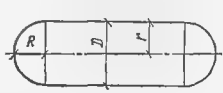


Рис. 1.26

Рис 1 25

Вертикальная составляющая силы суммарного давления [см формулу (1.13)]

$$P_в = \rho g W = \rho g \omega L,$$

где W — объем тела $ABCD$;

ω — площадь фигуры $ABCD$.

Определим угол φ:

$$\sin\varphi = \frac{AO}{BO} = \frac{H - d/2}{d/2} = \frac{1,8 - 2,5/2}{2,5/2} = 0,44;\quad \varphi = 26°;$$

$$\angle BOD = 90° + 26° = 116°.$$

Площадь фигуры $ABCD$ равна:

$$\omega = \omega_{OBCD} + \omega_{ABO} = \frac{\pi d^2}{4}\,\frac{\angle BOD}{360} + \frac{\left(H - \frac{d}{2}\right)\frac{d}{2}\cos\varphi}{2} =$$

$$= \frac{3,14\cdot 2,5^2}{4}\,\frac{116}{360} + \frac{\left(1,8 - \frac{2,5}{2}\right)\frac{2,5}{2}\cos 26°}{2} = 1,89\ \text{м}^2.$$

Следовательно, вертикальная составляющая

$$P_в = 1000\cdot 9,81\cdot 1,89\cdot 4 = 74,8\ \text{кН}.$$

Равнодействующую силу давления определим по формуле (1 14):

$$P = \sqrt{63,5^2 + 74,8^2} = 98,2\ \text{кН}.$$

Угол наклона равнодействующей давления к горизонту находим из соотношения (1.14):

$$\operatorname{tg}\alpha = P_в/P_г = 74,8/63,5 = 1,18;$$

$$\angle\alpha = 60°.$$

Пример 1.27. Определить толщину листов стального резервуара, заполненного газом, если избыточное давление $p=1500$ кПа. Диаметр резервуара $D=2$ м. Радиус сферических торцовых частей $R=1$ м (рис. 1.26).

Решение. Толщину стенок резервуара находим по формуле

$$\delta = \frac{pr}{[\sigma]\varphi} + e,$$

где r — радиус цилиндрической части резервуара;

$[\sigma]$ — допускаемое напряжение на разрыв;

φ — коэффициент, учитывающий ослабление сечения стенки заклепками;

e — запас на ржавчину

Принимаем: $e=1$ мм $=0{,}001$ м; $\varphi=0{,}75$; $[\sigma]=100$ МПа

Толщина цилиндрических стенок резервуара

$$\delta_{ц} = \frac{pr}{[\sigma]\varphi} + e = \frac{15\cdot10^6\cdot1}{1\cdot10^8\cdot0{,}75} + 0{,}001 = 0{,}021 \text{ м}.$$

Толщина сферических торцовых частей

$$\delta_{сф} = \frac{pr}{2\,[\sigma]\,\varphi} + e = \frac{15\cdot10^6\cdot1}{2\cdot10^8\cdot0{,}75} + 0{,}001 = 0{,}012 \text{ м}.$$

Пример 1.28. По стальному трубопроводу диаметром $d=0{,}6$ м подается вода под давлением $p=5$ МПа. Определить напряжение в стенке трубы, если толщина ее $\delta=15$ мм.

Решение. Суммарная сила давления, разрывающая трубу в продольном направлении, равна гидростатическому давлению, умноженному на площадь вертикальной проекции криволинейной стенки:

$$P = p\,d\,l.$$

Разрыв происходит по двум продольным сечениям стенки трубы. Напряжение, возникающее в материале стенки,

$$\sigma = \frac{P}{2S} = \frac{p\,d\,l}{2\,\delta\,l} = \frac{p\,d}{2\,\delta} = \frac{5\cdot0{,}6}{2\cdot1{,}5\cdot10^{-2}} = 100 \text{ МПа}.$$

Пример 1.29. Определить силы, разрывающие горизонтальную, наполненную бензином цистерну длиной $l=10$ м по сечениям $I-I$ и $2-2$ при условиях примера 1.23 (см. рис. 1.22).

Решение. Сила, разрывающая цистерну по сечению $I-I$, равна горизонтальной составляющей силы давления воды на криволинейную стенку etf или eaf:

$$P_г = p_c\,\omega_в = \rho\,g\,(h_г + d/2)\,d\,l = 740\cdot9{,}81\,(0{,}6 + 2{,}4/2)\,2{,}4\cdot10 =$$

$$= 314\cdot10^8 \text{ Н} = 314 \text{ кН}.$$

Силы, растягивающие цистерну по сечению $2-2$, равны силам, действующим на криволинейные стенки aet и aft. Эти силы также направлены противоположно друг другу. Сила давления на криволинейную стенку aet

$$P_в = \rho\,g\,W = \rho\,g\,\omega\,l,$$

где W — объем тела $abkt$;

ω — площадь фигуры $adkte$:

$$\omega = \omega_{abkt} - \omega_{aet} - d\left(h_г + \frac{d}{2}\right) - \frac{\pi d^2}{4\cdot2} =$$

$$= 2{,}4\left(0{,}6 + \frac{2{,}4}{2}\right) - \frac{3{,}14\cdot2{,}4^2}{8} = 1{,}07 \text{ м}^2.$$

Подставляя цифровые значения, находим:

$$P_в = 740\cdot9{,}81\cdot1{,}07\cdot10 = 77{,}6\cdot10^8 \text{ Н} = 77{,}6 \text{ кН}.$$

Пример 1.30. Для прочистки канализационного самотечного трубопровода диаметром $d=500$ мм используется полый металлический шар, диаметр которого $d_ш$ на 20% меньше диаметра трубопровода. Шар стесняет сечение трубопровода и создает в колодце подпор воды высотой $H=2$ м над верхом трубы. Шар прижимается к верхней полуокружности трубы. Осадок смывается струей воды, вытекающей из-под шара. Определить силу P, которую необходимо приложить, чтобы удержать шар в назначенном месте (рис. 1.27).

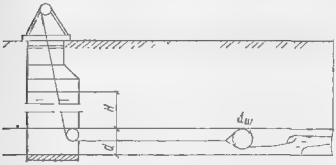


Рис. 1.27

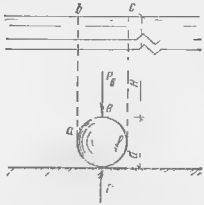


Рис. 1.28

Решение. Сила, которую нужно приложить для удержания шара, должна быть больше или равна горизонтальной составляющей силы давления воды на шар. Эта последняя равна суммарному давлению воды на вертикальную проекцию шара и находится по формуле (1.12).

$$P = P_г = p_c\,\omega_ш = \rho g\,(H + 0{,}8\,d/2)\,\pi\,(0{,}8\,d)^2/4 =$$
$$= 1000 \cdot 9{,}81\,(2 + 0{,}8 \cdot 0{,}5/2)\,3{,}14\,(0{,}8 \cdot 0{,}5)^2/4 = 2710 \text{ Н}.$$

Пример 1.31. Для выпуска сточных вод в море построен трубопровод диаметром $d=800$ мм, уложенный по дну на глубине $H=30$ м. Определить силы, действующие на трубопровод, когда он не заполнен (рис. 1.28).

Решение. Сила, действующая на трубопровод сверху, определяется как вертикальная составляющая суммарных сил давления на криволинейную поверхность *aef*. Она равна весу воды в объеме тела *abcfe*, т. е. (на 1 м длины трубопровода)

$$P_в = \rho g W = \rho g\,\omega_{abcfe} \cdot 1 = \rho g\,(\omega_{abcf} - \omega_{aef}) =$$
$$= \rho g \left[d\left(H + \frac{d}{2}\right) - \frac{\pi d^2}{4 \cdot 2} \right] = 1030 \cdot 9{,}81 \times$$
$$\times \left[0{,}8\left(30 + \frac{0{,}8}{2}\right) - \frac{3{,}14 \cdot 0{,}8^2}{4 \cdot 2} \right] = 236 \cdot 10^3 \text{ Н} = 236 \text{ кН},$$

где $\rho = 1030$ кг/м³ — плотность морской воды (см. приложение 1).

Сила $P'_в$, действующая на трубопровод снизу, больше силы $P_в$ на величину веса воды в рассматриваемом участке трубопровода, т. е. $P'_в = P_в + \frac{\pi d^2}{4} \cdot 1\,\rho g$; собственный вес трубы G должен быть равен $P'_в - P_в$ для того, чтобы исключить возможность ее всплывания.

Силы, действующие на трубопровод по горизонтали, равны и направлены противоположно друг другу. Каждая из этих сил равна горизонтальной составляющей сил давления воды на криволинейную стенку, которая, в свою

очередь, равна силе суммарного давления воды на вертикальную проекцию трубы, т. е. (на 1 м длины трубопровода)

$$P_г = p_c \omega = \rho g (H + d/2) d = 1030 \cdot 9{,}81 (30 + 0{,}8/2) 0{,}8 = 246 \cdot 10^3 \text{ Н} =$$
$$= 246 \text{ кН}.$$

Пример 1.32. Определить вес груза, установленного на круглом в плане металлическом понтоне диаметром $d = 4$ м, если после установки груза осадка понтона увеличилась на $h = 0{,}6$ м.

Решение. Вес груза равен дополнительной силе вытеснения воды. В соответствии с законом Архимеда дополнительная сила вытеснения определяется по формуле (1.15):

$$P_{выт} = \rho g W_{погр} = \rho g \frac{\pi d^2}{4} h.$$

Следовательно, вес груза

$$G = \rho g \frac{\pi d^2}{4} h = 1000 \cdot 9{,}81 \frac{3{,}14 \cdot 4^2}{4} 0{,}6 = 74 \text{ кН}.$$

Пример 1.33. Простейший ареометр (прибор для определения плотности жидкостей), выполненный из круглого карандаша диаметром $d = 8$ мм и прикрепленного к его основанию металлического шарика диаметром $d_ш = 5$ мм, имеет вес $G = 0{,}006$ Н. Определить плотность жидкости ρ, если ареометр цилиндрической частью погружается в нее на глубину $h = 1{,}5$ см.

Решение. Вес ареометра уравновешивается силой вытеснения. Следовательно,

$$G = \rho g W_а = \rho g (W_ш + W) = \rho g \left(\frac{\pi d_ш^3}{6} + \frac{\pi d^2}{4} h \right),$$

откуда

$$\rho = \frac{G}{g \left(\frac{\pi d_ш^3}{6} + \frac{\pi d^2}{4} h \right)} =$$

$$= \frac{0{,}006}{9{,}81 \left(\frac{3{,}14 \cdot 0{,}006^3}{6} + \frac{3{,}14 \cdot 0{,}008^2}{4} 0{,}015 \right)} = 730 \text{ кг/м}^3.$$

Пример 1.34. Определить минимальное заглубление h_0 верха оголовка *1* речного водозаборного сооружения (рис. 1.29) из условия свободного пропуска льда *2* в зимнее время, если наибольшая толщина льда $h_л = 0{,}8$ м, а плотность льда $\rho = 920$ кг/м³ (см. приложение 15).

Решение. При плавании льда на поверхности воды соблюдается условие

$$G_л = P_{выт}.$$

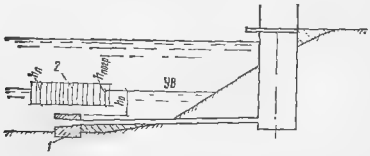


Рис. 1.29

Вес 1 м² (в плане) льда

$$G_л = \rho_л g W_л = \rho_л g h_л \cdot 1 \cdot 1,$$

где $W_л$ — объем льда.

Выталкивающая сила воды, действующая на 1 м² льда [см формулу (1.15)],

$$P_{выт} = \rho g W_{погр} = \rho g h_{погр} \cdot 1 \cdot 1,$$

где $W_{погр}$ — объем погружаемой в воду части льда;

$h_{погр}$ — глубина погружения льда;

ρ — плотность воды.

Следовательно,

$$G_л = \rho_л g h_л = \rho g h_{погр}$$

или

$$h_{погр} = \frac{\rho_л}{\rho} h_л.$$

С учетом исходных величин

$$h_{погр} = \frac{[illegible]}{1000} 0,8 = 0,736 \text{ м}.$$

Минимальное заглубление верха оголовка обычно принимается не менее чем на 0,3 м больше глубины погружения льда в воду, т. е.

$$h_0 = h_{погр} + 0,3 = 0,736 + 0,3 = 1,04 \text{ м}.$$

Пример 1.35. Объем части ледяной горы, возвышающейся над поверхностью моря, равен $W_1 = 12,5$ м³. Определить общий объем ледяной горы и глубину ее погруженной части, если в плане она имеет форму прямоугольника размером $a \times b = 3 \times 2$ м

Решение. Общий вес ледяной горы

$$G_л = (W_1 + W_2) \rho_л g,$$

где W_2 — объем подводной части ледяной горы;

$\rho_л$ — плотность льда.

Сила вытеснения (подъемная сила) по закону Архимеда

$$P_{выт} = W_2 \rho g,$$

где ρ — плотность морской воды.

При плавании ледяной горы соблюдается условие

$$G_л = P_{выт};$$

$$(W_1 + W_2) \rho_л g = W_2 \rho g,$$

отсюда

$$W_2 = \frac{W_1 \rho_л}{\rho - \rho_л};$$

$\rho_л = 920$ кг/м³ (см. приложение 10);

$\rho = 1030$ кг/м³ (см. приложение 1).

Подставляя цифровые значения в предыдущую формулу, получим:

$$W_2 = \frac{12,5 \cdot 920}{1030 - 920} = 104 \text{ м}^3.$$

Общий объем ледяной горы

$$W = W_1 + W_2 = 12,5 + 104 = 116,5 \text{ м}^3.$$

Глубина погруженной части ледяной горы

$$h_{погр} = \frac{W_2}{ab} = \frac{104}{3 \cdot 2} = 17{,}4 \text{ м}.$$

Пример 1.36. Дюкер, выполненный из стальных труб диаметром $d = 500$ мм, должен опускаться на дно реки без заполнения водой. Определить необходимый объем балластирующего (дополнительного) бетонного груза $W_б$ для обеспечения затопления трубопровода (на 1 м длины трубопровода).

Решение. Вес 1 м трубопровода с бетонным грузом определяется по формуле

$$G = G_{тр} + G_б = G_{тр} + \rho_б g W_б,$$

где $G_{тр}$ — вес 1 м трубопровода;

$G_б$ — вес бетонного груза для 1 м трубопровода,

$\rho_б = 2500$ кг/м³ — плотность бетона

Выталкивающая сила воды, приходящаяся на 1 м длины трубопровода, по закону Архимеда

$$P_{выт} = \rho g (W_{тр} + W_б) = \rho g [\pi (d + 2\delta)^2/4 + W_б],$$

где $W_{тр}$ — объем 1 м трубопровода;

δ — толщина стенок труб;

ρ — плотность воды

Объем бетонного груза определится из условия

$$G = k P_{выт},$$

где k — коэффициент запаса устойчивости трубопровода от всплывания (обычно рекомендуется принимать $k = 1{,}5$).

Таким образом,

$$G_{тр} + \rho_б g W_б = k \rho g [\pi (d_{тр} + 2\delta)^2/4 + W_б],$$

откуда

$$W_б = \frac{k \rho g \pi (d_{тр} + 2\delta)^2/4 - P_{тр}}{g (\rho_б - k\rho)}.$$

Вес 1 м трубы диаметром 500 мм с толщиной стенок $\delta = 8$ мм (ГОСТ 8696—62)

$$P_{тр} = 1025 \text{ Н}.$$

В результате будем иметь

$$W_б = \frac{1{,}5 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}14 (0{,}5 + 2 \cdot 0{,}008)^2/4 - 1025}{9{,}81 (2500 - 1{,}5 \cdot 1000)} = 0{,}21 \text{ м}^3.$$

Пример 1.37. Определить необходимый объем W заполненного светильным газом воздушного шара, поднимающего на уровне земли груз весом $G = 10\,000$ Н.

Решение. Подъемная сила воздуха $P_{выт}$, действующая на шар по закону Архимеда, уравновешивается весом шара G и весом газа в нем $\rho_г g W$ [см. формулу (1.15)]:

$$P_{выт} = \rho_{возд} g W = \rho_г g W + G,$$

$$G = (\rho_{возд} - \rho_г) g W$$

и

$$W = \frac{G}{(\rho_{возд} - \rho_г) g},$$

где $\rho_{возд}$ — плотность воздуха у земли;

$\rho_г$ — плотность светильного газа.

Принимаем $\rho_{возд}=1{,}23$ кг/м³, $\rho_г=0{,}515$ кг/м³ и получаем:

$$W=\frac{10\,000}{(1{,}23-0{,}515)\ 9{,}81}=1420\ м^3.$$

Пример 1.38. Резервуар водопроводной башни оборудован ограничителем уровня воды, представляющим собой клапан *1*, соединенный тягой с поплавком *2* (рис. 1.30).

При повышении уровня воды выше предельного значения погружение поплавка достигает такой величины, при которой выталкивающая сила воды превышает действующее на клапан давление. Клапан открывается, и через него

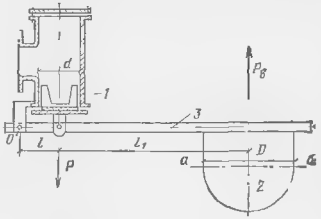


Рис. 1 31

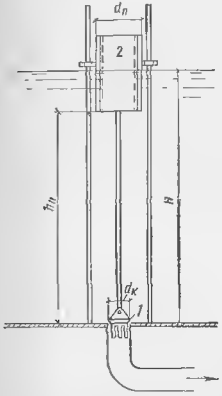


Рис. 1 30

сбрасывается часть воды. При снижении уровня воды клапан закрывается. Определить расстояние от дна резервуара до низа поплавка $h_п$, при котором будет обеспечена глубина воды в резервуаре $H=4{,}5$ м. Диаметр поплавка $d_п=0{,}4$ м, вес его с клапаном и тягой $G=120$ Н. Диаметр клапана $d_к=0{,}1$ м.

Решение Сила давления воды на клапан [см. формулу (1.9)]

$$P=\rho g H \omega_к=\rho g H \pi d_к^2/4,$$

где $\omega_к$ — площадь клапана.

Выталкивающая сила равна [см. формулу (1.15)]

$$P_{выт}=\rho g W_{погр}=\rho g \frac{\pi d_п^2}{4}(H-h_п).$$

Искомая величина $h_п$ определится из условия равновесия сил:

$$P+G=P_{выт}.$$

Если $P_{выт}>P+G$, клапан откроется, и резервуар начнет опорожняться. С учетом полученных зависимостей

$$\rho g H \frac{\pi d^2}{4}+G=\rho g \frac{\pi d_п^2}{4}(H-h_п);$$

$$1000 \cdot 9{,}81 \cdot 4{,}5 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4} + 120 = 1000 \cdot 9{,}81 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}4^2}{4} (4{,}5 - h_п);$$

$$466 = 1230 (4{,}5 - h_п),$$

откуда

$$h_п = \frac{5550 - 466}{1230} = 4{,}14 \text{ м}.$$

Пример 1.39. Запорно-поплавковый клапан бака водонапорной башни имеет следующие размеры: $d = 100$ мм; $l = 68$ мм; $l_1 = 520$ мм; $D = 325$ мм (рис. 1.31). Если уровень воды не достигает полушара *2*, то клапан *1* открыт, и вода поступает в бак. По мере подъема уровня воды и погружении в нее полушара на рычаг *3* начинает действовать сила $P_{выт}$, равная выталкивающей силе воды (по закону Архимеда). Через рычаг усилие передается на клапан. Если величина этого усилия превысит силу давления воды P на клапан, то он закроется и вода перестанет поступать в бак. Определить, до какого предельного давлении p клапан будет закрыт, если допускается погружение в воду только полушара поплавка (до линии $a - a$).

Решение. Сила суммарного давления воды на клапан

$$P = p\,\omega = p\,\pi\,d^2/4,$$

где p — гидростатическое давление в корпусе клапана;

ω — площадь клапана.

Выталкивающая сила воды, действующая на поплавок, в соответствии с законом Архимеда

$$P_{выт} = \rho\, g\, W_ш = \rho\, g \cdot 0{,}5\,\pi\, D^3/6,$$

где $W_ш$ — объем шара.

Сумма моментов сил относительно шарнира О

$$\Sigma M_0 = l\,P - (l + l_1)\,P_{выт} = 0.$$

С учетом ранее полученных зависимостей

$$l\,p\,\pi\,d^2/4 - (l + l_1)\,\rho\, g \cdot 0{,}5\,\pi\, D^3/6 = 0.$$

Отсюда находим предельное давление

$$p = \frac{(l + l_1)\,\rho\, g \cdot 0{,}5\,\pi\, D^3/6}{l\,\pi\, d^2/4} = \frac{(0{,}068 + 0{,}52)\ 1000 \cdot 9{,}81}{0{,}068 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1^2/4} \times$$

$$\times \frac{0{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}325^3}{6} = 96{,}8 \cdot 10^3 \text{ Па} = 96{,}8 \text{ кПа}.$$

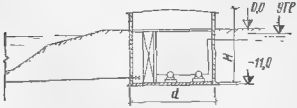


Рис. 1.32

Пример 1.40. Береговой колодец, совмещенный с насосной станцией, представляет собой вертикальный цилиндр диаметром $d = 16$ м, высотой $H = 14{,}5$ м, заглубленный на 11 м (рис. 1.32). Наивысший уровень грунтовых вод на 1 м ниже уровня земли. Вес колодца вместе с оборудованием $G_к = 35{,}5$ МН. Сила трения стен колодца по грунту $F = 1{,}4$ МН. Определить устойчивость колодца против всплывания.

Решение. Объем части колодца, находящейся ниже уровня грунтовых вод,

$$W = \frac{\pi\, d^2}{4}\, h = \frac{3{,}14 \cdot 16^2}{4} (11 - 1) = 2 \cdot 10^3 \text{ м}^3.$$

Подъемная сила

$$P = \rho g W_{погр} = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 10^3 \approx 19{,}6 \text{ МН}.$$

Коэффициент всплывания

$$k_{вспл} = \frac{G_к + F}{P} = \frac{35{,}5 + 1{,}4}{19{,}6} = 1{,}88.$$

Колодец считается устойчивым, если удерживающие силы превышают подъемную силу не менее чем в 1,25 раза. В данном случае береговой колодец устойчив против всплывания, так как

$$k_{вспл} = 1{,}88 > 1{,}25.$$

Пример 1.41. Определить глубину погружения и остойчивость железобетонного понтона, имеющего форму параллелепипеда высотой $h = 1{,}8$ м, шириной $b - 2{,}5$ м, длиной $l = 6$ м. Толщина стенок понтона $\delta = 0{,}1$ м.

Решение. Вес понтона

$$G = \rho_б g W = \rho_б g \left[2 l b \delta + 2 b (h - 2\delta) \delta + 2 (l - 2\delta)(h - 2\delta) \delta\right],$$

где W — объем железобетонных стенок понтона;

$\rho_б = 2500$ кг/м^3 — плотность бетона.

Подставляя численные значения, получим:

$$G = 2500 \cdot 9{,}81 \left[2 \cdot 6 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 2{,}5 (1{,}8 - 2 \cdot 0{,}1) 0{,}1 + 2 (6 - 2 \cdot 0{,}1) \times \right.$$
$$\left. \times (1{,}8 - 2 \cdot 0{,}1) 0{,}1\right] = 139 \cdot 10^3 \text{ Н} = 139 \text{ кН}.$$

Силу вытеснения (подъемную силу) находим по формуле (1.15):

$$P_{выт} = \rho g W_{погр} = \rho g b l h_1,$$

где h_1 — глубина погружения понтона.

Сила вытеснения при плавании понтона в воде равна его весу, т. е.

$$G = P_{выт},$$

поэтому

$$G = \rho g b l h_1,$$

откуда

$$h_1 = \frac{G}{\rho g b l} = \frac{139 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5 \cdot 6} = 0{,}95 \text{ м}.$$

Центр давления (водоизмещения) находится над дном понтона на расстоянии

$$h_в = h_1/2 = 0{,}95/2 = 0{,}475 \text{ м}.$$

Определим метацентрическую высоту по формуле (1.18):

$$h_м = \frac{J}{W} - a = \frac{b l^3/2}{b l h_1} - \left(\frac{h}{2} - h_в\right) = \frac{l^2}{2 h_1} - \left(\frac{h}{2} - h_в\right) =$$
$$= \frac{6^2}{2 \cdot 0{,}95} - \left(\frac{1{,}8}{2} - 0{,}475\right) = 18{,}4 \text{ м}.$$

Поскольку $h_м = 18{,}4$ м > 0 [см. формулу (1.17)], понтон остойчив.

Глава 2

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

§ 12. Основные понятия о движении жидкости

Живым сечением ω называют площадь поперечного сечения потока, нормальную к направлению течения.

Смоченным периметром χ называют часть периметра живого сечения, ограниченную твердыми стенками.

Расходом потока Q, м³/с, называют объем жидкости W, протекающей за единицу времени t через живое сечение потока ω, т. е.

$$Q = W/t. \tag{2.1}$$

Средняя скорость потока v, м/с, определяется частным от деления расхода на площадь живого сечения:

$$v = Q/\omega \tag{2.2}$$

Средняя скорость связана с местными скоростями u в отдельных точках живого сечения соотношением

$$v = \frac{\int\limits_{\omega} u \cdot d\,\omega}{\omega}. \tag{2.3}$$

При установившемся движении жидкости давление и скорость в любой точке пространства, заполненного движущейся жидкостью, с течением времени не изменяются:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0; \frac{\partial v}{\partial t} = 0. \tag{2.4}$$

При неустановившемся движении жидкости в данной точке пространства происходит изменение давления и скорости жидкости с течением времени.

Гидравлическим радиусом R, м, потока называют отношение площади живого сечения к смоченному периметру:

$$R = \omega/\chi. \tag{2.5}$$

Гидравлический радиус характеризует размер и форму сечения потока. Чем больше (для заданной площади сечения) гидравлический радиус, тем меньше будет смоченная поверхность стенок, а следовательно, тем меньше и сопротивления движению, которые пропорциональны смоченной поверхности. В приложении 11 приведены значения гидравлических радиусов для потоков разной формы сечения.

§ 13. Уравнение постоянства расхода (уравнение неразрывности течения)

При установившемся движении несжимаемой жидкости расход во всех живых сечениях потока одинаков, т. е.

$$Q = v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2 = \ldots = v_n \omega_n = \text{const}, \qquad (2.6)$$

где $v_1, v_2, \ldots, v_n$ — средние скорости в соответствующих живых сечениях потока $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$

Из этого уравнения следует:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \ldots, \qquad (2.7)$$

т. е средние скорости обратно пропорциональны соответствующим площадям живых сечений.

Уравнение постоянства расхода позволяет решать задачи на определение одной из трех величин Q, v, ω, если известны две другие.

§ 14. Уравнение Даниила Бернулли

Уравнение Бернулли, дающее связь между давлением, средней скоростью и геометрической высотой в различных сечениях потока, является основным уравнением практической гидродинамики. Записанное для двух произвольных сечений *1—1* и *2—2* потока оно имеет следующий вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_{\text{пот}}^{1-2} = H = \text{const}, \qquad (2.8)$$

где z — геометрическая высота, характеризующая потенциальную энергию положения единицы веса жидкости (удельная энергия положения);

$\frac{p}{\rho g}$ — пьезометрическая высота, характеризующая потенциальную энергию давления единицы веса жидкости (удельная энергия давления);

$\alpha \frac{v^2}{2g}$ — скоростная высота, характеризующая кинетическую энергию единицы веса жидкости (удельная кинетическая энергия);

$h_{\text{пот}}^{1-2}$ — потерянная высота, характеризующая энергию единицы веса жидкости, затраченную на преодоление гидравлических сопротивлений на пути между двумя рассматриваемыми сечениями (удельная энергия, теряемая на пути от первого до второго сечения);

α — коэффициент неравномерности распределения скоростей по сечению потока (коэффициент Кориолиса), представляющий собой отношение истинной живой силы

потока к живой силе, вычисленной по средней скорости (см. далее главу 3):

$$\alpha = \frac{\int\limits_{\omega} u^3 \cdot d\omega}{v^3 \omega}. \qquad (2.9)$$

Геометрический смысл уравнения Бернулли: при установившемся движении жидкости сумма четырех высот в каждом живом сечении потока есть величина постоянная и равная полной высоте (полному напору):

$$z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g} + h_{пот} = H. \qquad (2.10)$$

Физический смысл уравнения Бернулли: при установившемся движении жидкости сумма четырех удельных энергий остается неизменной вдоль потока и равной общему запасу удельной энергии.

С помощью уравнения Бернулли решается большинство задач практической гидравлики. Для этого выбирают два сечения по длине потока так, чтобы для одного из них были известны величины z, p и v, а для другого — одна или две из них подлежали определению.

При двух неизвестных кроме уравнения Бернулли используют уравнение постоянства расхода и решают их совместно. Пояснительная схема к уравнению Бернулли приведена в приложении 12.

Входящая в уравнение Бернулли величина $h_{пот}$ представляет собой сумму всех потерь напора, имеющихся на данном участке потока. Потери напора на преодоление гидравлических сопротивлений $h_{пот}$ обычно делят на две группы:

а) потери напора, распределенные по длине потока (линейные), $h_л$ — потери, затрачиваемые на преодоление сопротивления трения;

б) местные потери напора $h_м$ — потери, вызываемые резким изменением конфигурации границ потока.

Полные потери на данном участке $h_{пот}$ равны сумме всех потерь:

$$h_{пот} = \Sigma h_л + \Sigma h_м. \qquad (2.11)$$

Потери напора (как по длине, так и местные), а также распределение скоростей по сечению потока существенно различны для ламинарного и турбулентного режима течения жидкости.

§ 15. Ламинарное и турбулентное течение жидкости. Число Рейнольдса

Существуют два режима течения жидкости: ламинарный и турбулентный. При ламинарном режиме жидкость движется струйками или слоями без взаимного перемешивания. При тур-

булентном режиме, наоборот, происходит весьма сильное перемешивание жидких частиц, которые помимо главного продольного движения совершают ряд дополнительных весьма сложных и разнообразных движений в поперечном направлении.

Для суждения о характере движения служит безразмерное число Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = v\,l/\nu \qquad (2.12)$$

где l — характерный линейный размер потока, м;

ν — кинематическая вязкость жидкости, м²/с.

Критерием, определяющим режим потока, служит неравенство

$$\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр}, \qquad (2.13)$$

где $\mathrm{Re}_{кр}$ — критическое значение числа Рейнольдса.

Для труб круглого сечения число Рейнольдса вычисляют по формуле

$$\mathrm{Re} = v\,d/\nu. \qquad (2.14)$$

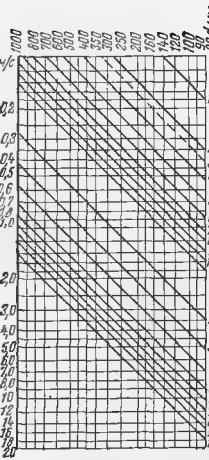


Рис. 2.1. Номограмма для определения числа Рейнольдса в воздуховодах при $\nu = 14 \cdot 10^{-6}$ м²/с (Г. А. Максимов)

Для всех иных поперечных сечений (а также для открытых русел)

$$\mathrm{Re}' = v\,R/\nu \qquad (2.15)$$

или

$$\mathrm{Re}'' = v\,d_э/\nu, \qquad (2.16)$$

где $d_э$ — эквивалентный (гидравлический) диаметр.

Критическое значение числа Рейнольдса можно считать равным: применительно к формулам (2.14) и (2.16) $\mathrm{Re}_{кр} = 2000 \div 2400$; применительно к формуле (2.15) $\mathrm{Re}'_{кр} = 500 \div 600$; для открытых русел $\mathrm{Re}'_{кр} = 800 \div 900$.

На рис. 2.1 приведена номограмма для определения числа Рейнольдса в воздуховодах круглого сечения.

§ 16. Примеры

Пример 2.1. На оси водопроводной трубы установлена трубка Пито с дифференциальным ртутным манометром. Определить максимальную скорость движения воды в трубе $u_{макс}$, если разность уровней ртути в манометре $\Delta h = 18$ мм (рис. 2.2).

Решение. Трубка Пито измеряет скоростной напор

$$H = \frac{u_{макс}^2}{2g}$$

(тарировочный коэффициент трубки равен единице).

Для определения H запишем уравнение равновесия в ртутном манометре относительно плоскости $a - a$.

$$p_1 + \Delta h \rho_{рт} g = p_2 + \Delta h \rho g,$$

где p_1 и p_2 — давления в трубках ртутного манометра на уровне верхней отметки ртути;

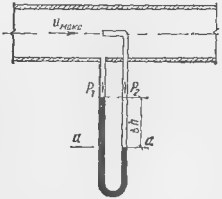


Рис 2 2

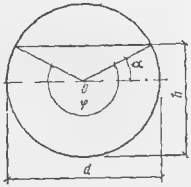


Рис. 2 3

ρ и $\rho_{рт}$ — плотности воды (1000 кг/м³) и ртути (13 600 кг/м³)

Отсюда

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \Delta h \left(\frac{\rho_{рт}}{\rho} - 1 \right).$$

Подставляя исходные данные, получим:

$$H = 0{,}018\ (13\,600/1000 - 1) = 0{,}227 \text{ м}.$$

Максимальная скорость в трубе

$$u_{макс} = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}227} = 2{,}1 \text{ м/с}.$$

Пример 2.2. Определить пределы изменения гидравлического радиуса R для канализационных самотечных трубопроводов, если диаметр их d изменяется от 150 до 3500 мм. Расчетное (наибольшее) наполнение $a = h/d = 0{,}6$ для труб $d = 150$ мм, $a = h/d = 0{,}8$ для труб $d = 3500$ мм (рис. 2.3).

Решение. Гидравлический радиус определяем по формуле (2 5)

$$R = \omega/\chi,$$

где

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} \frac{\varphi}{2\pi} + \frac{1}{2}\left(h - \frac{d}{2}\right) 2 \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(h - \frac{d}{2}\right)^2} =$$

$$= \frac{\pi d^2}{4}\frac{\varphi}{2\pi} + d^2 (a - 0{,}5)\sqrt{a(1-a)};$$

$$\varkappa = \frac{\pi d \varphi}{2\pi}.$$

Угол α находим из соотношения

$$\sin\alpha = \frac{h - d/2}{d/2} = \frac{a d - 0{,}5 d}{0{,}5 d} = \frac{a}{0{,}5} - 1;$$

$$\varphi = \pi + 2\alpha.$$

Для трубы $d = 150$ мм

$$\sin\alpha = 0.6/0{,}5 - 1 = 0{,}2;\ \alpha = 0{,}2 \text{ рад};\ \varphi = 3{,}14 + 2\cdot 0{,}2 = 3{,}54 \text{ рад};$$

$$\omega = \frac{3{,}14\cdot 0{,}15^2\cdot 3{,}54}{4\cdot 6{,}28} + 0{,}15^2 (0{,}6 - 0{,}5)\sqrt{0{,}6(1-0{,}6)} = 0{,}0111 \text{ м}^2;$$

$$\chi = 3{,}14\cdot 0{,}15\cdot 3{,}54/6{,}28 = 0{,}266 \text{ м};$$

$$R = 0{,}0111/0{,}266 = 0{,}0417 \text{ м}.$$

Для трубы $d = 3500$ мм

$$\sin\alpha = 0{,}8/0{,}5 - 1 = 0{,}6;\ \alpha = 0{,}63 \text{ рад};\ \varphi = 3{,}14 + 2\cdot 0{,}63 = 4{,}4 \text{ рад};$$

$$\omega = \frac{3{,}14\cdot 3{,}5^2\cdot 4{,}4}{4\cdot 6{,}28} + 3{,}5^2 (0{,}8 - 0{,}5)\sqrt{0{,}8(1-0{,}8)} = 8{,}22 \text{ м}^2;$$

$$\chi = 3{,}14\cdot 3{,}5\cdot 4{,}4/6{,}28 = 7{,}7 \text{ м};$$

$$R = 8{,}22/7{,}7 = 1{,}07 \text{ м}.$$

Таким образом, гидравлический радиус изменяется от 0,04 до 1,07 м.

Пример 2.3. Определить расход воды Q в трубе диаметром $d_1 = 250$ мм, имеющей плавное сужение до диаметра $d_2 = 125$ мм, если показания пьезометров: до сужения $h_1 = 50$ см; в сужении $h_2 = 30$ см. Температура воды 20°С (рис 2 4).

Решение Составим уравнение Бернулли [см. формулу (2 8] для сечений *1—1* и *2—2*, принимая за плоскость сравнения ось трубы

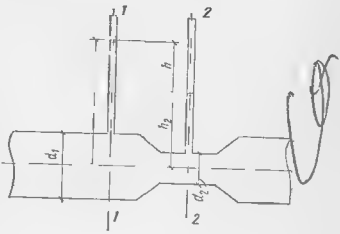


Рис. 2.4

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{пот}}^{1-2}.$$

Учитывая, что $z_1 = z_2 = 0$ (см. рис. 2.4), пренебрегая в первом приближении потерями напора, т е принимая $h_{\text{пот}}^{1-2} = 0$, и полагая $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, получим:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

Из уравнения неразрывности течения имеем.

$$\omega_1 v_1 = \omega_2 v_2.$$

Поскольку

$$\omega_1 = \pi d_1^2/4; \quad \omega_2 = \pi d_2^2/4.$$

находим:

$$v_2 = v_1 d_1^2/d_2^2.$$

Обозначим

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = h_1 - h_2 = h.$$

Тогда уравнение Бернулли запишется в виде

$$h = \frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{d_1^4}{d_2^4} - 1\right),$$

откуда

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

Расход воды в трубе

$$Q = \omega_1 v_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}\sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

В действительности расход воды будет меньше вследствие потерь напора, которыми мы пренебрегли С учетом этих потерь формула для определения расхода запишется в виде

$$Q = \mu \frac{\pi d_1^2}{4}\sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}},$$

где μ — коэффициент, учитывающий уменьшение расхода вследствие потерь напора; в первом приближении принимаем $\mu = 0{,}98$;

$$Q = 0{,}98\,\frac{3{,}14 \cdot 0{,}25^2}{4}\sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}2}{0{,}25^4/0{,}125^4 - 1}} = 0{,}024 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Коэффициент μ зависит от отношения диаметров d_2/d_1 и числа Рейнольдса (см. приложение 13)

$$d_2/d_1 = 125/250 = 0{,}5;$$

$$\mathrm{Re} = v_2 d_2/\nu.$$

Скорость в сужении трубы

$$v_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{Q}{\pi d_2^2/4} = \frac{0{,}024}{3{,}14 \cdot 0{,}125^2/4} = 2 \text{ м/с}.$$

Кинематическую вязкость воды находим по табл. 6: $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с. С учетом полученных данных

$$\mathrm{Re} = \frac{2 \cdot 0{,}125}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 198\,000.$$

По приложению 13 находим $\mu=0{,}98$. Следовательно, в первом приближении значение μ принято верно.

Искомый расход $Q=0{,}024$ м³/с.

Рассмотренное сужение трубы с плавными переходами от большого диаметра к малому и от малого к большому называется водомером Вентури.

Пример 2.4. Определить, на какую высоту поднимается вода в трубке, один конец которой присоединен к суженному сечению трубопровода, а

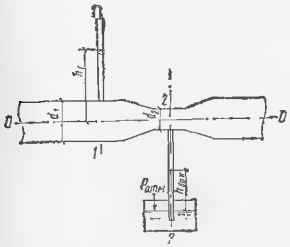


Рис 2 5

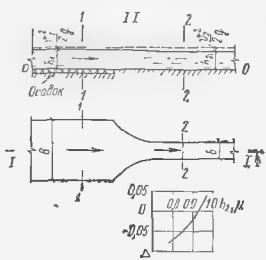


Рис. 2 6

другой конец опущен в воду. Расход воды в трубе $Q=0{,}025$ м³/с, избыточное давление $p_1=49\cdot10^3$ Па, диаметры $d_1=100$ мм и $d_2=50$ мм (рис 2 5).

Решение. Уравнение Бернулли для сечений *1—1* и *2—2* относительно оси трубы (потерями напора пренебрегаем) имеет вид (при $\alpha_1=\alpha_2=1$)

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}$$

Учитывая, что

$$v_1=\frac{4Q}{\pi d_1^2} \text{ и } v_2=\frac{4Q}{\pi d_2^2},$$

после преобразований получим:

$$\frac{p_2}{\rho g}=\frac{p_1}{\rho g}+\frac{4^2Q^2}{2g\pi^2}\left(\frac{1}{d_1^4}-\frac{1}{d_2^4}\right)=$$

$$=\frac{49\cdot10^3}{1000\cdot9{,}81}+\frac{16\cdot0{,}025^2}{2\cdot9{,}81\cdot3{,}14^2}\left(\frac{1}{0{,}1^4}-\frac{1}{0{,}05^4}\right)=-2{,}7 \text{ м}.$$

Полученная отрицательная высота — вакуумметрическая высота. На эту высоту $h_{вак}=2{,}7$ м и поднимется вода в трубке.

Пример 2.5. Выход воды из горизонтальной песколовки выполнен в виде сужения с плавно закругленными стенками (рис 2 6). Ширина песколовки $B=3$ м. Расход сточной воды $Q=0{,}9$ м³/с при скорости движения воды $v_1=0{,}3$ м/с. Определить глубину воды в отводящем канале h_2, если ширина его $b=0{,}8$ м.

Решение. Составим уравнение Бернулли для сечений *1—1* и *2—2* относительно горизонтальной плоскости *0—0*, проходящей по дну песколовки:

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+h_{пот}.$$

Расстояние между сечениями *1—1* и *2—2* сравнительно мало, поэтому дно канала на этом участке можно принять горизонтальным и совпадающим с плоскостью *0—0*. Следовательно, $z_1 = z_2 = 0$. Потерями напора пренебрегаем, т. е. принимаем $h_{пот} = 0$.

Имеем

$$\frac{p_1}{\rho g} = h_1 \text{ и } \frac{p_2}{\rho g} = h_2.$$

Глубина воды в песколовке

$$h_1 = \frac{Q}{v_1 B} = \frac{0,9}{0,3 \cdot 3} = 1 \text{ м}.$$

Скорость движения воды в канале

$$v_2 = \frac{Q}{h_2 b}.$$

Уравнение Бернулли запишем в виде

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} = h_2 + \frac{Q^2}{2g h_2^2 b^2}.$$

Подставляя численные данные, находим:

$$1 + \frac{0,3^2}{2 \cdot 9,81} = h_2 + \frac{0,9^2}{2 \cdot 9,81\, h_2^2 \cdot 0,3^2};$$

$$1 = h_2 + \frac{0,064}{h_2^2};$$

$$h_2^3 - h_2^2 + 0,064 = 0.$$

Для графоаналитического решения этого уравнения запишем его в виде:

$$h_2^3 - h_2^2 + 0,064 = \Delta$$

и построим график зависимости Δ от h_2. Из графика следует, что $\Delta = 0$ при $h_2 = 0,93$ м. Это и есть искомая глубина канала.

Пример 2.6. Определить критическую скорость, отвечающую переходу от ламинарного режима к турбулентному, в трубе диаметром $d = 0,03$ м при движении воды и воздуха при температуре 25°С и глицерина при температуре 20°С.

Решение. Из формулы (2.14) имеем:

$$v_{кр} = \mathrm{Re}_{кр}\, \nu / d = 2000 \cdot \nu / d.$$

Для воды ($\nu = 0,9 \cdot 10^{-6}$ м²/с — см. табл. 6)

$$v_{кр} = 2000 \cdot 0,9 \cdot 10^{-6} / 0,03 = 0,06 \text{ м/с}.$$

Для воздуха ($\nu = 16,15 \cdot 10^{-6}$ м²/с — см. приложение 4)

$$v_{кр} = 2000 \cdot 16,15 \cdot 10^{-6} / 0,03 = 1,06 \text{ м/с}.$$

Для глицерина ($\nu = 4,1 \cdot 10^{-4}$ м²/с — см. приложение 2)

$$v_{кр} = 2000 \cdot 4,1 \cdot 10^{-4} / 0,03 = 27,06 \text{ м/с}.$$

Пример 2.7. Определить число Рейнольдса и режим движения воды в водопроводной трубе диаметром $d = 300$ мм, если протекающий по ней расход $Q = 0,136$ м³/с. Температура воды 10°С.

Решение. Живое сечение потока

$$\omega = \pi d^2/4 = 3{,}14 \cdot 0{,}3^2/4 = 0{,}071 \text{ м}^2.$$

Средняя скорость движения воды в трубе

$$v = Q/\omega = 0{,}136/0{,}071 = 1{,}92 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса находим по формуле (2.14):

$$\mathrm{Re} = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{1{,}92 \cdot 0{,}3}{1{,}306 \cdot 10^{-6}} = 441\,000,$$

где $\nu = 1{,}306 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 6).

$\mathrm{Re} = 441\,000 > \mathrm{Re}_{кр} = 2000$; следовательно, движение воды будет турбулентным.

○ **Пример 2.8.** Применяемые в водоснабжении и канализации трубы имеют минимальный диаметр $d = 12$ мм максимальный диаметр $d = 3500$ мм. Расчетные скорости движения воды в них $v = 0{,}5 \div 4$ м/с Определить минимальное и максимальное значения чисел Рейнольдса и режим течения воды в этих трубопроводах.

Решение. Температура воды в системах водоснабжения и канализации может изменяться от 0 до 30°С, а кинематическая вязкость $\nu_0° = 1{,}78 \cdot 10^{-6}$ м²/с и $\nu_{30°} = 0{,}81 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 6).

Минимальное число Рейнольдса будет при $d = 0{,}012$ м, $v = 0{,}5$ м/с и $\nu_0° = 1{,}78 \cdot 10^{-6}$ м²/с

$$\mathrm{Re}_{м \cdot я} = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}012}{1{,}78 \cdot 10^{-6}} = 3370.$$

Максимальное число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_{макс} = \frac{4 \cdot 3{,}5}{0{,}81 \cdot 10^{-6}} = 17\,260\,000.$$

Даже минимальное значение числа Рейнольдса больше $\mathrm{Re}_{кр} = 2000$, поэтому в трубопроводах систем водоснабжения и канализации режим движения воды всегда турбулентный.

Пример 2.9. Конденсатор паровой турбины, установленный на тепловой электростанции оборудован 8186 охлаждающими трубками диаметром $d = 0{,}025$ м. В нормальных условиях работы через конденсатор пропускается 13 600 м³/ч циркуляционной воды с температурой 12,5—13°С. Будет ли при этом обеспечен турбулентный режим движения в трубках?

Решение. Расход через конденсатор

$$Q = 13\,600/3600 = 3{,}78 \text{ м}^3/\text{с},$$

а через каждую трубку

$$q = 3{,}78/8186 = 0{,}000462 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Площадь сечения каждой трубки

$$\omega = \pi d^2/4 = 3{,}14 \cdot 0{,}025^2/4 = 0{,}00049 \text{ м}^2.$$

Скорость движения воды

$$v = q/\omega = 0{,}000462/0{,}00049 = 0{,}945 \text{ м/с}.$$

Кинематическая вязкость воды $\nu = 1{,}23 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 6).

Число Рейнольдса, характеризующее поток в трубках,

$$\mathrm{Re} = \frac{0{,}945 \cdot 0{,}025}{1{,}23 \cdot 10^{-6}} = 19\,200.$$

Таким образом, режим движения воды в трубках будет турбулентным.

Пример 2.10. Как изменяется число Рейнольдса при переходе трубопровода от меньшего диаметра к большему и при сохранении постоянного расхода $Q = \mathrm{const}$.

Решение. Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = v\,d/\nu.$$

Учитывая зависимость (2.2), получаем:

$$\mathrm{Re} = \frac{4\,Q}{\pi\,d\,\nu}.$$

Следовательно, число Рейнольдса уменьшается во столько раз, во сколько увеличивается диаметр трубы.

Пример 2.11. По трубопроводу диаметром d—100 мм транспортируется нефть. Определить критическую скорость, соответствующую переходу ламинарного движения в турбулентное, и возможный режим движения нефти.

Решение. Критическое число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_{кр} = v_{кр}\,d/\nu = 2000,$$

отсюда

$$v_{кр} = \mathrm{Re}_{кр}\,\nu/d = 2000\,\nu/d.$$

Для нефти $\nu = 8{,}1\cdot10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2). С учетом исходных данных получим:

$$v_{кр} = 2000\cdot8{,}1\cdot10^{-6}/0{,}1 = 0{,}16 \text{ м/с}.$$

В нефтепроводе редко возможна скорость движения меньше полученной. Таким образом, движение нефти в трубе $d = 100$ мм может происходить преимущественно при турбулентном режиме.

Пример 2.12. Горизонтальный отстойник для осветления сточных вод представляет собой удлиненный прямоугольный в плане резервуар. Глубина его $h = 2{,}5$ м, ширина $b = 6$ м. Температура воды 20°С. Определить среднюю скорость и режим движения сточной жидкости, если ее расчетный расход $Q = 0{,}08$ м³/с. При какой скорости движения жидкости в отстойнике будет наблюдаться ламинарный режим движения жидкости?

Решение. Скорость движения воды в отстойнике

$$v = \frac{Q}{h\,b} = \frac{0{,}08}{2{,}5\cdot6} = 0{,}0053 \text{ м/с} = 5{,}3 \text{ мм/с}.$$

Число Рейнольдса определяем по формуле (2.15):

$$\mathrm{Re}' = v\,R/\nu;$$

$$R = \omega/\chi = \frac{2{,}5\cdot6}{2{,}5\cdot2 + 6} = \frac{15}{11} = 1{,}864 \text{ м};$$

$$\nu = 1\cdot10^{-6} \text{ м}^2/\text{с (см. табл. 6)};$$

$$\mathrm{Re}' = \frac{0{,}0053\cdot1{,}364}{1{,}01\cdot10^{-6}} = 7170.$$

Полученное значение Re′ больше критического числа Рейнольдса $\mathrm{Re}'_{кр} = 500 \div 600$, поэтому в отстойнике режим движения жидкости будет турбулентным.

Критическая скорость, при которой движение жидкости будет переходить от ламинарного режима к турбулентному, определится из выражения

$$\mathrm{Re}'_{кр} = v_{кр}\,R/\nu,$$

откуда

$$v_{кр} = \mathrm{Re}'_{кр}\,\nu/R = 600\cdot1{,}01\cdot10^{-6}/1{,}364 = 0{,}00044 \text{ м/с} = 0{,}44 \text{ мм/с}.$$

В отстойниках расчетная скорость принимается равной 5—10 мм/с, т. е. движение жидкости всегда является турбулентным.

Глава 3

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ПО СЕЧЕНИЮ ПОТОКА ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ

§ 17. Потери напора на трение по длине трубопровода

Равномерное движение жидкости наблюдается в тех случаях, когда живое сечение по длине потока постоянно (например, в напорных трубах постоянного диаметра).

При равномерном движении в трубах потери напора на трение по длине $h_л$ как при турбулентном, так и при ламинарном движении определяют для круглых труб по формуле Дарси — Вейсбаха:

$$h_л = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \tag{3.1}$$

а для труб любой формы сечения по формуле

$$h_л = \lambda \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d_э} \frac{v^2}{2g}. \tag{3.2}$$

В некоторых случаях используют также формулу

$$h_л = \frac{v^2}{C^2 R} l. \tag{3.3}$$

Потери давления на трение по длине определяются по формуле

$$\Delta p_л = \lambda \frac{l}{d_э} \rho \frac{v^2}{2}. \tag{3.4}$$

В этих формулах:

λ — коэффициент гидравлического трения (безразмерный);

l, d, v, R, $d_э$ — соответственно длина участка трубы или канала, диаметр трубы, средняя скорость течения, гидравлический радиус и эквивалентный диаметр;

C — коэффициент Шези, связанный с коэффициентом гидравлического трения λ зависимости:

$$C = \sqrt{8g/\lambda}; \quad \lambda = 8g/C^2.$$

Размерность коэффициента Шези $м^{1/2}/с$. Связь между коэффициентами λ и C дана в приложении 14.

Коэффициент гидравлического трения λ учитывает влияние на потерю напора по длине всех факторов, которые не получили отражения в формулах (3.1) и (3.4), но существенны для определения гидравлических сопротивлений. Важнейшими из этих факторов являются вязкость жидкости и состояние стенок тру-

Таблица 3.1

Материал и вид трубы	Состояние трубы	$k_э$, мм*
Тянутые трубы из стекла и цветных металлов	Новые, технически гладкие	0—0,002 / 0,001
Бесшовные стальные трубы	Новые и чистые, тщательно уложенные	0,01—0,02 / 0,014
	После нескольких лет эксплуатации	0,15—0,3 / 0,2
Стальные трубы сварные	Новые и чистые	0,03—0,1 / 0,06
	С незначительной коррозией после очистки	0,1—0,2 / 0,15
	Умеренно заржавевшие	0,3—0,7 / 0,7
	Старые заржавевшие	0,8—1,5 / 1
	Сильно заржавевшие или с большими отложениями	2—4 / 3
Клепаные стальные трубы	Легко клепаные	0,5—3
	Сильно клепаные	До 9
Оцинкованные железные трубы	Новые и чистые	0,1—0,2 / 0,15
	После нескольких лет эксплуатации	0,4—0,7 / 0,5
Чугунные трубы	Новые асфальтированные	0—0,16 / 0,12
	Новые без покрытия	0,2—0,5 / 0,3
	Бывшие в употреблении	0,5—1,5 / 1
	Очень старые	До 3

Материал и вид трубы	Состояние трубы	$k_э$, мм*
Деревянные трубы	Из деревянных клепок, тщательно оструганных	0,1—0,3 / 0,15
	Из обычных деревянных клепок	0,3—1 / 0,5
	Из неоструганных досок	1—2,5 / 2
Фанерные трубы	Новые	0,02—0,05 / 0,03
»	»	
Асбестоцементные трубы	»	0,05—0,1 / 0,085
Бетонные трубы	Новые из предварительно-напряженного бетона	0—0,05 / 0,03
	Новые центробежные	0,15—0,3 / 0,2
	Бывшие в употреблении	0,3—0,8 / 0,5
	Из необработанного бетона	1—3

* Под чертой даны средние значения

бы. Для турбулентного и ламинарного течения применяются различные формулы для определения коэффициента гидравлического трения.

Турбулентное течение. При турбулентном течении в напорных трубопроводах круглого сечения коэффициент гидравлического трения λ, входящий в формулу Дарси - Вейсбаха, зависит от двух безразмерных параметров: числа Рейнольдса $Re = vd/\nu$ и относительной шероховатости $k_э/d$, т. е.

$$\lambda = f\,(Re;\ \ k_э/d), \tag{3.5}$$

где $k_э$ — эквивалентная равномерно-зернистая абсолютная шероховатость.

Под эквивалентной равномерно-зернистой шероховатостью понимают такую высоту выступов шероховатости, сложенной из песчинок одинакового размера, которая дает при подсчете по формуле (3.6) одинаковую с заданной шероховатостью величину λ. Значения $k_э$ приведены в табл. 3.1.

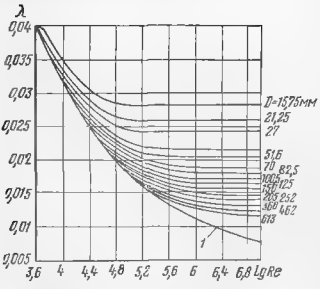


Рис. 3.1. Зависимость коэффициента гидравлического трения от числа Рейнольдса для стальных труб (Г. А. Мурин)

1 — линия гладких труб

На рис. 3.1. приведена зависимость коэффициента λ от числа Рейнольдса и диаметра для новых стальных труб.

Для определения коэффициента гидравлического трения λ при турбулентном течении в напорных трубопроводах рекомендуются следующие формулы:

1) формула Колбрука

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{2,5}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{k_э}{3,7\,d} \right); \qquad (3.6)$$

2) формула А. Д. Альтшуля

$$\lambda = 0,11\,(k_э/d + 68/\mathrm{Re})^{0,25}. \qquad (3.7)$$

Формулы (3.6) и (3.7) получены с помощью полуэмпирической теории турбулентности [1] и действительны для всех однородных ньютоновских жидкостей. Расхождение между формулами (3.6) и (3.7) практически не превышает 2—3%.

Значения λ, подсчитанные по формуле (3.7), приведены в табл. 3.2.

Значения λ, вычисленные по формуле (3.7), могут быть найдены также по номограмме рис. 3.2, а для стальных воздуховодов — по приложению 15. Номограмма рис. 3.3 облегчает расчеты трубопроводов по формуле (3.7). В этой номограмме $k = 1,46\,k_э$.

По данным А. Д. Альтшуля при значении критерия зоны турбулентности

$$\mathrm{Re}\,k_э/d = v\,k_э/\nu > 500 \qquad (3.8)$$

формула (3.6) приводится к формуле Прандтля — Никурадзе:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{d}{k_э} + 1,74, \qquad (3.9)$$

а формула (3.7) — к формуле Б. Л. Шифринсона:

$$\lambda = 0,11\,(k_э/d)^{0,25}. \qquad (3.10)$$

Обе последние формулы справедливы для так называемых вполне шероховатых труб, сопротивление которых не зависит от

Таблица 3.2

$d/k_э$	Re	λ	$d/k_э$	Re	λ
100	5 000 10 000 25 000	0,0433 0,1398 0,037	500	5 000 50 000 200 000	0,0375 0,0266 0,0214
120	5 000 6 000 10 000 25 000	0,014 0,0413 0,0386 0,0358	700	8 000 70 000 200 000	0,0348 0,0244 0,0226
140	4 000 10 000 40 000	0,0435 0,038 0,0339	1000	12 000 30 000 70 000 400 000	0,0314 0,0264 0,0232 0,0204
160	5 000 10 000 50 000	0,0413 0,0372 0,0327	2000	25 000 200 000 900 000	0,0262 0,0188 0,0171
200	4 000 20 000 50 000	0,0424 0,0334 0,0312	3000	33 000 200 000 300 000 1 000 000	0,0244 0,0173 0,017 0,0156
300	4 000 10 000 100 000	0,0415 0,0349 0,0278	5000	66 000 500 000 2 000 000	0,0206 0,015 0,0137
400	5 000 10 000 40 000 150 000	0,0392 0,0342 0,028 0,0258	10 000	100 000 1 000 000 3 000 000	0,0184 0,0126 0,0116

Таблица 3.3

$k_э/d$	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,00125	0,00084	0,00063	0,0005	0,00033	0,00025
λ	0,0437	0,0350	0,0294	0,0247	0,0208	0,0188	0,0165	0,0165	0,0150	0,0139

числа Рейнольдса. В табл. 3.3 приведены значения λ, подсчитанные по формуле (3.10).

При значении критерия зоны турбулентности

$$\mathrm{Re}\, k_э/d = v k_э/\nu < 10 \qquad (3.11)$$

формула (3.6) приводится к формуле Прандтля — Никурадзе:

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \lg \mathrm{Re} \sqrt{\lambda} - 0{,}8, \qquad (3.12)$$

а формула (3.7) — к формуле Блазиуса:

$$\lambda = 0{,}316/\mathrm{Re}^{0{,}25}. \qquad (3.13)$$

Эти формулы справедливы для гидравлически гладких труб, сопротивление которых не зависит от шероховатости.

Рис 3 2 Номограмма для определения коэффициента гидравлического трения по формуле Альтшуля (С Н. Борисов)

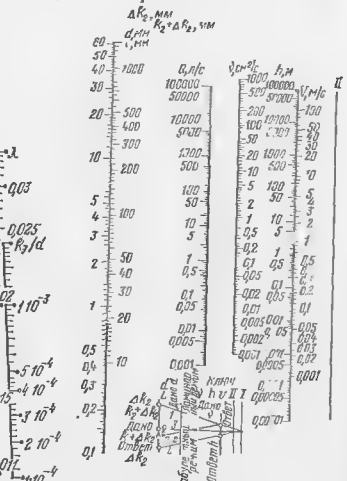


Рис. 3 3. Номограмма для гидравлического расчета трубопроводов по формуле Альтшуля (Г. С Хованский)

В табл. 3.4 приведены значения λ, вычисленные по формуле (3.13).

Таблица 3 4

Re	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
0	—	—	—	0,0427	0,0401	0,0376	0,0359	0,0346	[illegible]	0,0325
10 000	0,0316	0,0309	0,0303	0,0296	0,0291	0,0286	0,0281	0,0277	0,0273	0,0269
20 000	0,0266	0,0262	0,0259	0,0256	0,0253	0,0251	0,0249	0,0246	0,0244	0,0242
30 000	0,0240	0,0238	0,0236	0,0235	0,0233	0,0231	0,0230	0,0228	0,0227	0,0225
40 000	0,0224	0,0222	0,0221	0,0220	0,0218	0,0217	0,0216	0,0215	0,0214	0,0213
50 000	0,0212	—	0,0209	—	0,0208	—	0,0206	—	0,0204	—
60 000	0,0202	—	0,0200	—	0,0199	—	0,0197	—	0,0196	—
70 000	0,0195	—	0,0193	—	0,0192	—	0,0191	—	0,0189	—
80 000	0,0188	—	0,0187	—	0,0186	—	0,0185	—	0,[illegible]	—
90 000	0,0182	—	0,0181	—	0,0180	—	0,0180	—	0,0179	—

На рис. 3.4 даны границы областей применения формул для определения коэффициента гидравлического трения.

В технических расчетах используют также и эмпирические формулы для определения коэффициента λ, действительные для

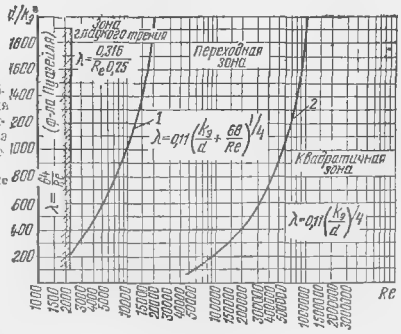


Рис. 3.4 Границы областей применения формул для определения коэффициента гидравлического трения
1 — Re $k_э/d$ = 10, 2 — Re $k_э/d$ = 500

строго определенных условий применения. К ним относятся формулы Ф. А. Шевелева:

$$\lambda = 0,021/d^{0,3}, \tag{3.14}$$

которая действительна при $Re \geqslant 920\,000$, и

$$\lambda = \left(\frac{0,0000015 + \nu/v}{d}\right)^{0,3}, \tag{3.15}$$

где d — диаметр трубы, м;

ν — кинематическая вязкость жидкости, м²/с;

v — средняя скорость течения, м/с.

В приложении 16 приведены значения λ, подсчитанные по формуле (3.14).

Формулы (3.14) и (3.15) рекомендуется применять для расчета стальных и чугунных водопроводных труб больших диаметров (d=600÷1200 мм) с учетом увеличения их сопротивления в процессе эксплуатации.

При определении коэффициента гидравлического трения для труб некруглого сечения можно пользоваться приведенными выше формулами, подставляя в них вместо диаметра d эквивалентный диаметр $d_э$ или учетверенный гидравлический радиус $4R$. При этом, например, формула (3.7) принимает вид

$$\lambda = 0,11\left(\frac{k_э}{d_э} + \frac{68\,\nu}{v\,d_э}\right)^{0,25}. \tag{3.16}$$

или

$$\lambda = 0,11\left(\frac{k_э}{4R} + \frac{17\nu}{vR}\right)^{0,25}. \qquad (3.17)$$

Найденное по этим формулам значение λ следует подставить в формулу (3.2) для определения потерь напора по длине.

Ламинарное течение. При ламинарном течении в круглых трубах коэффициент гидравлического трения вычисляют по формуле

$$\lambda = 64/\mathrm{Re}, \qquad (3.18)$$

а для труб любой формы сечения — по формуле

$$\lambda_{\square} = A/\mathrm{Re}_{\square}, \qquad (3.19)$$

где A — коэффициент, численное значение которого зависит от формы поперечного сечения трубы, а число Рейнольдса определяется по формуле

$$\mathrm{Re}_{\square} = v d_э/\nu, \qquad (3.20)$$

где $d_э = 4R = 4\omega/\chi$.

Значения коэффициента формы A и эквивалентного диаметра $d_э$ для труб с различной формой поперечного сечения приведены в приложении 17.

Подставляя формулу (3.18) в выражение (3.1), получаем зависимость для определения потерь напора по длине при ламинарном движении в круглых трубах в виде

$$h_л = \frac{32\nu l v}{g d^2}. \qquad (3.21)$$

Формула (3.21) получена теоретически Пуазейлем. В соответствии с этой формулой потери напора по длине при ламинарном течении прямо пропорциональны скорости в первой степени и не зависят от состояния стенок трубы (их шероховатости).

В приложении 18 приведена схема к определению потерь напора по длине в трубах.

§ 18. Распределение скоростей по сечению потока

Турбулентное течение. В напорных трубах круглого сечения распределение скорости по сечению трубы описывается формулами А. Д. Альтшуля:

$$\frac{u}{u_{макс}} = 1 - 2\lg\frac{r_0/y}{0,975/\sqrt{\lambda} + 1,35} \qquad (3.22)$$

или

$$u/u_{макс} = (y/r_0)^{0,9\sqrt{\lambda}} = (1 - r/r_0)^{0,9\sqrt{\lambda}}, \qquad (3.23)$$

где u — осредненная местная скорость на расстоянии y от стенки трубы;

$u_{макс}$ — скорость на оси трубы;

r_0 — радиус трубы;

r — расстояние от оси трубы до рассматриваемого слоя.

Для ориентировочных расчетов можно приближенно пользоваться формулой Прандтля (закон одной седьмой):

$$u/u_{\text{макс}} = (y/r_0)^{1/7}, \tag{3.24}$$

что соответствует значению $\lambda = 0{,}03$ в формуле (3.23).

Отношение средней скорости к максимальной определяется формулой [1]

$$u_{\text{макс}}/v = 1 + 1{,}35\sqrt{\lambda}. \tag{3.25}$$

Слой, скорость которого равна средней скорости течения в трубе, находится от стенки трубы на расстоянии [1]

$$y_v = 0.223 r_0. \tag{3.26}$$

Пользуясь формулами (3.25) и (3.26), можно сравнительно легко найти расход жидкости (или газа), движущейся в трубе, измеряя скорость на оси трубы или в точке, где она равна средней скорости.

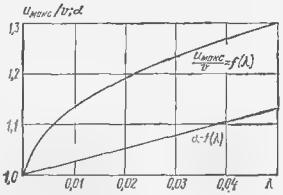


Рис. 3.5. Зависимость $u_{\text{макс}}/v$ и α при турбулентном течении в трубах от коэффициента гидравлического трения (А. Д. Альтшуль)

Входящий в уравнение Бернулли коэффициент Кориолиса (коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению) определяется из формулы [1]

$$\alpha = 1 + 2{,}65\lambda, \tag{3.27}$$

которая при $\lambda = 0{,}025 \div 0{,}030$ преобразуется к виду

$$\alpha = 1{,}08 \div 1{,}1. \tag{3.28}$$

Значения $u_{\text{макс}}/v$ и α при разных λ приведены на рис. 3.5 и в приложении 19.

Ламинарное течение. Распределение скоростей по поперечному сечению круглой трубы подчиняется параболическому закону и описывается формулой Стокса:

$$u = \frac{g\,i}{4\nu}(r_0^2 - r^2) = \frac{g\,h_л}{4\nu\,l}(r_0^2 - r^2), \tag{3.29}$$

где $i = h_л/l$ — гидравлический уклон.

Для отношения местной скорости к максимальной справедлива зависимость

$$\frac{u}{u_{\text{макс}}} = \frac{y}{r_0}\left(2 - \frac{y}{r_0}\right). \tag{3.30}$$

Отношение средней скорости к максимальной

$$v/u_{\text{макс}} = 0,5. \tag{3.31}$$

Коэффициент неравномерности распределения скоростей по сечению $\alpha = 2$.

§ 19. Особенности движения жидкости в начальном участке трубы

Параболическое распределение скоростей при ламинарном движении в круглых трубах наступает не у самого начала трубы, а на некотором расстоянии от входного сечения $l_н$, которое находят по формуле

$$l_н = 0,029\, d\, \mathrm{Re}. \tag{3.32}$$

Значения коэффициента гидравлического трения λ и коэффициента Кориолиса α изменяются по длине начального участка в значительных пределах.

Аналогичное явление наблюдается и при турбулентном течении в трубах, где длину начального участка можно найти по формуле [1]

$$l_н = \frac{2,45}{\sqrt{\lambda}}\, d, \tag{3.33}$$

действительной для всех трех зон турбулентного течения.

В приложении 20 приведены основные зависимости для равномерного напорного движения в круглых трубах, как для ламинарного, так и для турбулентного.

Все приведенные выше закономерности справедливы лишь для изотермического движения, при котором температуры во всех точках потока одинаковы.

§ 20. Снижение потерь напора на трение полимерными добавками

При добавлении к воде (а также к другим капельным жидкостям) миллионных долей некоторых высокомолекулярных полимеров потери напора по длине при движении жидкости в трубопроводах значительно уменьшаются (при турбулентном режиме).

Коэффициент гидравлического трения при движении воды с добавками полимеров в трубах λ можно найти по формуле[1],

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\left(\frac{2,8\, u_{*\text{пор}}}{v\sqrt{\lambda}} \right)^{\eta/5,75} \left(\frac{2,5}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{k_э}{3,7\, d} \right) \right], \tag{3.34}$$

[1] Ю. А. Войтинская «Водоснабжение и санитарная техника», 1973, № 5.

где $u_{*пор}$ — пороговая динамическая скорость (зависящая от вида полимера), при достижении которой начинается снижение потерь напора;

η — коэффициент, зависящий от вида полимера и его концентрации.

Например, для полиакриламида принимают $u_{*пор} \approx 0{,}05$ м/с, а η находят по эмпирической формуле (при $0{,}005\% < C < 0{,}012\%$)

$$\eta \approx 1000\, C, \tag{3.35}$$

где C — объемная концентрация полимера, %.

При отсутствии полимера ($C=0$, $\eta=0$) формула (3.34) переходит в формулу Колбрука для течения «чистых» жидкостей [см. формулу (3.6)].

§ 21. Примеры

Пример 3.1. Вентиляционная труба $d=0{,}1$ м (100 мм) имеет длину $l=100$ м. Определить давление, которое должен развивать вентилятор, если расход воздуха, подаваемый по трубе, $Q=0{,}078$ м³/с. Давление на выходе $p=p_{атм}=101$ кПа. Местных сопротивлений по пути не имеется. Температура воздуха 20°С.

Решение. Находим скорость воздуха в трубе:

$$v = Q/\omega = \frac{0{,}078 \cdot 4}{3{,}14 \cdot 0{,}1^2} = 10 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса для потока воздуха в трубе при $\nu = 15{,}7 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. приложение 4)

$$Re = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{10 \cdot 0{,}1}{15{,}7 \cdot 10^{-6}} = 69\,000.$$

Относительная шероховатость (по табл. 3.1 $k_э=0{,}2$ мм)

$$k_э/d = 0{,}2/100 = 0{,}002.$$

Коэффициент гидравлического трения

$$\lambda = 0{,}11\ (k_э/d + 68/Re)^{0{,}25} = 0{,}11\ (0{,}002 + 0{,}001)^{0{,}25} = 0{,}0256.$$

По формуле (3.4) находим потери давления на трение ($\rho=1{,}18$ кг/м³):

$$\Delta p_л = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v^2}{2} = 0{,}0256 \frac{100}{0{,}1} 1{,}18 \frac{10^2}{2} \approx 1410 \text{ Па} = 1{,}41 \text{ кПа}.$$

Пример 3.2. Расход воды при температуре 10°С в горизонтальной трубе кольцевого сечения, состоящей из двух концентрических оцинкованных стальных труб (при $k_э=0{,}15$ мм), $Q=0{,}0075$ м³/с. Внутренняя труба имеет наружный диаметр $d=0{,}075$ м, а наружная труба имеет внутренний диаметр $D=0{,}1$ м. Найти потери напора на трение на длине трубы $l=300$ м.

Решение. Площадь живого сечения

$$\omega = \frac{\pi}{4}\ (0{,}1^2 - 0{,}075^2) = 0{,}0034 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр живого сечения

$$\chi = \pi\ (0{,}075 + 0{,}1) = 3{,}14 \cdot 0{,}175 = 0{,}55 \text{ м}.$$

Эквивалентный диаметр

$$d_э = 4R = 4\omega/\chi = 4 \cdot 0{,}0034/0{,}55 = 2{,}48 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Относительная шероховатость

$$\frac{k_э}{d_э} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-4}}{2{,}48 \cdot 10^{-2}} = 0{,}0059.$$

Средняя скорость течения

$$v = Q/\omega = 0{,}0075/0{,}0034 = 2{,}2 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса при $\nu = 1{,}31 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 6)

$$\mathrm{Re} = \frac{v d_э}{\nu} = \frac{2{,}2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}}{1{,}31 \cdot 10^{-6}} = 42\,000.$$

Коэффициент гидравлического трения

$$\lambda = 0{,}11\ (k_э / d_э + 68/\mathrm{Re})^{0.25} = 0{,}11\ (0{,}0059 + 68/42\,000)^{0.25} = 0{,}0284.$$

Потери напора на трение по длине находим по формуле (3.1):

$$h_л = \lambda \frac{l}{d_э} \frac{v^2}{2g} = 0{,}0284 \frac{300 \cdot 2{,}2^2}{2{,}48 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 9{,}8} = 84 \text{ м}.$$

Пример 3.3 Определить потери давления на трение $\Delta p_л$ в стальной трубе круглого сечения, квадратного сечения и треугольного сечения (равносторонний треугольник) при равных длине, площади живого сечения труб и скоростях движения воды. Длина трубы $l = 100$ м, площадь живого сечения $\omega = 0{,}03$ м², средняя скорость движения воды $v = 10$ м/с, температура воды 20°С

Решение. Определим эквивалентные диаметры для всех труб:

для трубы круглого сечения

$$d_{э.\,кр} = 4 \frac{\pi d^2}{4 \pi d} = 4 \frac{d}{4} = d;$$

для трубы квадратного сечения

$$d_{э.\,кв} = 4 \frac{a^2}{4a} = a,$$

где a — сторона квадрата;

для трубы треугольного сечения

$$d_{э.\,тр} = 4 \frac{b^2 \sqrt{3}}{4 \cdot 3 b} = \frac{b}{\sqrt{3}},$$

где b — сторона равностороннего треугольника.

Найдем величины d, a, b:

$$d = \sqrt{4\omega/\pi} = \sqrt{4 \cdot 0{,}03/3{,}14} = 0{,}196 \text{ м};$$

$$a = \sqrt{\omega} = \sqrt{0{,}03} = 0{,}174 \text{ м};$$

$$b = \sqrt{4\omega/\sqrt{3}} = \sqrt{4 \cdot 0{,}03/\sqrt{3}} = 0{,}264 \text{ м}.$$

Следовательно:

для круглой трубы

$$d_{э.кр} = d = 0{,}196 \text{ м};$$

для трубы квадратного сечения

$$d_{э.кв} = a = 0,174 \text{ м};$$

для трубы треугольного сечения

$$d_{э.тр} = b/\sqrt{3} = 0,264/\sqrt{3} = 0,152 \text{ м}.$$

Для определения коэффициентов гидравлического трения найдем числа Рейнольдса и относительную шероховатость при $k_э = 0,05$ мм $= 5 \cdot 10^{-5}$ м (см. табл. 3.1) и $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2):

для круглой трубы

$$\mathrm{Re} = \frac{v\, d_{э.кр}}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,196}{1,01 \cdot 10^{-6}} \approx 19,6 \cdot 10^5;$$

$$\frac{k_э}{d_{э.кр}} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,196} = 25,4 \cdot 10^{-5};$$

для трубы квадратного сечения

$$\mathrm{Re} = \frac{v\, d_{э.кв}}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,174}{1,01 \cdot 10^{-6}} \approx 17,4 \cdot 10^5;$$

$$k_э/d_{э.кв} = 5 \cdot 10^{-5}/0,174 = 28,7 \cdot 10^{-5};$$

для трубы треугольного сечения

$$\mathrm{Re} = \frac{v\, d_{э.тр}}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,152}{1,01 \cdot 10^{-6}} \approx 15,2 \cdot 10^5;$$

$$k_э/d_{э.тр} = 5 \cdot 10^{-5}/0,152 = 33 \cdot 10^{-5}.$$

По рис. 3.4 находим, что все три трубы работают в квадратичной области сопротивления, в которой [см. формулу (3.10)] $\lambda = 0,11\ (k_э/d_э)^{0,25}$:

для круглой трубы

$$\lambda_{кр} = 0,11\ (25,4 \cdot 10^{-5})^{0,25} = 0,014;$$

для трубы квадратного сечения

$$\lambda_{кв} = 0,11\ (28,7 \cdot 10^{-5})^{0,25} = 0,0145;$$

для трубы треугольного сечения

$$\lambda_{тр} = 0,11\ (33 \cdot 10^{-5})^{0,25} = 0,015.$$

Потери давления на трение в трубах при плотности воды $\rho = 998,2$ кг/м³ (см. приложение 1) определяем по формуле (3.4):

в круглой трубе

$$\Delta p_{кр} = 0,014\ \frac{100}{0,196}\ 998,2\ \frac{10^2}{2} = 3,58 \cdot 10^5 \text{ Па} = 358 \text{ кПа};$$

в трубе квадратного сечения

$$\Delta p_{кв} = 0,0145\ \frac{100}{0,174}\ 998,2\ \frac{10^2}{2} = 4,16 \cdot 10^5 \text{ Па} = 416 \text{ кПа};$$

в трубе треугольного сечения

$$\Delta p_{тр} = 0,015\ \frac{100}{0,152}\ 998,2\ \frac{10^2}{2} = 4,93 \cdot 10^5 \text{ Па} = 493 \text{ кПа}.$$

Таким образом, в трубе квадратного сечения потери давления в 1,16 раза больше, а в трубе треугольного сечения в 1,38 раза больше, чем в круглой трубе, при прочих равных условиях

Пример 3.4. Определить расходы воды в трубе прямоугольного поперечного сечения с отношением сторон $a:b=0{,}25$ и в круглой трубе при той же площади поперечного сечения $\omega=2\cdot10^{-4}$ м^2, если потери давления в этих трубах одинаковы и равны $\Delta p_л=100$ Па, а длина каждой трубы $l=10$ м. Температура воды 20°С.

Решение. Для трубы круглого сечения $d_э=d$; для трубы прямоугольного сечения при $a:b=0{,}25$

$$d_э=\frac{4ab}{2(a+b)}=\frac{2ab}{a+b}=1{,}6a.$$

Найдем эквивалентные диаметры для этих труб:

$$d_{э.кр}=\sqrt{4\omega/\pi}=\sqrt{4\cdot2\cdot10^{-4}/3{,}14}=1{,}6\cdot10^{-2}\text{ м};$$

$$d_{э.пр}=1{,}6\sqrt{\omega/4}=1{,}6\sqrt{2\cdot10^{-4}/4}\approx1{,}1\cdot10^{-2}\text{ м}.$$

Потери давления определяем по формуле (3.4). Предположим первоначально, что режим течения в трубах ламинарный. Тогда по формуле (3.19) $\lambda=A/\mathrm{Re}$, где значение коэффициента формы A (см. приложение 19) для круглых труб равно 64, для прямоугольных — 73.

Формула потерь давления принимает вид

$$\Delta p_л=\frac{A}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d_в}\rho\frac{v^2}{2}=\frac{A\nu}{vd_э}\frac{l}{d_э}\rho\frac{v^2}{2}=\rho\frac{Al\nu}{2d_э^2}v.$$

Для круглой трубы при плотности воды $\rho=998{,}2$ кг/м^3 (см. приложение 1) и вязкости $\nu\approx10^{-6}$ м^2/с (см. приложение 2)

$$v=\frac{2\Delta p_л d_э^2}{\rho A l\nu}=\frac{2\cdot100\,(1{,}6\cdot10^{-2})^2}{998{,}2\cdot64\cdot10\cdot10^{-6}}=0{,}08\text{ м/с};$$

для прямоугольной трубы

$$v=\frac{2\cdot100\,(1{,}1\cdot10^{-2})^2}{998{,}2\cdot73\cdot10\cdot10^{-6}}\approx0{,}03\text{ м/с}.$$

Определим числа Рейнольдса:

для круглой трубы

$$\mathrm{Re}=vd_э/\nu=0{,}08\cdot1{,}6\cdot10^{-2}/10^{-6}=1280;$$

для прямоугольной трубы

$$\mathrm{Re}=0{,}032\cdot1{,}1\cdot10^{-2}/10^{-6}=350.$$

Поскольку числа Рейнольдса меньше критического, равного 2000, режим течения в трубах, как и предполагалось, ламинарный.

Расход воды:

в круглой трубе

$$Q=v\omega=0{,}08\cdot2\cdot10^{-4}=1{,}6\cdot10^{-5}\text{ м}^3/\text{с};$$

в прямоугольной трубе

$$Q=0{,}03\cdot2\cdot10^{-4}=0{,}64\cdot10^{-5}\text{ м}^3/\text{с}.$$

Таким образом, в условиях ламинарного движения при одной и той же площади живого сечения и одинаковых потерях давления круглая труба пропускает расход, в 2,5 раза бо́льший, чем труба прямоугольного сечения.

Пример 3.5. Как изменится расход мазута Q при подаче его по круглой новой стальной трубе диаметром $d=0{,}1$ м, длиной $l=100$ м, если потери давления $\Delta p_л=2\cdot10^5$ Па, а температура мазута возрастет от 20 до 37°С?

Решение. При изменении температуры от 20 до 37°С кинематическая вязкость мазута снижается с $\nu = 1 \cdot 10^{-4}$ м²/с до $\nu = 0{,}3 \cdot 10^{-4}$ м²/с [4; рис. 1,4], а плотность меняется незначительно, поэтому принимаем ее постоянной $\rho = 900$ кг/м³ (см. приложение 1).

Скорость течения в трубе находим по формуле (3.4):

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p_л}{\lambda \rho l/d}}.$$

Предположим вначале, что мазутопровод работает в зоне гладкого трения. Тогда имеем:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0,25} = 0{,}11\left(\frac{68\nu}{dv}\right)^{0,25}.$$

Подставляя полученное выражение в формулу для определения скорости, получим:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p_л d}{\rho l}\,\frac{v^{0,25}}{0{,}11\,(68\nu/d)^{0,25}}}.$$

Выразим скорость через известные величины:

$$v^{0,875} = \sqrt{\frac{2\Delta p_л d}{\rho l}\,\frac{1}{0{,}11}}\left(\frac{d}{68\nu}\right)^{0,125}.$$

Скорость течения мазута:

при температуре $t_1 = 20$°С

$$v^{0,875} = \sqrt{\frac{2\cdot 2\cdot 10^5\cdot 0{,}1}{900\cdot 100\cdot 0{,}11}}\left(\frac{0{,}1}{68\cdot 10^{-4}}\right)^{0,125};$$

$$v = 3{,}3 \text{ м/с};$$

при температуре $t_2 = 37$°С

$$v^{0,875} = \sqrt{\frac{2\cdot 2\cdot 10^5\cdot 0{,}1}{900\cdot 100\cdot 0{,}11}}\left(\frac{0{,}1}{68\cdot 0{,}3\cdot 10^{-4}}\right)^{0,125};$$

$$v = 3{,}86 \text{ м/с}.$$

Для установления зоны трения вычислим относительную шероховатость трубы и числа Рейнольдса:

при $k_э = 0{,}05$ мм $= 5\cdot 10^{-5}$ м (см. табл. 3.1)

$$k_э/d = 5\cdot 10^{-5}/10^{-1} = 5\cdot 10^{-4};$$

при температуре $t_1 = 20$°С

$$\mathrm{Re} = v\,d/\nu = 3{,}3\cdot 0{,}1/10^{-4} = 3300;$$

при температуре $t_2 = 37$°С

$$\mathrm{Re} = \frac{3{,}86\cdot 0{,}1}{0{,}3\cdot 10^{-4}} = 12\,890.$$

По рис. 3.4 устанавливаем, что труба, как и предполагалось ранее, работает в зоне гладкого трения.

Расход мазута:

при температуре $t_1 = 20$°С

$$Q = v\,\omega = 3{,}3\cdot 3{,}14\cdot 0{,}1^2/4 = 0{,}0254 \text{ м}^3/\text{с};$$

при температуре $t_2 = 37$°С

$$Q = 3{,}65\cdot 3{,}14\cdot 0{,}1^2/4 = 0{,}0303 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Таким образом, при изменении температуры мазута от 20 до 37°С расход его возрастает в 1,2 раза.

Пример 3.6. Определить диаметр d нового стального трубопровода длиной $l=1000$ м, который должен пропускать расход воды $Q=0{,}02$ м³/с, при потерях давления $\Delta p_л=2\cdot10^5$ Па. Температура подаваемой воды 20°С.

Решение. Предполагаем, что трубопровод работает в квадратичной области сопротивления, тогда [см. формулу (3.10)]

$$\lambda=0{,}11\left(\frac{k_э}{d}\right)^{0,25},$$

где $k_э=5\cdot10^{-5}$ м (см. табл. 3.1).

Средняя скорость течения по формуле (3.4)

$$v=\sqrt{\frac{2\,\Delta p_л\, d}{\lambda\, l\, \rho}}.$$

Подставляя в это выражение формулу для λ и учитывая, что расход

$$Q=v\,\omega=v\,\pi\, d^2/4,$$

получим:

$$Q=\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2\,\Delta p_л\, d^{1,15}}{0{,}11\, k_э^{0,25}\,\rho\, l}}=0{,}785\sqrt{\frac{2\,\Delta p_л}{0{,}11\, k_э^{0,25}}}\, d^{2,6}.$$

Для условий задачи при $\rho=998{,}2$ кг/м³ (см приложение 1)

$$0{,}02=0{,}785\sqrt{\frac{2\cdot2\cdot10^5}{0{,}11\left(5\cdot10^{-5}\right)^{0,25}\cdot998{,}2\cdot1000}}\, d^{2,6};$$

$$d=0{,}15\ \text{м}.$$

Площадь поперечного сечения трубы

$$\omega=\pi d^2/4=0{,}785\cdot0{,}15^2=0{,}0176\ \text{м}^2.$$

Скорость в трубопроводе

$$v=Q/\omega=0{,}02/0{,}0176=1{,}13\ \text{м/с}.$$

Число Рейнольдса при $\nu=10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2)

$$\text{Re}=v\,d/\nu=1{,}13\cdot0{,}15/10^{-6}=1{,}17\cdot10^5.$$

При относительной шероховатости

$$k_э/d=5\cdot10^{-5}/0{,}15=3{,}3\cdot10^{-4}$$

и $\text{Re}=1{,}17\cdot10^5$, согласно рис. 3.4, находим, что трубопровод работает в переходной зоне сопротивления.

Значение λ определяем по формуле (3.7):

$$\lambda=0{,}11\left(\frac{k_э}{d}+\frac{68}{\text{Re}}\right)^{0,25}=0{,}11\left(\frac{5\cdot10^{-5}}{0{,}15}+\frac{68}{1{,}17\cdot10^5}\right)^{0,25}=0{,}019.$$

Тогда

$$v=\sqrt{\frac{2\,\Delta p_л\, d}{\lambda\, l\, \rho}}=\sqrt{\frac{2\cdot0{,}15\cdot2\cdot10^5}{0{,}019\cdot1000\cdot998{,}2}}=1{,}75\ \text{м/с};$$

$$\omega=Q/v=0{,}02/1{,}75=0{,}0114\ \text{м}^2;$$

$$d=0{,}12\ \text{м}.$$

Проверка показала, что при $d=0{,}12$ м и скорости 1,75 м/с трубопровод работает в переходной зоне сопротивления.

Уточним значение λ:

$$\mathrm{Re} = v\,d/\nu = 1{,}75\cdot 0{,}12/10^{-6} = 2{,}1\cdot 10^5;$$

$$k_э/d = 5\cdot 10^{-5}/0{,}12 = 41{,}6\cdot 10^{-5};$$

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_э}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(41{,}6\cdot 10^{-5} \frac{68}{2{,}1\cdot 10^5}\right)^{0{,}25} = 0{,}018.$$

При $\lambda = 0{,}018$

$$v = \sqrt{\frac{2\,\Delta p_л\, d}{\lambda\, l\, \rho}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2\cdot 10^5\cdot 0{,}15}{0{,}018\cdot 1000\cdot 998{,}2}} = 1{,}8 \text{ м/с};$$

$$\omega = Q/v = 0{,}02/1{,}8 = 0{,}0111 \text{ м}^2; \quad d = 0{,}118 \text{ м}.$$

Пример 3.7. Определить потери давления $\Delta p_л$ в магистралях гидропередач (рис. 3.6), если расходы жидкости $Q_1 = 0{,}0001$ м³/с, $Q_2 = 0{,}0002$ м³/с, диаметры трубопроводов $d_1 = 0{,}005$ м, $d_2 = 0{,}01$ м, длина $l_1 = 1$ м, $l_2 = 2$ м, плотность рабочей жидкости $\rho = 900$ кг/м³, кинематическая вязкость $\nu = 6{,}5\cdot 10^{-5}$ м²/с.

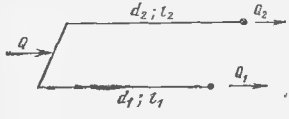


Рис. 3.6

Решение. Вычислим число Рейнольдса для каждой ветви системы гидропередачи, учитывая, что скорость

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2};$$

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{4Q_1}{\pi d_1 \nu} = \frac{4\cdot 10^{-4}}{3{,}14\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 6{,}5\cdot 10^{-5}} = 390;$$

$$\mathrm{Re}_2 = \frac{4Q_2}{\pi d_2 \nu} = \frac{4\cdot 2\cdot 10^{-4}}{3{,}14\cdot 10^{-2}\cdot 6{,}5\cdot 10^{-5}} = 390.$$

В обеих магистралях режим течения ламинарный.

Коэффициент гидравлического трения находим по формуле (3.18):

$$\lambda = 64/\mathrm{Re} = 64/390 = 0{,}164.$$

Потери давления в каждой ветви определим по формуле (3.4):

$$\Delta p_{л_1} = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \rho \frac{v_1^2}{2} = 0{,}164 \frac{1}{5\cdot 10^{-3}} 900 \frac{16\,(10^{-4})^2}{3{,}14^2\,(5\cdot 10^{-3})^4\, 2} =$$

$$= 3{,}74\cdot 10^5 \text{ Па} = 374 \text{ кПа};$$

$$\Delta p_{л_2} = 0{,}164 \frac{2}{1\cdot 10^{-2}} 900 \frac{16\,(2\cdot 10^{-4})^2}{3{,}14^2\,(10^{-2})^4 2} = 0{,}94\cdot 10^5 \text{ Па} = 94 \text{ кПа}.$$

Пример 3.8. Определить расход воды в бывшей в эксплуатации водопроводной трубе диаметром $d = 0{,}3$ м, если скорость на оси трубы, замеренная трубкой Пито — Прандтля, $u_{макс} = 4{,}5$ м/с, а температура воды 10°С.

Решение Находим по табл. 3.1 значение абсолютной шероховатости для старых стальных труб: $k_э = 0{,}5$ мм.

Предполагая, что движение воды происходит в квадратичной области турбулентного движения, определяем коэффициент гидравлического трения по сокращенной формуле (3.10):

$$\lambda = 0{,}11\,(k_э/d)^{0{,}25} = 0{,}11\,(0{,}5/300)^{0{,}25} = 0{,}022.$$

Среднюю скорость определяем по уравнению (3 25):

$$u_{макс}/v = 1 + 1{,}35\sqrt{\lambda} = 1 + 1{,}35\sqrt{0{,}022} = 1{,}2;$$

$$v = 0{,}83\,u_{макс} = 3{,}74 \text{ м/с}.$$

Кинематическая вязкость воды $\nu = 1{,}31 \cdot 10^{-6}$ м²/с $= 0{,}0131$ см²/с (см табл 6)

Определяем значение критерия зоны турбулентности по формуле (3 8)

$$\frac{v k_э}{\nu} = \frac{374 \cdot 0{,}05}{0{,}0131} = 1430 > 500.$$

Таким образом, движение действительно происходит в квадратичной области сопротивления.

Расход воды в трубе находим из выражения

$$Q = \omega v = \frac{\pi d^2}{4}\,3{,}74 = 0{,}26 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пример 3.9. В двух точках живого сечения трубопровода диаметром $d = 0{,}5$ м, транспортирующего воду, измерены скорости $u = 2{,}3$ м/с на расстоянии от стенки $y = 0{,}11$ м и $u_{макс} = 2{,}6$ м/с на оси трубы Найти потери напора на трение на 1 м длины трубопровода.

Решение Определяем коэффициент гидравлического трения по формуле (3 23)

$$u/u_{макс} = (y/r_0)^{0{,}9\sqrt{\lambda}},$$

логарифмируя которую, получаем:

$$\lg\frac{u}{u_{макс}} = 0{,}9\sqrt{\lambda}\lg\frac{y}{r_0},$$

откуда

$$\lambda = \left(\frac{\lg\dfrac{u}{u_{макс}}}{0{,}9\lg\dfrac{y}{r_0}}\right)^2 = \left(\frac{\lg\dfrac{2{,}3}{2{,}6}}{0{,}9\lg\dfrac{0{,}11}{0{,}25}}\right)^2 = 0{,}0286.$$

Среднюю скорость находим из зависимости (3 25):

$$u_{макс}/v = 1 + 1{,}35\sqrt{\lambda} = 1 + 1{,}35\sqrt{0{,}0286} = 1{,}228;$$

$$v = 2{,}6/1{,}228 = 2{,}11 \text{ м/с}.$$

Потери напора на трение определяем по формуле Дарси — Вейсбаха [см. формулу (3 1)]:

$$h_л = \frac{\lambda l v^2}{d \cdot 2g} = \frac{0{,}0286 \cdot 1 \cdot 2{,}11^2}{0{,}5 \cdot 19{,}6} = 0{,}013 \text{ м на 1 м трубы}.$$

Глава 4

МЕСТНЫЕ ПОТЕРИ НАПОРА В ТРУБАХ

§ 22. Основная формула местных потерь напора

Местные потери напора обусловливаются преодолением местных сопротивлений, создаваемых фасонными частями, арматурой и прочим оборудованием трубопроводных сетей. Местные сопротивления вызывают изменение величины или направления скорости движения жидкости на отдельных участках трубопровода, что связано с появлением дополнительных потерь напора. Движение в трубопроводе при наличии местных сопротивлений является неравномерным. Потери напора в местных сопротивлениях $h_м$ (местные потери напора) вычисляют по формуле Вейсбаха:

$$h_м = \zeta \frac{v^2}{2g}, \qquad (4.1)$$

где v — средняя скорость в сечении, как правило, расположенном ниже по течению за данным сопротивлением;

ζ — безразмерный коэффициент местного сопротивления

Для определения потерь давления $\Delta p_м$ формула (4.1) преобразуется к виду:

$$\Delta p_м = \zeta \rho v^2/2. \qquad (4.2)$$

Значения коэффициентов местных сопротивлений зависят от конфигурации местного сопротивления и режима потока, подходящего к сопротивлению; этот режим определяется коэффициентом гидравлического трения λ подходящего потока [1], т. е. числом Рейнольдса и относительной шероховатостью[1]. При движении воды и воздуха влияние числа Рейнольдса на значения коэффициентов местных сопротивлений проявляется не всегда и в практических расчетах его часто можно не учитывать. Более заметным становится влияние чисел Рейнольдса при малых их значениях, а также при постепенном изменении величины или направления скорости (закругленный поворот, плавный вход в трубу и пр.). Приводимые ниже значения коэффициентов сопротивления относятся к квадратичной области сопротивления.

---

[1] В. И Бредов Сб трудов МИСИ им В В Куйбышева, № 89 М., 1972.

§ 23. Потери напора при внезапном (резком) изменении сечения трубопровода

Внезапное расширение трубопровода. Потери напора при внезапном расширении трубопровода находят по формуле Борда:

$$h_{\text{вн р}} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \zeta_{\text{вн.р.1}} \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_{\text{вн р.2}} \frac{v_2^2}{2g},$$

где v_1 и v_2 — средние скорости течения соответственно до и после расширения.

Таким образом, потеря напора при внезапном расширении трубопровода равна скоростному напору от потерянной скорости.

Коэффициент местного сопротивления в формуле Вейсбаха (4.1) определяется выражениями:

$$\zeta_{\text{вн.р.1}} = (1 - \omega_1/\omega_2)^2; \tag{4.3}$$

$$\zeta_{\text{вн.р.2}} = (\omega_2/\omega_1 - 1)^2, \tag{4.4}$$

где ω_1 и ω_2 — площади сечений трубопровода соответственно до и после расширения.

Значения $\zeta_{\text{вн р 2}}$ приведены в приложении 21.

Внезапное сужение трубопровода. Коэффициент местного сопротивления при внезапном сужении

$$\zeta_{\text{вн.с}} = (1/\varepsilon - 1)^2, \tag{4.5}$$

где ε — коэффициент сжатия струи, представляющий собой отношение площади сечения сжатой струи в узком трубопроводе $\omega_{\text{сж}}$ к площади сечения узкой трубы ω_2 (рис. 4.1):

$$\varepsilon = \omega_{\text{сж}}/\omega_2. \tag{4.6}$$

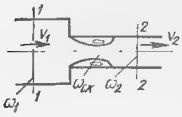


Рис. 4.1. Внезапное сужение трубопровода

Коэффициент сжатия струи ε зависит от степени сжатия потока

$$n = \omega_2/\omega_1 \tag{4.7}$$

и может быть найден по формуле А. Д. Альтшуля:

$$\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1.1 - n}. \tag{4.8}$$

Значения ε, подсчитанные по формуле (4.8), приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

n	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
ε	0,609	0,613	0,618	0,623	0,631	0,642	0,656	0,678	0,713	0,786	1

Значения $\zeta_{вн\,с}$, определенные по формуле (4.5), приведены в приложении 22 [значения ε подсчитаны по формуле (4.8)].

Диафрагма на трубопроводе. Коэффициент местного сопротивления диафрагмы, расположенной внутри трубы постоянного сечения (отнесенный к сечению трубопровода),

$$\zeta_{диафр} = \left(\frac{1}{n_{диафр}\,\varepsilon} - 1\right)^2, \qquad (4.9)$$

где $n_{диафр} = \omega_0/\omega$ — отношение площади отверстия диафрагмы ω_0 к площади сечения трубы ω (рис. 4.2).

Значения $\zeta_{диафр}$, найденные по формуле (4.9), приведены в приложении 23.

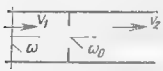


Рис. 4.2. Диафрагма на трубе постоянного сечения

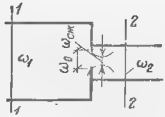


Рис. 4.3. Диафрагма на трубопроводе в месте изменения диаметра

Для диафрагмы, расположенной на выходе в трубопровод другого диаметра (рис. 4.3),

$$\zeta_{диафр} = \left(\frac{1}{n_{диафр}\,\varepsilon} - \frac{1}{m}\right)^2, \qquad (4.10)$$

где $m = \omega_2/\omega_1$; $n_{диафр} = \omega_0/\omega_1$;

$\zeta_{диафр}$ — коэффициент сопротивления, отнесенный к сечению узкого трубопровода.

Вход в трубу из резервуара. Для коэффициента сопротивления следует принимать следующие значения:

при острых кромках . . . $\zeta_{вх} = 0{,}4 \div 0{,}5$
» закругленных » . . . $\zeta_{вх} = 0{,}2$
» весьма плавном входе $\zeta_{вх} - 0{,}05$

Выход из трубы в резервуар, в реку и т. д. Коэффициент сопротивления $\zeta_{вых}$, отнесенный к сечению трубы.

$$\zeta_{вых} = \frac{v_1^2}{2g}, \tag{4.11}$$

где v_1 — средняя скорость течения воды в трубе.

При выходе из трубы через диафрагму в конце трубопровода (рис. 4.4)

$$\zeta_{вых} = \left(\frac{1}{n\varepsilon}\right)^2. \tag{4.12}$$

Значения $\zeta_{вых}$, определенные по формуле (4.12), приведены в приложении 24.

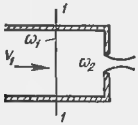


Рис. 4.4. Выход из трубы через диафрагму

Сварные стыки на трубопроводах. Коэффициент сопротивления стыка может быть найден по формуле [1]

$$\zeta_{ст} = 14\ (\delta/d)^{4/3}, \tag{4.13}$$

где δ — эквивалентная высота сварного стыка: для стыков с подкладными кольцами $\delta = 5$ мм; для стыков электродуговой и контактной сварки $\delta = 3$ мм.

Значения коэффициента $\zeta_{ст}$, подсчитанные по формуле (4.13), даны в приложении 25.

Возрастание сопротивления, вызываемое стыками, можно определить по формуле

$$K = 1 + \frac{\zeta_{ст}\, d}{\lambda\, l}, \tag{4.14}$$

где $K = \lambda_1/\lambda$ — относительное увеличение сопротивления трубопровода (отношение сопротивления трубопровода со стыками к сопротивлению трубопровода без стыков);

l — расстояние между стыками (длина труб).

Теоретические значения коэффициента сопротивления при внезапном изменении сечения трубопровода (для квадратичной области сопротивления) приведены в табл. 4.2.

§ 24. Потери напора при постепенном изменении сечения трубопровода

Постепенное расширение трубопровода. Коэффициент сопротивления для конически расходящихся переходных конусов (диффузоров) зависит от угла конусности и соотношения диа-

Таблица 4.2

Местное сопротивление	Эскиз	Коэффициент сопротивления
Внезапное расширение трубопровода (Борда)	ω_1 ω_2	$\zeta_{вн\cdot р.1} = (1-n)^2$; $n = \frac{\omega_2}{\omega_1}$
Внезапное сужение трубопровода (Идельчик, Альтшуль)	ω_1 ω_2	$\zeta_{вн\cdot с} = 0{,}5\ (1-n)$; $\zeta_{вн\cdot с} = \left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)^2$; $\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1-n}$
Диафрагма в трубе постоянного сечения (Альтшуль)	ω α ω ω_0 α $\alpha=90°$	$\zeta_{диафр} = \left(\frac{1}{n_{диафр}\,\varepsilon}-1\right)^2$; $\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1-n_{диафр}}$
Диафрагма в трубе постоянного сечения (Хаземани)	ω α ω ω_0 α $\alpha=45°$	$n_{диафр}$: 0,01; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6 $\zeta_{диафр}$: 34 200; 308; 67,3; 25,6; 12,1; 6,2; 3,3
	α ω ω_0 $\alpha=45°$	$n_{диафр}$: 0,01; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6 $\zeta_{диафр}$: 17 700; 153; 32,2; 11,6; 5,2; 2,5; 1,3
Вход в трубу из резервуара через диафрагму (Альтшуль)	ω_0 ω	$\zeta_{вх} = \left(\frac{1{,}63}{n}-1\right)^2$; $n = \frac{\omega_0}{\omega}$

метров. Для коротких конусов коэффициент сопротивления, отнесенный к более широкому сечению, можно найти по формуле [1]

$$\zeta_{п.р} = K_{п.р}\,(\omega_2/\omega_1 - 1)^2, \qquad (4.15)$$

где $K_{п.р}$ — коэффициент смягчения при постепенном расширении, зависящий от угла конусности α (рис. 4.5); значения $K_{п.р}$ приведены в табл. 4.3 (по данным А. Д. Альтшуля и В. И. Калицуна).

Таблица 4.3

α, град	4	8	15	30	60	90
$K_{п\,р}$	0,08	0,16	0,35	0,80	0,95	1,07

Для длинных конусов нужно учитывать также потери по длине.

Постепенное сужение трубопровода. Коэффициент сопротивления для сходящихся переходных конусов (конфузоров) зависит от угла конусности и соотношения диаметров. Для коротких конусов он может быть найден по формуле

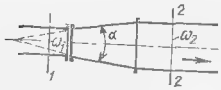


Рис. 4.5. Постепенное расширение трубопровода

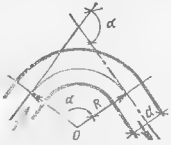


Рис 4 6 Плавный поворот трубы круглого сечения

$$\zeta_{п.с} = K_{п.с}\,(1/\varepsilon - 1)^2, \qquad (4.16)$$

где $K_{п\,с}$ — коэффициент смягчения при постепенном сужении, зависящий от угла конусности α; значения $K_{п\,с}$ приведены в табл. 4.4 (по данным А. Д. Альтшуля и В. И. Калицуна).

Таблица 44

α, град	10	20	40	60	80	100	140
$K_{п\cdot с}$	0,40	0,25	0,20	0,20	0,30	0,40	0,60

§ 25. Потери напора при повороте трубы

Резкий поворот трубы круглого поперечного сечения на угол α. Коэффициент сопротивления можно найти по формуле [1]

$$\zeta_{\alpha} = \zeta_{90^\circ}\,(1 - \cos\alpha), \qquad (4.17)$$

где ζ_{90° — значение коэффициента сопротивления для угла 90° (приложение 26); для ориентировочных расчетов следует принимать $\zeta_{90^\circ} = 1$.

Плавный поворот трубы круглого поперечного сечения (закругленное колено, отвод). Коэффициент сопротивления рекомендуется находить из формулы (рис. 4.6)

$$\zeta_a = \zeta_{90^\circ} a. \tag{4.18}$$

Значения параметра a приведены в приложении 27.

Коэффициент ζ_{90° определяется по формуле А. Д. Альтшуля [1]:

$$\zeta_{90^\circ} = [0{,}2 + 0{,}001\ (100\ \lambda)^8]\ \sqrt{d/R}, \tag{4.19}$$

где d — диаметр трубопровода; R — радиус закругления.

§ 26. Потери напора в запорных устройствах трубопроводов

Значения коэффициентов местных сопротивлений для некоторых запорных устройств (задвижка, вентиль, дроссель, кран и др.) приведены в приложениях 28 и 29.

Теоретические значения коэффициента сопротивления для задвижки можно найти также по формуле [1]

$$\zeta = \left(\frac{\omega}{\omega_0 \varepsilon} - 1\right)^2, \tag{4.20}$$

где ω_0 — площадь сечения, не стесненная запорным приспособлением;

ω — площадь сечения трубы.

§ 27. Потери напора в сетках

Для сеток с квадратными ячейками коэффициент сопротивления можно найти по формуле Н. С. Краснова [1]:

$$\zeta = \frac{92 - 78\,m}{\mathrm{Re}_a} + 0{,}7\ (1{,}05 - m), \tag{4.21}$$

где $m = a^2/t^2$ — коэффициент скважности сетки (a — размер стороны ячейки сетки; t — шаг сетки);

Re_a — va/ν (v — средняя скорость в ячейках сетки: $v = v_1/m$, здесь v_1 — средняя скорость на подходе к сетке).

§ 28. Местные потери в трубах при малых числах Рейнольдса

Приведенные выше формулы относятся к турбулентному течению с большими числами Рейнольдса, когда влияние вязкости жидкости проявляет себя лишь в слабой степени. При движении жидкости с малыми числами Рейнольдса коэффициенты местных сопротивлений зависят не только от геометрических ха-

рактеристик сопротивления, но и от числа Рейнольдса и могут быть при ориентировочных расчетах найдены по формуле А. Д. Альтшуля:

$$\zeta = A/\mathrm{Re} + \zeta_{\text{кв}}, \tag{4.22}$$

где $\zeta_{\text{кв}}$ — значение коэффициента местного сопротивления в квадратичной области;

Re — число Рейнольдса, отнесенное к нестесненному сечению трубопровода.

Значения параметра A и $\zeta_{\text{кв}}$ для некоторых местных сопротивлений приведены в табл. 4.5 [1].

Таблица 4.5

Устройство	A	$\zeta_{\text{кв}}$	Устройство	A	$\zeta_{\text{кв}}$
Пробочный кран	150	0,4	Тройник	150	0,3
Вентиль:			Задвижка:		
обыкновенный	3000	6	полностью открытая	75	0,15
«Косва»	900	2,5	$n=0,75$	350	0,2
угловой	400	0,8	$n=0,5$	1300	2
шаровой клапан	5000	45	$n=0,25$	3000	20
Угольник:			Диафрагма:		
90°	400	1,4	$n=0,64$	70	1
135°	600	0,4	$n=0,4$	120	7
Колено 90°	130	0,2	$n=0,16$	500	70
Выход из трубы в бак	30	1	$n=0,05$	3200	800
Вход из бака в трубу	30	0,5			

Примечание. Для арматуры, полностью открытой, и при отсутствии необходимых данных о значении A можно принимать $A \approx 500\ \zeta_{\text{кв}}$.

§ 29. Взаимное влияние местных сопротивлений

Местные потери напора часто суммируют в соответствии с так называемым принципом наложения потерь, согласно которому полная потеря напора представляет собой арифметическую сумму потерь, вызываемых отдельными сопротивлениями. Принцип наложения потерь дает, однако, надежные результаты лишь в случае, если расстояние между отдельными местными сопротивлениями достаточно велико для того, чтобы искажение эпюры скоростей, вызванное одним из них, не сказывалось на сопротивлении, лежащем ниже по сечению. Для этого необходимо, чтобы местные сопротивления отстояли друг от друга не ближе чем

$$l_{\text{вл}}/d = 12/\sqrt{\lambda} - 50, \tag{4.23}$$

где $l_{\text{вл}}$ — длина влияния местного сопротивления;

λ — коэффициент гидравлического трения трубы, на которой расположено местное сопротивление.

Формула (4.23) действительна для турбулентного движения.

При больших числах Рейнольдса в первом приближении

$$l_{вл}/d \geqslant (30 \div 40)\, d. \qquad (4.24)$$

При малых числах Рейнольдса (большие значения λ) взаимное влияние местных сопротивлений проявляется слабее, длина влияния местного сопротивления имеет меньшую величину и приближенно может быть оценена по формуле

$$l_{вл}/d = 1{,}25\sqrt{\mathrm{Re}}. \qquad (4.25)$$

Формулы (4.23) и (4.25) получены из обработки опытов Р. Е. Везиряна.

В приложении 30 приведена схема к определению местных потерь напора в трубах.

Иногда местные потери напора выражают в виде эквивалентной длины $l_э$ прямого участка трубопровода, гидравлическое сопротивление которого равно местному сопротивлению:

$$h = \lambda \frac{l_э v^2}{d \cdot 2g} = \zeta \frac{v^2}{2g},$$

откуда

$$\frac{l_э}{d} = \frac{\zeta}{\lambda}. \qquad (4.26)$$

Поскольку коэффициент гидравлического трения λ зависит от числа Рейнольдса и относительной шероховатости, эквивалентная длина при одном и том же значении коэффициента ζ может иметь различные значения в зависимости от величины λ.

§ 30. Кавитация в местных сопротивлениях

В местных сопротивлениях размеры проходных сечений, как правило, меньше, чем в трубопроводе, на котором эти сопротивления установлены. Во многих местных сопротивлениях поток испытывает дополнительное сжатие при отрыве от стенок. Увеличение скоростей в месте стеснения потока приводит к падению давления и возникновению опасности кавитации. Поэтому местные сопротивления являются наиболее опасными в кавитационном отношении элементами трубопровода. Кавитация в местном сопротивлении развивается в случае, если абсолютное давление в нем станет равным давлению насыщенных паров $p_{н.п}$ протекающей через местное сопротивление жидкости. Давление насыщенных паров возрастает с увеличением температуры, как это видно из приложения 7. При возникновении кавитации коэффициенты местных сопротивлений возрастают.

Возникновение и развитие кавитации характеризуется безразмерным числом кавитации

$$\varkappa = \frac{2\,(p_1 - p_{н.п})}{\rho v_1^2}, \qquad (4.27)$$

где p_1 и v_1 — давление и скорость в некотором сечении потока.

При достижении числом кавитации предельно допустимого (критического) значения $\varkappa_{кр}$ в рассматриваемом местном сопротивлении начинается кавитация. Значения критического числа кавитации для разных местных сопротивлений определяются, как правило, экспериментально. Они связаны с коэффициентом местного сопротивления в бескавитационном режиме. В первом приближении для местных сопротивлений, вызванных изменением сечения потока, можно предложить зависимость

$$\varkappa_{кр} = \zeta + 2\sqrt{\zeta}, \tag{4.28}$$

где ζ — коэффициент местного сопротивления.

Зная критическое число кавитации $\varkappa_{кр}$ для рассматриваемого местного сопротивления, можно определить предельную допустимую скорость перед сопротивлением по формуле

$$v_{пр} \leqslant \sqrt{\frac{2(p_1 - p_{н.п})}{\rho\,\varkappa_{кр}}}. \tag{4.29}$$

Для скоростей течения, не превышающих $v_{пр}$, коэффициент местного сопротивления можно определять без учета кавитации.

§ 31. Примеры[1]

Пример 4.1. В качестве нагревательных приборов системы отопления использованы стальные трубы $d_1 = 0{,}1$ м. Стояк, подводящий нагретую воду, и соединительные линии выполнены из труб $d_2 = 0{,}025$ м и приварены к торцам нагревательных труб (рис. 4.7). Определить потери давления при внезапном расширении трубопроводов, если скорость движения горячей воды в подводящих линиях $v = 0{,}3$ м/с, а температура воды 80°С.

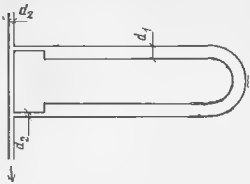


Рис. 4.7

Решение. Кинематическая вязкость и плотность воды в подводящей сети $\nu = 0{,}37 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 6); $\rho = 972$ кг/м³ (см. табл. 1).

Число Рейнольдса в трубопроводах подводящей сети

$$Re = \frac{v\,d_2}{\nu} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}025}{0{,}37 \cdot 10^{-6}} \approx 20\,000.$$

Потери давления находим по формуле Борда (4.3):

$$\times\,\Delta p = \frac{v_1^2}{2}\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \rho = \frac{0{,}3^2}{2} \times$$

$$\times\left(1 - \frac{0{,}025^2}{0{,}1^2}\right)^2 972 = 41{,}8 \text{ Па}.$$

[1] Примеры этого параграфа составлены при участии Ю. А. Войтинской.

Пример 4.2. Для ограничения расхода воды в водопроводной линии установлена диафрагма. Избыточные давления в трубе до и после диафрагмы постоянны и равны соответственно $p_1=6{,}37\cdot10^4$ Па и $p_2=2{,}05\cdot10^4$ Па. Диаметр трубы $D=0{,}076$ м. Определить необходимый диаметр отверстия диафрагмы d с таким расчетом, чтобы расход в линии был равен $Q=0{,}0059$ м³/с.

Решение. Потеря напора в диафрагме

$$h=\frac{p_1-p_2}{\rho g}=\frac{6{,}37\cdot10^4-2{,}05\cdot10^4}{998{,}2\cdot9{,}8}=4{,}4\ \text{м}.$$

Скорость воды в трубопроводе

$$v=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4\cdot0{,}0059}{3{,}14\cdot0{,}076^2}=1{,}28\ \text{м/с}.$$

Из формулы Вейсбаха (4.1)

$$h=\zeta\frac{v^2}{2g}$$

имеем:

$$\zeta_{\text{диафр}}=\frac{2gh}{v^2}=\frac{2\cdot9{,}8\cdot4{,}4}{1{,}28^2}=52{,}3.$$

Этому значению коэффициента сопротивления $\zeta_{\text{диафр}}$ соответствует отношение площадей сечения $n=d^2/D^2$, которое можно определить из формулы (4.9):

$$\zeta_{\text{диафр}}=\left(\frac{1}{n\varepsilon}-1\right)^2=52{,}3,$$

где коэффициент сжатия струи находим по формуле (4.8):

$$\varepsilon=0{,}57+\frac{0{,}043}{1{,}1-n}.$$

Таким образом,

$$\left[\frac{1}{n\left(0{,}57+\dfrac{0{,}043}{1{,}1-n}\right)}-1\right]^2=52{,}3;$$

$$\frac{1}{n\left(0{,}57+\dfrac{0{,}043}{1{,}1-n}\right)}=7{,}4+1=8{,}4;$$

$$1=4{,}79n+\frac{0{,}361n}{1{,}1-n};$$

$$n^2-1{,}32n+0{,}23=0;$$

$$n=0{,}66-\sqrt{0{,}435-0{,}23}=0{,}205.$$

Находим диаметр отверстия диафрагмы:

$$d=D\sqrt{n}=0{,}076\sqrt{0{,}205}=0{,}0345\ \text{м}.$$

Коэффициент сжатия струи

$$\varepsilon=0{,}57+\frac{0{,}043}{1{,}1-0{,}205}=0{,}618.$$

Пример 4.3. Вода протекает по горизонтальной трубе, внезапно сужающейся от $d_1=0{,}2$ м до $d_2=0{,}1$ м. Расход воды $Q=0{,}02$ м³/с. Определить, какую разность уровней ртути $h_{рт}$ покажет дифференциальный манометр, включенный в месте изменения сечения. Температура воды 20°С.

Решение. Скорость воды в широком сечении трубы

$$v_1=\frac{4Q}{\pi d_1^2}=\frac{4\cdot 0{,}02}{3{,}14\cdot 0{,}2^2}=0{,}69 \text{ м/с}.$$

Скорость воды в узком сечении трубы

$$v_2=\frac{4Q}{\pi d_2^2}=\frac{4\cdot 0{,}02}{3{,}14\cdot 0{,}1^2}=2{,}82 \text{ м/с}.$$

Степень сужения трубопровода

$$n=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{d_2^2}{d_1^2}=0{,}5^2=0{,}25.$$

Коэффициент сжатия струи находим по формуле (4.8):

$$\varepsilon=0{,}57+\frac{0{,}043}{1{,}1-n}=0{,}57+\frac{0{,}043}{1{,}1-0{,}25}=0{,}52.$$

Коэффициент местного сопротивления при внезапном сужении определим по формуле (4.5):

$$\zeta_{вн.с}=\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)^2=\left(\frac{1}{0{,}62}-1\right)^2=0{,}37.$$

Уравнение Бернулли для сечений *1—1* и *2—2* и плоскости сравнения, совпадающей с осью трубы,

$$p_1/\rho g+v_1^2/2g=p_2/\rho g+v_2^2/2+\zeta_{вн.с}v_2^2/2g$$

Разность пьезометрических напоров

$$H=\frac{p_1-p_2}{\rho g}=\frac{v_2^2}{2g}-\frac{v_1^2}{2g}+\zeta_{вн.с}\frac{v_2^2}{2g}=\frac{2{,}82^2}{19{,}6}-\frac{0{,}69^2}{19{,}6}+0{,}37\frac{2{,}82^2}{19{,}6}=$$
$$=0{,}529 \text{ м}.$$

Величина столба ртутного манометра

$$h_{рт}=\frac{H\rho}{\rho_{рт}-\rho}=\frac{0{,}529\cdot 998{,}2}{13\,550-998{,}2}=42{,}5 \text{ мм рт. ст.}$$

Пример 4.4. Недалеко от конца трубопровода диаметром $d=0{,}15$ м, транспортирующего вязкую жидкость ($\rho=900$ кг/м³, $\nu=1\cdot 10^{-4}$ м²/с), имеется задвижка Лудло. Определить пьезометрическое давление перед задвижкой при расходе $Q=0{,}04$ м³/с, если степень открытия задвижки $n=0{,}75$. В конце трубопровода давление равно атмосферному.

Решение. Находим скорость течения жидкости в трубе:

$$v=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4\cdot 0{,}04}{3{,}14\cdot 0{,}15^2}=2{,}27 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса, характеризующее течение в трубопроводе,

$$\mathrm{Re} = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{4\,Q}{\pi\,d\,\nu} = \frac{4\cdot 0{,}04}{3{,}14\cdot 0{,}15\cdot 1\cdot 10^{-6}} = 3400.$$

Определяем коэффициент местного сопротивления по формуле (4.22):

$$\zeta = A/\mathrm{Re} + \zeta_{\text{кв}}.$$

По табл. 4.5 находим значение $A=350$, $\zeta_{\text{кв}}=0{,}2$. Тогда

$$\zeta = \frac{350}{3400} + 0{,}2 \approx 0{,}31.$$

Потери давления [см. формулу (4.2)]

$$\Delta p_{\text{м}} = \zeta\,\rho\,v^2/2 = 0{,}31\cdot 900\cdot 2{,}27^2/2 = 710 \text{ Па}.$$

Учитывая, что в конце трубопровода избыточное давление отсутствует, пьезометрическое давление перед задвижкой будет равно 710 Па.

Пример 4.5. Горизонтальная труба диаметром $d=0{,}1$ м внезапно переходит в трубу диаметром $d_2=0{,}15$ м. Проходящий расход воды $Q=0{,}03$ м³/с. Требуется определить: а) потери напора при внезапном расширении трубы; б) разность давлений в обеих трубах; в) потери напора и разность давлений для случая, когда вода будет течь в противоположном направлении (т. е. из широкой трубы в узкую); г) разность давлений при постепенном расширении трубы (считая потери напора пренебрежимо малыми).

Решение. а) Находим потери напора при внезапном расширении трубопровода по формуле Борда:

$$h_{\text{вн р}}\ \frac{(v_1 - v_2)^2}{2\,g};$$

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{0{,}03\cdot 4}{3{,}14\cdot 10^{-2}} = 3{,}84 \text{ м/с};$$

$$v_2 = (d_1/d_2)^2\,v_1 = (0{,}1/0{,}15)^2\,3{,}82 = 1{,}75 \text{ м/с};$$

$$h_{\text{вн.р}} = \frac{(3{,}84 - 1{,}75)^2}{2\cdot 9{,}81} = 0{,}22 \text{ м}.$$

б) Находим разность давлений в узкой и широкой трубах из уравнения Бернулли:

$$\frac{p_1}{\rho\,g} + \frac{v_1^2}{2\,g} = \frac{p_2}{\rho\,g} + \frac{v_2^2}{2\,g} + h_{\text{вн.р}};$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho\,g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2\,g} - h_{\text{вн.р}}$$

$$p_2 - p_1 = \rho\,(v_1^2 - v_2^2)/2 - h_{\text{вн.р}}\,\rho\,g =$$

$$= 998{,}2\,(3{,}84^2 - 1{,}75^2)/2 - 0{,}22\cdot 998{,}2\cdot 9{,}8 = 3245 \text{ Па}.$$

в) При изменении направления движения на обратное, т. е. из широкой трубы в узкую, скорость в сжатом сечении

$$v_{\text{сж}} = \frac{\omega_1}{\omega_{\text{сж}}}\,v_1 = \frac{v_1}{\varepsilon}.$$

Степень сжатия потока

$$n = d_1^2/d_2^2 = 0{,}1^2/0{,}15^2 = 0{,}446.$$

Коэффициент сжатия струи по формуле (4.8)

$$\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - n} - 0{,}64;$$

$$h_{\text{вн с}} = \frac{(v_{\text{сж}} - v_1)^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{\omega_1}{\omega_{\text{сж}}} - 1\right)^2 =$$

$$= \frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2 = \frac{3{,}82^2}{2 \cdot 9{,}8}\left(\frac{1}{0{,}64} - 1\right)^2 = 0{,}23 \text{ м}.$$

Разность давлений

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + h_{\text{вн.с}} = 0{,}595 + 0{,}23 = 0{,}82 \text{ м}; \; p_2 - p_1 = 8000 \text{ Па}.$$

г) Если бы был обеспечен плавный переход от трубы узкого сечения к трубе широкого сечения, то разность давлений была бы равна:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{10{,}86}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}595 \text{ м};$$

$$p_2 - p_1 = 5840 \text{ Па}.$$

Пример 4.6. Две горизонтальные трубы — одна диаметром $d_1 = 0{,}075$ м и другая диаметром $d_2 = 0{,}1$ м — соединены фланцами, между которыми поставлена тонкая пластинка с отверстием диаметром $d = 0{,}05$ м, центр которого совпадает с осью трубы. Ртутный U-образный манометр присоединен с помощью наполненных водой трубок на таком расстоянии выше и ниже отверстия, где течение можно считать выровненным. Отсчет по манометру $H = 0{,}349$ м рт.ст при расходе воды $Q = 0{,}014$ м³/с. Считая, что потери напора происходят только при расширении струи ниже отверстия, определить коэффициент сжатия струи в отверстии.

Решение. Потери напора находим по формуле Борда:

$$h = \frac{(v_{\text{сж}} - v_2)^2}{2g} = \left(\frac{\omega_2}{\omega\,\varepsilon} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \zeta \frac{v_2^2}{2g} = \zeta \frac{Q^2}{2g\,\omega^2}.$$

Поскольку расход воды известен, можно написать:

$$Q = \omega_1 v_1 = \varepsilon\,\omega\, v_{\text{сж}} = \omega_2 v_2 = 0{,}014 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Из уравнения Бернулли

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2} + h_{1-2}$$

получим:

$$h_{1-2} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$$

или

$$h_{1-2} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right) + (\delta_{\text{рт}} - 1)\, h_{\text{рт}},$$

где $\delta_{\text{рт}} = \rho_{\text{рт}}/\rho_{\text{воды}}$ — относительная плотность ртути.

Сравнивая последнее выражение для h_{1-2} с выражением, найденным из формулы Борда, получаем:

$$\zeta=[(\omega_2/\omega_1)^2-1]+(\delta_{\text{рт}}-1)\,h_{\text{рт.ст}}\cdot 2g\,(\omega_2/Q)^2,$$

или, подставляя численные значения,

$$\zeta=\left[\left(\frac{0,1^2}{0,075^2}\right)-1\right]+(12,6)\,104\cdot 0,349\cdot 2\cdot 9,8\left(\frac{(3,14\cdot 0,1^2}{4\cdot 0,014}\right)^2=25,2.$$

Поскольку

$$\zeta=\left(\frac{\omega_2}{\varepsilon\,\omega}-1\right)^2=\left(\frac{0,1^2}{0,05\,\varepsilon}-1\right)^2=25,2,$$

получаем:

$$\varepsilon=0,66.$$

Пример 4.7. Определить потери давления при движении масла в радиаторе (рис. 4.8), если расход масла $Q=2\cdot 10^{-4}$ м³/с. Диаметр коллектора радиатора $d_0=0,03$ м, диаметр трубок $d_{\text{тр}}=0,01$ м, длина их $l_{\text{тр}}=1$ м. Плотность масла $\rho=900$ кг/м³, кинематическая вязкость $\nu=6,5\cdot 10^{-6}$ м²/с

Решение Скорость течения масла в коллекторах

$$v=\frac{4Q}{\pi d_0^2}=\frac{4\cdot 2\cdot 10^{-4}}{3,14\cdot 0,03^2}=0,28\ \text{м/с}.$$

Найдем потери давления в трубках по длине и потери на местные сопротивления. Все четыре трубки находятся в одинаковых условиях; следовательно, расход в каждой из них

$$Q_{\text{тр}}=\frac{1}{4}Q=5\cdot 10^{-5}\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Скорость течения масла в трубке

$$v_{\text{тр}}=\frac{4Q_{\text{тр}}}{\pi d_{\text{тр}}^2}=\frac{4\cdot 5\cdot 10^{-5}}{3,14\cdot 0,01^2}=0,63\ \text{м/с}.$$

Число Рейнольдса

$$\text{Re}_{\text{тр}}=\frac{v_{\text{тр}}\,d_{\text{тр}}}{\nu}=\frac{0,63\cdot 0,01}{6,5\cdot 10^{-5}}=97.$$

Таким образом, течение в трубках ламинарное. Потери давления по длине находим по формуле (3.21):

$$\Delta p_{\text{л}}=\frac{32\,\rho\nu\,l_{\text{тр}}\,v_{\text{тр}}}{d_{\text{тр}}^2}=\frac{32\cdot 900\cdot 6,5\cdot 10^{-5}\cdot 1\cdot 0,63}{0,01^2}=1,15\cdot 10^4\ \text{Па}=$$

$$=11,5\ \text{кПа}.$$

Потери давления в местных сопротивлениях определяем по формуле (4.2):

$$\Delta p_{\text{м}}=\Delta p_{\text{м.вх}}+\Delta p_{\text{м.вых}}=\zeta_{\text{вх}}\,\rho\,v_{\text{тр}}^2/2+\zeta_{\text{вых}}\,\rho\,v_{\text{тр}}^2/2.$$

Коэффициенты местных сопротивлений вычислим по формуле (4.22):

$$\zeta=A/\text{Re}+\zeta_{\text{кв}}.$$

По табл. 4.5 находим для входа в трубки $\zeta_{\text{вх.кв}}=0,5$ и $A=30$, для выхода из трубок $\zeta_{\text{вых.кв}}=1$ и $A=30$. Подставляя найденные значения, получаем:

$$\zeta_{\text{вых}}=30/97+1=1,3;\quad \zeta_{\text{вх}}=30/97+0,5=0,8.$$

Тогда

$$\Delta p_м = 1{,}3\cdot 900\cdot 0{,}28^2/2 + 0{,}8\cdot 900\cdot 0{,}28^2/2 = 0{,}07 \text{ кПа}.$$

Общие потери давления при движении масла в радиаторе

$$\Delta p_{пот} = \Delta p_л + \Delta p_м = 11{,}5 + 0{,}07 = 11{,}57 \text{ кПа}.$$

Пример 4.8. Определить потери давления Δp в водяном тракте водоподогревателя, состоящего из шестипетлевого трубчатого стального змеевика (рис 4.9). Диаметр труб $d=0{,}075$ м; длина прямого участка $l=3$ м; петли соединяются круговыми коленами, имеющими радиус $R=0{,}1$ м. Расход воды $Q=0{,}01$ м³/с. Температура 90°С.

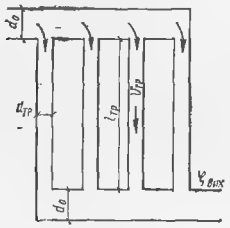


Рис. 4 8

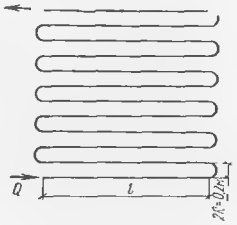


Рис. 4 9

Решение. Потери давления в водяном тракте водоподогревателя складываются из потерь давления по длине $\Delta p_л$ и местных потерь на плавные повороты $\Delta p_{пов}$. Определяем число Рейнольдса ($\nu=0{,}33\cdot 10^{-6}$ м²/с; см. табл 6):

$$\mathrm{Re} = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{2{,}27\cdot 0{,}075}{0{,}33\cdot 10^{-6}} = 5{,}15\cdot 10^5,$$

откуда

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi\, d^2} = \frac{4\cdot 0{,}01}{3{,}14\cdot 0{,}075^2} = 2{,}27 \text{ м/с}.$$

Принимая для стальных труб $k_э=0{,}03$ мм (см. табл. 3.1), находим $k_э/d = 4\cdot 10^{-4}$. Змеевик работает в переходной области сопротивления (см рис. 3 4). Коэффициент гидравлического трения определяем по формуле (3 7):

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_э}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{3\cdot 10^{-5}}{7{,}5\cdot 10^{-2}} + \frac{68}{5{,}15\cdot 10^5}\right)^{0{,}25} = 0{,}017.$$

Потери давления по длине находим по формуле (3.4), принимая $\rho = 965{,}3$ кг/м³ (см. табл. 1):

$$\Delta p_л = \lambda\,\frac{l}{d}\,\rho\,\frac{v^2}{2} = 0{,}017\,\frac{6\cdot 3}{7{,}5\cdot 10^{-2}}\,\frac{965{,}3\cdot 2{,}27^2}{2} = 1{,}02\cdot 10^4 \text{ Па} = 10{,}2 \text{ кПа}.$$

Местные потери давления на плавный поворот определяем по формуле (4.1):

$$\Delta p_{пов} = N\,\zeta_{180°}\,\rho\,v^2/2,$$

где N — число плавных поворотов;

$\xi_{180°}$ — коэффициент местного сопротивления при плавном повороте на 180°, равный $\xi_{180°} = \xi_{90°} a$ [см. формулу (4.18)].

Принимаем $a = 1{,}33$. Коэффициент местного сопротивления $\xi_{90°}$ при плавном повороте на 90° при $d/R = 0{,}075/0{,}1 = 0{,}75$ определяем по формуле (4.19):

$$\xi_{90°} = [0{,}2 + 0{,}001\ (100\ \lambda)^3]\ \sqrt{d/R} = [0{,}2 + 0{,}00 \cdot 1{,}7^3]\ \sqrt{0{,}75} = 0{,}234.$$

Потери давления на плавные повороты

$$\Delta p_{пов} = 11 \cdot 0{,}234 \cdot 1{,}33 \cdot 965{,}3 \cdot 2{,}27^2/2 = 80 \cdot 10^4 \text{ Па} = 800 \text{ кПа}.$$

Общие потери давления в водяном тракте водоподогревателя

$$\Delta p = \Delta p_л + \Delta p_{пов} = 10{,}2 + 800 = 810{,}2 \text{ кПа}.$$

Основная часть потерь давления в петлевом водоподогревателе вызвана сопротивлением на поворотах.

Пример 4.9. Насос забирает из водоема воду с температурой 20°С в количестве $Q = 50$ *л/с*. Определить максимальную высоту расположения горизонтального вала насоса над свободной поверхностью воды H_1 (рис. 4.10), если давление перед насосом $p_2 = 0{,}3 \cdot 10^5$ Па. На всасывающей чугунной трубе диаметром $d = 0{,}25$ м и длиной $l = 50$ м имеется заборная сетка, плавный поворот радиусом $R = 0{,}5$ м и регулирующая задвижка, открытая на 45% площади проходного сечения.

Решение. Запишем уравнение Бернулли для всех сечений *1—1* (по уровню свободной поверхности водоема) и *2—2* (перед насосом):

$$\rho v_1^2/2 + p_1 + \rho g z_1 = \rho v_2^2/2 + p_2 + \rho g z_2 + \Delta p_{пот},$$

где v_1 — средняя скорость течения воды на свободной поверхности водоема;

p_1 — атмосферное давление;

v_2 — средняя скорость течения воды во всасывающей трубе;

$\Delta p_{пот}$ — сумма потерь давления по длине и местных потерь.

Учитывая, что $z_1 = 0$, $v_1 \approx 0$, и принимая плоскость *1—1* в качестве плоскости сравнения, находим:

$$p_1 = \rho v_2^2/2 + p_2 + \rho g H_1 + \Delta p_{пот}.$$

Высота расположения насоса над уровнем воды в водоеме

$$H_1 = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} - \frac{v_2^2}{2g} - \frac{\Delta p_{пот}}{\rho g}.$$

Средняя скорость течения воды во всасывающей трубе

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{3{,}14 \cdot 0{,}25^2} = 1{,}02 \text{ м/с}.$$

Суммарные потери давления

$$\Delta p_{пот} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v_2^2}{2} + \Sigma\zeta \rho \frac{v_2^2}{2} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma\zeta\right) \rho \frac{v^2}{2},$$

где $\Sigma\zeta = \zeta_{заб} + \zeta_{пов} + \zeta_з$.

Здесь $\zeta_{заб} = 5$ (см. приложение 28) — коэффициент местного сопротивления на вход во всасывающую трубу;

$\zeta_{пов}$ — коэффициент местного сопротивления на плавный поворот трубопровода;

$\zeta_з = 5$ — коэффициент местного сопротивления задвижки [7, табл. 4.21].

Число Рейнольдса (при $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с; см. табл. 6)

$$\mathrm{Re} = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{1{,}02 \cdot 0{,}25}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 25 \cdot 10^4.$$

Для чугунных труб $k_э = 1$ мм (см. табл 3.1)

$$k_э/d = 1 \cdot 10^{-3}/0{,}25 = 4 \cdot 10^{-3}.$$

По рис. 3.4 находим, что всасывающий трубопровод работает в квадратичной зоне сопротивления. Коэффициент гидравлического трения определяем по формуле (3.7):

$$\lambda = 0{,}11\ (k_э/d)^{0{,}25} = 0{,}11\ (10^{-3}/0{,}25)^{0{,}25} = 0{,}0278.$$

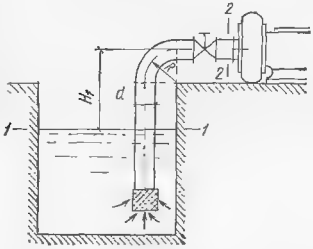


Рис 4.10

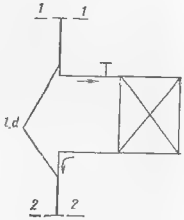


Рис 4.11

Коэффициент местного сопротивления на плавный поворот $\zeta_{пов}$ вычисляем по формуле (4.19):

$$\zeta_{пов} = [0{,}2 + 0{,}001\ (100\,\lambda)^6]\ \sqrt{d/R} =$$

$$= [0{,}2 + 0{,}001\ (100 \cdot 0{,}0278)^6]\ \sqrt{0{,}25\ /\ 0{,}5} = 2{,}64.$$

Суммарные потери давления при плотности воды $\rho = 998{,}2$ кг/м³ (см приложение 1):

$$\Delta p_{пот} = (0{,}0278 \cdot 50/0{,}25 + 5 + 2{,}64 + 5)\ 998{,}2 \cdot 1{,}02^2/2 = 0{,}91 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Тогда

$$H_1 = \frac{10^5\ (1 - 0{,}3)}{998{,}2 \cdot 9{,}8} - \frac{1{,}02^2}{2 \cdot 9{,}8} - \frac{0{,}91 \cdot 10^4}{998{,}2 \cdot 9{,}8} = 6{,}2 \text{ м}.$$

Высота расположения насоса не должна превышать 6,2 м

Пример 4.10. Расход горячей воды с температурой 95°С через радиатор водяного отопления (рис. 4.11) $Q = 0{,}1$ м³/ч. Определить потери давления между сечениями *1—1* и *2—2*, если диаметр подводящих трубопроводов $d = 0{,}0125$ м, а общая их длина $l = 5$ м.

Решение. Суммарные потери давления

$$\Delta p_{пот} = \Delta p_л + \Delta p_м,$$

где $\Delta p_л$ — потери давления по длине;
$\Delta p_м$ — местные потери.

Средняя скорость течения воды в трубопроводе

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,1}{3,14 \cdot 3600\ (1,25 \cdot 10^{-2})^2} = 0,225 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса (при $\nu = 0,3 \cdot 10^{-6}$ м²/с; см табл 6)

$$\mathrm{Re} = \frac{v d}{\nu} = \frac{0,225 \cdot 1,25 \cdot 10^{-2}}{0,3 \cdot 10^{-6}} = 9400.$$

Абсолютная шероховатость стальной трубы $k_э = 5 \cdot 10^{-5}$ м (см. табл. 3 1), относительная шероховатость

$$\frac{k_э}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{1,25 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^{-3}.$$

По рис 3 4 находим, что трубопроводы работают в переходной зоне сопротивления. Коэффициент гидравлического трения определяем по формуле (3 7):

$$\lambda = 0,11\ (k_э/d + 68/\mathrm{Re})^{0,25} = 0,11\ (4 \cdot 10^{-3} + 68/9400)^{0,25} = 0,036.$$

Потери давления по длине при плотности воды $\rho = 961,9$ кг/м³ (см табл 1)

$$\Delta p_л = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v^2}{2} = 0,036 \frac{5}{1,25 \cdot 10^{-2}} 961,9 \frac{0,225^2}{2} = 370 \text{ Па}.$$

Местные потери давления складываются из потерь на поворот в пробковом кране и в радиаторе Для поворота $\zeta_{90°} = 1,4$; для крана $\zeta_{кв} = 0,4$ (см табл 4 5), для радиатора $\zeta_р = 2$ (см приложение 28) Эти значения коэффициентов местных сопротивлений рекомендованы для зоны квадратичного сопротивления, т е. для больших чисел Рейнольдса. Влияние числа Рейнольдса на местные сопротивления учитываем по формуле (4 22).

$$\zeta = A/\mathrm{Re} + \zeta_{кв}.$$

Из табл 4 5 имеем для поворота под углом 90° $A = 400$, для пробкового крана $A = 150$ Для радиатора приближенно принимаем $A = 500 \zeta_р = 500 \cdot 2 = 1000$

Сумма коэффициентов местных сопротивлений

$$\Sigma \zeta = 2\ (1,4 + 400/9400) + (0,4 + 150/9400) + (2 + 1000/9400) = 5,39.$$

Потери давления на местные сопротивления

$$\Delta p_м = 5,39 \cdot 961 \cdot 9 \cdot 0,225^2/2 = 140 \text{ Па}.$$

Суммарные потери давления

$$\Delta p_{пот} = 370 + 140 = 510 \text{ Па}.$$

Пример 4.11. Определить длину начального участка $L_н$ стального трубопровода диаметром $d = 0,2$ м. Расход воды $Q = 0,15$ м³/с, температура 20°С.

Решение Длина начального участка при турбулентном течении в трубопроводе может быть определена из формулы (3.33)

$$L_н/d = 2,45/\sqrt{\lambda},$$

где λ—коэффициент гидравлического трения для стабилизированного течения.

Для определения λ найдем относительную шероховатость и число Рейнольдса.

При $k_э = 5 \cdot 10^{-5}$ м (см табл 3 1)

$$k_э/d = 5 \cdot 10^{-5}/0,2 = 2,5 \cdot 10^{-4}.$$

Число Рейнольдса при $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2) и

$$v = \frac{4 \cdot 0{,}15}{3{,}14 \cdot 0{,}2^2} = 4{,}9 \text{ м/с};$$

$$\mathrm{Re} = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{4{,}9 \cdot 0{,}2}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 0{,}98 \cdot 10^6.$$

По диаграмме (см. рис. 3.4) определяем, что трубопровод работает в области квадратичного трения. Тогда по формуле (3.7)

$$\lambda = 0{,}11\ (k_э/d)^{0{,}25} = 0{,}11\ \ (5 \cdot 10^{-5}/0{,}2)^{0{,}25} = 0{,}0138.$$

Длина начального участка

$$L_н = d \cdot 2{,}45/\sqrt{\lambda} = 0{,}2 \cdot 2{,}45/\sqrt{0{,}0138} = 4{,}2 \text{ м};$$

$$L_н/d = 4{,}2/0{,}2 = 21.$$

Рассматривая вход в трубу как местное сопротивление, найдем длину участка влияния местного сопротивления по формуле (4.24):

$$l_{вл} = 30\,d = 30 \cdot 0{,}2 = 6 \text{ м},$$

что несколько больше найденной длины начального участка.

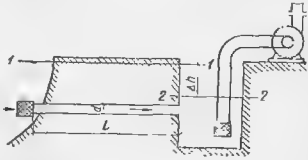


Рис. 4.12

Пример 4.12. Насос с подачей $Q = 0{,}01$ м³/с забирает воду из колодца, сообщающегося с водоемом чугунной трубой диаметром $d = 150$ мм и длиной $l = 100$ м (рис. 4.12). На входе в трубу установлена сетка. Температура воды в водоеме 20°С. Найти перепад уровней воды Δh в водоеме и колодце.

Решение. Запишем уравнение Бернулли для двух сечений *1—1* и *2—2*, принимая уровень воды в колодце *2—2* за плоскость сравнения:

$$p_1 + \rho\, v_1^2/2 + \rho\, g\, \Delta h = p_2 + \rho\, v_2^2/2 + \Delta p_{пот}.$$

Учитывая, что $p_1 = p_2$ и $v_1 \approx v_2 \approx 0$, получаем:

$$\Delta p_{пот} = \rho\, g\, \Delta h.$$

Потери давления в трубе

$$\Delta p_{пот} = \left(\lambda\, \frac{l}{d} + \Sigma\zeta\right) \rho\, v^2/2.$$

Скорость течения жидкости в трубе

$$v = \frac{4\,Q}{\pi\, d^2} = \frac{4 \cdot 0{,}01}{3{,}14 \cdot 0{,}15^2} = 0{,}565 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса (при $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с; см. приложение 2)

$$\mathrm{Re} = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{0{,}565 \cdot 0{,}15}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 8{,}47 \cdot 10^4.$$

Абсолютная шероховатость чугунной трубы (табл. 3.1) $k_э = 1$ мм $= 10^{-3}$ м. Относительная шероховатость

$$k_э/d = 10^{-3}/0{,}15 = 6{,}7 \cdot 10^{-3}.$$

По рис. 3.4 находим, что труба работает в квадратичной зоне сопротивления. Коэффициент гидравлического трения вычисляем по формуле (3.7):

$$\lambda = 0,11\ (k_э/d)^{0,25} = 0,0316.$$

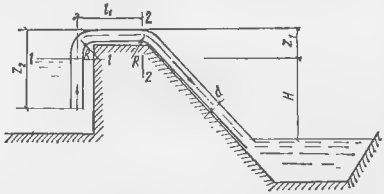
Местные потери давления складываются из потерь давления на вход в трубу и на выход из нее: $\zeta_{вх}=6$ (приложение 28), $\zeta_{вых}=1$ [см. формулу (4.11)].

Перепад уровней воды в водоеме и колодце

$$\Delta h = \frac{\Delta p_{пот}}{\rho g} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma\zeta\right)\frac{v^2}{2g} = \left(0,0316\ \frac{100}{0,15} + 7\right)\frac{0,565^2}{2 \cdot 9,81} = 0,46\ м.$$

Пример 4.13. Сифонный бетонный водосброс диаметром $d=1$ м, общей длиной $l=50$ м сбрасывает воду из водохранилища в реку, уровень которой на $H=5$ м ниже уровня водохранилища (рис. 4.13). Определить подачу Q сифонного водосброса, если он имеет два поворота: $\alpha=90°$ и $\alpha=45°$ с радиусами закругления $R=2$ м. Длина горизонтального участка $l_г=2$ м, толщина

Рис. 4.13



стенок водосброса $\delta=0,05$ м. Температура воды в водохранилище 0°С Определить также вакуум $p_{вак}$ в верхней точке сифона, если $z_1=1$ м и $z_2=3$ м.

Решение. Разность уровней воды в водохранилище и реке определяет суммарные потери давления в сифонной трубе (см. пример 4.12):

$$H = \frac{\Delta p_{пот}}{\rho g}.$$

Потери давления

$$\Delta p_{пот} = (\lambda\, l/d + \Sigma\zeta)\, \rho\, v^2/2.$$

Скорость движения воды в сифонном водосбросе

$$v = \sqrt{\frac{1}{(\lambda\, l/d + \Sigma\zeta)}}\ \sqrt{\frac{2\,\Delta p_{пот}}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{(\lambda l/d + \Sigma\zeta)}}\ \sqrt{2gH}.$$

Примем первоначально, что водосброс работает в квадратичной области сопротивления. Тогда по формуле (3.7) при $k_э=5 \cdot 10^{-4}$ м (см. табл. 3.1)

$$\lambda = 0,11\ (k_э/d)^{0,25} = 0,11\ (5 \cdot 10^{-4}/1)^{0,25} = 0,0166.$$

Коэффициент местного сопротивления на вход в трубу (при $\delta/d=0,05/1=$ $=0,05$) $\zeta_{вх}=0,5$. Коэффициент сопротивления на поворот 90° находим по формуле (4.19):

$$\zeta_{90°} = [0,2 + 0,001\ (100\,\lambda)^6]\ \sqrt{d/R} =$$

$$= [0,2 + 0,001\ (100 \cdot 0,0166)^6]\ \sqrt{1/2} = 0,18.$$

Коэффициент сопротивления на поворот 45° определяем по формуле (4.18), принимая $a=0{,}7$ (см. приложение 27): $\zeta_{45^\circ}=\zeta_{90^\circ}\cdot a=0{,}18\cdot 0{,}7\approx 0{,}13$. Коэффициент сопротивления на выход из трубы $\zeta_{вых}=1$.

Сумма коэффициентов местных сопротивлений

$$\Sigma\zeta=0{,}5+0{,}18+0{,}13+1=1{,}81.$$

Скорость

$$v=\sqrt{\frac{1}{0{,}0166\cdot 50/1+1{,}81}}\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 5}=5{,}9\ \text{м/с}.$$

Число Рейнольдса (при $\nu=1{,}79\cdot 10^{-6}$ м²/с; см. табл 6)

$$\mathrm{Re}=\frac{v\,d}{\nu}=\frac{5{,}9\cdot 1}{1{,}79\cdot 10^{-6}}=3{,}2\cdot 10^6.$$

При

$$k_э/d=5\cdot 10^{-4}/1=5\cdot 10^{-4}$$

по рис. 3.4 устанавливаем, что водосброс работает в квадратичной области сопротивления.

Расход воды через сифонный водосброс

$$Q=v\pi d^2/4=5{,}9\cdot 3{,}14\cdot 1/4=4{,}6\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Составим уравнение Бернулли для сечений *1—1* и *2—2*:

$$p_1=\rho g z_1+\rho v^2/2+\Delta p_{пот}^{1-2}+p_2.$$

Потери давления на участке *1—2*

$$\Delta p_{пот}^{1-2}=(\lambda l_1/d+\zeta_{вх}+\zeta_{90^\circ})\rho v^2/2,$$

где $l_1=z_2+l_г=3+2=5$ м и $\rho=999{,}9$ кг/м³ (см. табл. 1).

Подставляем численные значения и получаем:

$$\Delta p_{пот}^{1-2}=(0{,}0166\cdot 5/1+0{,}5+0{,}18)\ 999{,}9\cdot 5{,}9^2/2=1{,}4\cdot 10^4\ \text{Па}.$$

Величина вакуума в верхней точке водосброса

$$p_{вак}=p_1-p_2=\rho g z_1+\rho v^2/2+\Delta p_{пот}^{1-2}=999{,}9\cdot 9{,}8\cdot 1+$$
$$+999{,}9\cdot 5{,}9^2/2+1{,}4\cdot 10^4=4{,}1\cdot 10^4\ \text{Па}=41\ \text{кПа}.$$

Пример 4.14. В стальном трубопроводе системы горячего водоснабжения диаметром $d=0{,}0125$ м, длиной $l=100$ м движется вода со скоростью $v=0{,}5$ м/с. Температура воды 50°С. На трубопроводе имеются два поворота под углом $\alpha=90^\circ$ и пробковый кран. Определить потери давления и сравнить с результатами расчета, выполненного в предположении квадратичного закона сопротивления (рис. 4.14).

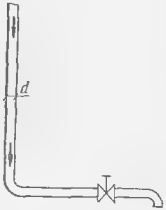


Рис. 4 14.

Решение. Суммарные потери давления $\Delta p_{пот}$ складываются из потерь на трение по длине $\Delta p_л$ и потерь в местных сопротивлениях $\Delta p_м$

Число Рейнольдса (при $\nu=0{,}55\cdot 10^{-6}$ м²/с; см. табл. 6)

$$\mathrm{Re}=\frac{v\,d}{\nu}=\frac{0{,}5\cdot 0{,}0125}{0{,}55\cdot 10^{-6}}=11{,}8\cdot 10^3.$$

Для стального трубопровода $k_э=5\cdot 10^{-5}$ (см табл. 3.1); относительная шероховатость

$$k_э/d = 5\cdot10^{-5}/0{,}0125 = 4\cdot10^{-3}.$$

По рис. 3 4 устанавливаем, что трубопровод работает в переходной области сопротивления. Коэффициент гидравлического трения находим по формуле (3.7):

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_э}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{5\cdot10^{-5}}{0{,}0125} + \frac{68}{11{,}8\cdot10^3}\right)^{0{,}25} = 0{,}035.$$

Потери давления на трение по длине трубопровода при $\rho = 988{,}1$ кг/м³ (см. табл 1)

$$\Delta p_л = \lambda\,\frac{l}{d}\,\rho\,\frac{v^2}{2} = 0{,}035\,\frac{100}{1{,}25\cdot10^{-2}}\,988{,}1\,\frac{0{,}5^2}{2} = 3{,}56\cdot10^4\ \text{Па}.$$

Коэффициенты местных сопротивлений определяем по формуле (4.22):

$$\zeta = A/\mathrm{Re} + \zeta_{кв};$$

для поворота под углом 90° $\zeta_{кв} = 1{,}4$; $A = 400$ (см. табл. 4.5);
для пробкового крана $\zeta_{кв} = 0{,}4$; $A = 150$ (см. табл. 4 5).
Сумма коэффициентов местных сопротивлений

$$\Sigma\zeta = 2\left(\frac{400}{11{,}8\cdot10^3} + 1{,}4\right) + \frac{150}{11{,}8\cdot10^3} + 0{,}4 = 3{,}27.$$

Местные потери давления

$$\Delta p_м = \Sigma\zeta\,\rho\,v^2/2 = 3{,}27\cdot988{,}1\cdot0{,}5^2/2 = 420\ \text{Па}.$$

Суммарные потери давления

$$\Delta p_{пот} = \Delta p_л + \Delta p_м = 3{,}56\cdot10^4 + 420 = 3{,}6\cdot10^4\ \text{Па} = 36\ \text{кПа}.$$

Если считать, что трубопровод работает в области квадратичного сопротивления, то по формуле (3 7)

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_э}{d}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{5\cdot10^{-5}}{1{,}25\cdot10^{-2}}\right)^{0{,}25} = 0{,}028;$$

$$\Delta p_л = 0{,}028\,\frac{100}{1{,}25\cdot10^{-2}}\,988{,}1\,\frac{0{,}5^2}{2} = 2{,}85\cdot10^4\ \text{Па};$$

$$\Sigma\zeta = 2\cdot1{,}4 + 0{,}4 = 3{,}2\ \text{Па};$$

$$\Delta p_м = 3{,}2\cdot988{,}1\cdot0{,}5^2/2 = 410\ \text{Па};$$

$$\Delta p_{пот} = 2{,}85\cdot10^4 + 410 = 2{,}89\cdot10^4\ \text{Па} = 28{,}9\ \text{кПа}.$$

Таким образом, потери давления, рассчитанные в предположении квадратичного закона сопротивления, будут занижены против реальных потерь на 14%.

Пример 4.15. Найти потери давления $\Delta p_м$ на преодоление местных сопротивлений при движении воды в стальном трубопроводе диаметром $d = 0{,}025$ м при повороте на угол $\alpha = 90°$ без вставки и со вставкой (рис. 4.15). Найти наименьшую длину вставки $l_{вл}$, при которой отсутствует взаимное влияние двух местных сопротивлений. Скорость воды $v = 5$ м/с, температура воды 20°С.

Решение Потери давления при повороте на угол 90° без вставки (*а*) и со вставкой (*б*) находим по формуле (4.2):

$$\Delta p_{(а)} = \zeta_{90°}\,\rho\,v^2/2 \text{ и } \Delta p_{(б)} = 2\,\zeta_{135°}\,\rho\,v^2/2.$$

Принимая $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2), находим число Рейнольдса для потока воды в трубе:

$$\mathrm{Re} = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 12{,}5 \cdot 10^4.$$

Относительная шероховатость при $k_э = 5 \cdot 10^{-5}$ м (см. табл. 3.1)

$$\frac{k_э}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{25 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3}.$$

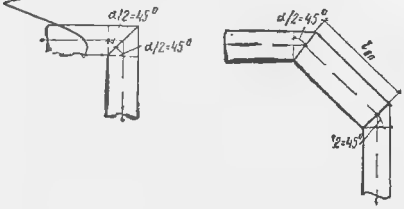


Рис. 4.15

Коэффициент гидравлического трения трубопровода определяем по формуле (3.7):

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_э}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{1}{500} + \frac{68}{12{,}5 \cdot 10^4}\right)^{0{,}25} = 0{,}0248.$$

Коэффициент местного сопротивления при резком повороте на 90° (см. приложение 26) $\zeta_{90°} = 1{,}3$. Коэффициент местного сопротивления при резком повороте на 135° находим по формуле (4.17):

$$\zeta_{135°} = \zeta_{90°}(1 - \cos\alpha) = 1{,}3\,(1 - \cos 135°) = 1{,}3\left(1 - \sqrt{3}/2\right) = 0{,}17.$$

Два поворота под углом $\alpha = 135°$ не влияют друг на друга, если расстояние между ними больше, чем $l_{вл}$. По формуле (4.23)

$$l_{вл}/d = 12/\sqrt{\lambda} - 50 = 12/\sqrt{0{,}0248} - 50 = 26;$$

$$l_{вл} = 26\,d = 26 \cdot 0{,}025 = 0{,}65 \text{ м}.$$

Таким образом, если расстояние между двумя поворотами $\alpha = 135°$ больше, чем $l_{вл} = 0{,}65$ м, местные сопротивления не будут оказывать влияния друг на друга. В этом случае

$$\frac{\Delta p_{90°}}{\Delta p_{135°}} = \frac{\zeta_{90°}}{2\,\zeta_{135°}} = \frac{1{,}3}{2 \cdot 0{,}17} = 3{,}8.$$

Вставка может снизить потери давления примерно в 4 раза.

Пример 4.16. Определить потери давления при движении воды в стальном трубопроводе диаметром $d = 0{,}1$ м, длиной $L = 200$ м, который состоит из секций длиной по $l = 10$ м, сваренных электродуговой сваркой с толщиной выступа стыка над внутренней поверхностью трубопровода $\delta = 3$ мм. Сравнить с потерями давления в том же трубопроводе без учета стыков, если расход воды $Q = 0{,}05$ м³/с, температура воды 20°С.

Решение. Потери давления в сварном трубопроводе складываются из потерь по длине и потерь в сварных стыках:

$$\Delta p_{пот} = (\lambda L/d + \zeta_{ст})\,\rho\, v^2/2.$$

Скорость воды

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4\cdot 0{,}05}{3{,}14\cdot 0{,}01} = 6{,}35 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса (при $\nu = 1{,}01\cdot 10^{-6}$ м²/с; см. приложение 2)

$$Re = \frac{v d}{\nu} = \frac{6{,}35\cdot 0{,}1}{1{,}01\cdot 10^{-6}} = 6{,}35\cdot 10^5.$$

Абсолютная шероховатость стальной трубы $k_э = 5\cdot 10^{-5}$ м (см, табл. 3.1). Относительная шероховатость

$$k_э/d = 5\cdot 10^{-6}/0{,}1 = 5\cdot 10^{-4}.$$

Коэффициент гидравлического трения определяем по формуле (3.7):

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_э}{d} + \frac{68}{Re}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(5\cdot 10^{-4} + \frac{68}{63{,}5\cdot 10^4}\right)^{0{,}25} = 0{,}0175.$$

Коэффициент местного сопротивления одного сварного стыка находим по формуле (4.13):

$$\zeta_{ст} = 14\,(\delta/d)^{3/2} = 14\,(3\cdot 10^{-3}/0{,}1)^{3/2} = 0{,}07.$$

Число стыков

$$n = L/l = 200/10 = 20.$$

При плотности воды $\rho = 998{,}2$ кг/м³ (см. приложение 1)

$$\Delta p_{пот} = \lambda\frac{L}{d}\rho\frac{v^2}{2} + n\zeta_{ст}\rho\frac{v^2}{2} = 0{,}0175\,\frac{200}{0{,}1}\,998{,}2\,\frac{6{,}35^2}{2} +$$

$$+ 20\cdot 0{,}07\cdot 998{,}2\,\frac{6{,}35^2}{2} = 7{,}2\cdot 10^5 + 0{,}3\cdot 10^4 = 7{,}5\cdot 10^5 \text{ Па} = 750 \text{ кПа}.$$

Потери давления в том же трубопроводе без учета стыков

$$\Delta p_1 = 7{,}2\cdot 10^4 \text{ Па} = 720 \text{ кПа}.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае сварные стыки увеличивают потери давления на 4%.

Пример 4.17. Требуется определить предельно допустимую скорость течения воды в отводе, если давление воды в трубопроводе перед отводом $p_1 = 1{,}2\cdot 10^5$ Па, температура воды 80°С, критическое число кавитации для отвода $\varkappa_{кр} = 2$.

Решение. Из табл. 1 находим плотность воды при заданной температуре: $\rho = 971{,}8$ кг/м³. Давление насыщенных паров воды $p_{н.п} = 4{,}7\cdot 10^4$ Па.

Предельно допустимую скорость течения воды в отводе определяем по формуле

$$v_{пр} \leqslant \sqrt{\frac{2\,(p_1 - p_{н.п})}{\rho\,\varkappa_{кр}}} = \sqrt{\frac{2\,(1{,}2\cdot 10^5 - 4{,}7\cdot 10^4)}{971{,}8\cdot 2}} = 8{,}5 \text{ м/с}.$$

Пример 4.18. Определить предельно допустимую бескавитационную скорость движения воды в стальном трубопроводе $v_{пр}$ перед регулирующим клапаном при температуре 20°С, если коэффициент местного сопротивления клапана $\zeta = 1$. Диаметр трубопровода $d = 0{,}05$ м, расстояние от входа в трубопровод до клапана $l = 10$ м, давление на входе в трубопровод $p_0 = 10^5$ Па

Решение Предельно допустимую скорость в трубопроводе перед регулирующим устройством находим по формуле (4.29):

$$v_{пр} = \sqrt{\frac{2\,(p_1 - p_{н.п})}{\rho\,\varkappa_{кр}}},$$

где p_1 — давление непосредственно перед регулирующим клапаном

Критическое число кавитации $\varkappa_{кр}$ определяем по формуле (4.28):

$$\varkappa_{кр} = \zeta + 2\sqrt{\zeta} = 1 + 2\sqrt{1} = 3.$$

Давление перед местным сопротивлением

$$p_1 = p_0 - \Delta p_л.$$

Потери на трение по длине вычисляем по формуле (3.4):

$$\Delta p_л = \lambda\,\frac{l}{d}\,\rho\,\frac{v_{пр}^2}{2}.$$

Таким образом, для нахождения двух неизвестных величин p_1 и $v_{пр}$ имеем два уравнения:

$$v_{пр}^2 = \frac{2\,(p_1 - p_{н.п})}{\varkappa_{кр}\,\rho};$$

$$p_1 = p_0 - \lambda\,\frac{l}{d}\,\rho\,\frac{v^2}{2}.$$

Подставляя значение p_1 из второго уравнения в первое, находим:

$$v_{пр}^2 = 2\left(\frac{p_0 - p_{н.п}}{\varkappa_{кр}\,\rho} - \lambda\,\frac{l}{d}\,\frac{v_{пр}^2}{2\varkappa_{кр}}\right)$$

или

$$v_{пр} = \sqrt{\frac{2\,(p_0 - p_{н.п})}{\varkappa_{кр}\,\rho}\;\frac{1}{1 + \lambda\,\frac{l}{d}\,\frac{1}{\varkappa_{кр}}}}.$$

Предполагая квадратичный закон сопротивления при $k_э = 10^{-4}$ м (см. табл. 3.1), по формуле (3.7) определяем:

$$\lambda = 0{,}11\,(k_э/d)^{0{,}25} = 0{,}11\,(10^{-4}/0{,}05)^{0{,}25} = 0{,}023.$$

Следовательно, при плотности воды $\rho = 998{,}2$ кг/м³ (см. табл. 1) и давлении насыщенных паров $p_{н.п} = 0{,}024 \cdot 10^5$ кг/м³ (см. приложение 7)

$$v_{пр} = \sqrt{\frac{2\,(10^5 - 0{,}024 \cdot 10^5)}{3 \cdot 998{,}2}\;\frac{1}{1 + 0{,}023\,\frac{10}{0{,}05}\,\frac{1}{3}}} = 5{,}35 \text{ м/с}.$$

Определяем область сопротивления трубопровода. По формуле (3.12) при $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2) находим:

$$\frac{v_{пр}\,k_э}{\nu} = \frac{6{,}35 \cdot 10^{-4}}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 535 > 500,$$

из чего следует, что трубопровод работает в области квадратичного сопротивления. Корректировки коэффициента гидравлического трения не требуется.

Глава 5

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ НАПОРНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

§ 32. Основные расчетные зависимости для длинных трубопроводов

Если влияние местных потерь напора в трубопроводе невелико и ими можно пренебречь, принимая приближенно

$$h_{пот} = h_л, \tag{5.1}$$

то расчет таких трубопроводов (так называемых длинных трубопроводов) заметно упрощается.

Потери напора в длинных трубопроводах определяются по формуле Дарси — Вейсбаха

$$h_л = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \tag{5.2}$$

которая преобразуется в одно из следующих выражений:

$$h_л = \frac{Q^2}{K^2} l = i l; \tag{5.3}$$

$$h_л = A l Q^2; \tag{5.4}$$

$$h_л = s Q^2, \tag{5.5}$$

где λ — коэффициент гидравлического трения;
l — длина расчетного участка трубы;
v — средняя скорость;
d — диаметр трубы;
Q — расход;
i — гидравлический уклон;
K — расходная характеристика (модуль расхода), м³/с:

$$K = \sqrt{\frac{g \pi^2 d^5}{8 \lambda}}; \tag{5.6}$$

A — удельное сопротивление трубопровода, с²/м⁶:

$$A = \frac{8 \lambda}{g \lambda^2 d^5} = \frac{1}{K^2}, \quad K = \frac{1}{\sqrt{A}}; \tag{5.7}$$

s — сопротивление трубопровода (полное), с²/м⁵:

$$s = A l = \frac{8 \lambda l}{g \pi^2 d^5} = \frac{l}{K^2}. \tag{5.8}$$

Для длинных трубопроводов можно также принимать

$$\frac{v^2}{2g} \ll h_л, \tag{5.9}$$

где v — средняя скорость течения в трубопроводе на рассматриваемом участке;

$h_л$ — потери напора на трение на этом участке.

Уравнение Бернулли, записанное для двух сечений длинного трубопровода, с учетом формул (5.1) и (5.9) получает вид

$$H \approx h_л, \tag{5.10}$$

где H — напор, т. е. разность пьезометрических высот в рассматриваемых сечениях:

$$H = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right). \tag{5.11}$$

Следовательно, в уравнениях (5.3) — (5.5) вместо $h_л$ для длинных трубопроводов можно принимать H, т. е. считать

$$H = \frac{Q^2}{K^2} l = A l Q^2 = s Q^2. \tag{5.12}$$

Обобщенные гидравлические параметры K и A зависят только от диаметра трубы и коэффициента гидравлического трения λ, а параметр s еще и от длины трубы.

§ 33. Частные случаи расчета длинных трубопроводов

Гидравлический расчет трубопроводов состоит в определении одной из трех величин: расхода Q, напора H или площади сечения ω по двум заданным величинам (три основные задачи расчета трубопроводов).

Простой трубопровод — трубопровод постоянного по всей длине диаметра, не имеющей ответвлений, — рассчитывают с помощью основной зависимости

$$Q = K\sqrt{i} = K\sqrt{H/l} = \sqrt{H/s} = \sqrt{i/A} \tag{5.13}$$

(значения K, A и s находят из таблиц).

Полную потерю напора в системе при последовательном соединении простых трубопроводов определяют по формуле

$$H = Q^2 \Sigma \frac{l_i}{K_i^2} = Q^2 \Sigma s_i = Q^2 \Sigma A_i l_i, \tag{5.14}$$

где l_i, K_i, s_i — длины, модули расхода и сопротивления отдельных участков.

Потери напора на каждом из участков вычисляют по формуле

$$H_i = \frac{l_i}{K_i^2} Q^2 = s_i Q^2 = A_i l_i Q^2. \tag{5.15}$$

При параллельном соединении простых трубопроводов потери напора в отдельных ветвях разветвления равны, т. е.

$$H_1 = H_2 = H_3 = H_l. \tag{5.16}$$

Расходы распределяются по отдельным ветвям в соответствии с зависимостью

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{K_1}{K_2}\sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} = \sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_1 l_1}}. \tag{5.17}$$

При непрерывной раздаче жидкости по пути, т. е. в тех случаях, когда жидкость из трубопровода расходуется во многих точках его (например, у каждого дома), потерю напора определяют по формуле

$$H = \frac{Q_0^2}{3K^2}\, l = \frac{sQ_0^2}{3} = Al\,\frac{Q_0^2}{3}, \tag{5.18}$$

где Q_0 — начальный расход, непрерывно и равномерно расходуемый по длине трубы.

Если часть расхода по трубе проходит транзитом $Q_{тр}$, а часть расходуется непрерывно и равномерно по длине трубы Q_0, общая потеря напора

$$H = \frac{l}{K^2}\left(Q_A^2 - Q_A Q_0 + \frac{Q_0^2}{3}\right) = s\left(Q_A^2 - Q_A Q_0 + \frac{Q_0^2}{3}\right), \tag{5.19}$$

где Q_A — начальный общий расход в трубе:

$$Q_A = Q_{тр} + Q_0. \tag{5.20}$$

§ 34. Расчет длинных трубопроводов при квадратичном законе сопротивления

Если трубопроводы работают в области квадратичного закона сопротивления, т. е. $\lambda \neq f(\mathrm{Re})$, обобщенные гидравлические параметры K, A и s, входящие в формулы (5.3)—(5.5), зависят только от диаметра трубы и шероховатости ее стенок и обозначаются $K_{кв}$, $A_{кв}$ и $s_{кв}$. В табл. 51 приведены значения $K_{кв}$, вычисленные по формуле (3.10) (при $k_э = 0{,}2$ мм).

Таблица 5.1

d, мм	$K_{кв}$, л/с	d, мм	$K_{кв}$, л/с	d, мм	$K_{кв}$, л/с
40	6,16	200	421	500	4 720
50	11,1	225	581	600	7 550
75	32	250	780	700	11 350
100	68,5	300	1235	800	16 200
125	128	350	1890	900	22 300
150	204	400	2630	1000	29 200
175	303	450	3580	1200	47 000

В табл. 5.2 приведены значения $A_{кв}$, вычисленные по формуле (3.10) (при $k_э$=0,1 мм).

Таблица 5.2

d, м	λ	$A_{кв}$, с²/м⁵	d, м	λ	$A_{кв}$, с²/м⁵
0,1	0,0192	168,6	0,5	0,013	0,0346
0,15	0,0177	19,15	0,6	0,0124	0,0131
0,2	0,0164	4,21	0,7	0,012	0,00591
0,25	0,0155	1,32	0,8	0,0116	0,00303
0,3	0,0148	0,504	0,9	0,0113	0,00158
0,4	0,0138	0,111	1	0,011	0,00091

В табл. 5.3 приведены значения $K^2_{кв}$ для труб различной шероховатости, подсчитанные по формуле (3.9).

Таблица 5.3

d, мм	$K^2_{кв}$, л²/с², при $k_э$, мм		
	0,2	0,5	1
75	1 133	863	686
100	5 162	3 973	3 187
125	16 024	12 469	9 659
150	43 370	34 103	27 627
175	98 143	76 840	62 259
200	197 200	155 456	127 142
250	634 161	504 082	415 352
300	1 648 925	1 414 260	1 091 313
400	7 406 182	5 975 040	4 974 592
500	23 739 375	19 257 813	16 130 625

§ 35. Расчет длинных трубопроводов при неквадратичном законе сопротивления

Если трубопроводы работают в неквадратичной области сопротивления (что наблюдается в большинстве случаев), то потери напора определяются по формулам:

$$h_л = \psi \frac{Q^2}{K^2_{кв}} l; \tag{5.21}$$

$$h_л = \psi A_{кв} l Q^2 = \psi s_{кв} Q^2, \tag{5.22}$$

где ψ — поправка на неквадратичность;

$$\psi = \lambda/\lambda_{кв}; \tag{5.23}$$

здесь λ — коэффициент гидравлического трения рассматриваемого трубопровода;

$\lambda_{кв}$ — коэффициент гидравлического трения того же трубопровода в квадратичной области сопротивления, т. е. при справедливости соотношения

$$v k_э / \nu > 500. \tag{5.24}$$

Принимая λ по формуле (3.7), получаем выражение поправки на неквадратичность в виде

$$\psi = \left(1 + \frac{68\,\nu}{v\,k_э}\right)^{0,25}. \tag{5.25}$$

В табл. 5.4 приведены значения ψ для случая движения воды ($\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с) в трубах с различной эквивалентной абсолютной шероховатостью, подсчитанные по формуле (5.25).

Таблица 5.4

k, мм	Значения ψ при v, см/с											
	1	10	20	30	40	50	100	150	200	300	400	500
0,1	2,88	1,67	1,45	1,35	1,28	1,24	1,14	1,1	1,08	1,05	1,04	1,03
1	1,67	1,14	1,08	1,05	1,04	1,03	1,015	1,01	1,01	1	1	1

В табл. 5.5 приведены значения ψ для случая движения воздуха ($\nu = 14{,}7 \cdot 10^{-6}$ м²/с) в трубах с $k_э = 0{,}1$ мм.

Таблица 5.5

v, см/с	ψ	v, см/с	ψ	v, см/с	ψ
1	5,6	400	1,37	1 000	1,19
10	3,16	500	1,31	1 500	1,14
50	2,14	600	1,28	2 000	1,1
100	1,82	700	1,25	5 000	1,04
200	1,56	800	1,22	10 000	1,02
300	1,44	900	1,21		

§ 36. Изменение пропускной способности трубопроводов в процессе их эксплуатации

При проектировании напорных трубопроводов следует учитывать, что их пропускная способность в период эксплуатации снижается — в некоторых случаях (например, для трубопроводов водоснабжения) до 50% расчетной и даже ниже. Вследствие коррозии и инкрустации (образование отложений в трубах) шероховатость труб увеличивается, что в первом приближении можно оценить по формуле [1]

$$k_t = k_0 + a\,t, \tag{5.26}$$

где k_0 — абсолютная шероховатость, мм, для новых труб (в начале эксплуатации);

k_t — абсолютная шероховатость, мм, через t лет эксплуатации;

α — коэффициент, характеризующий быстроту возрастания шероховатости, мм/год.

Таблица 5.6

Коррозионное воздействие	Характеристика природных вод	α, мм/год*
Слабое	Слабоминерализованные некоррозионные воды; воды с незначительным содержанием органических веществ и растворенного железа	0,005—0,055 (0,025)
Умеренное	Слабоминерализованные коррозионные воды; воды, содержащие органические вещества и растворенное железо в количестве меньше 3 мг/л	0,055—0,18 (0,07)
Значительное	Весьма коррозионные воды с содержанием железа более 30 мг/л, но с малым содержанием хлоридов и сульфатов	0,18—0,40 (0,20)
Сильное	Коррозионные воды с большим содержанием хлоридов и сульфатов (больше 500—700 мг/л); необработанные воды с большим содержанием органических веществ	0,40—0,60 (0,51)
Очень сильное	Воды со значительной карбонатной и малой постоянной жесткостью, с плотным остатком более 2000 мг/л; сильно минерализованные и коррозионные	От 0,6 до 1 и более

* В скобках даны средние значения

Значение коэффициента α зависит от материала труб и свойств жидкости. В табл. 5.6 приведены значения α (по А. Д. Альтшулю и А. Г. Камерштейну) в зависимости от физико-химических свойств транспортируемой воды [1].

Значения коэффициента α в формуле (5.26) для воздуховодов приведены в приложении 31.

§ 37. Гидравлический удар в трубах

Гидравлический удар — резкое увеличение давления в трубопроводе при внезапной остановке движущейся в нем жидкости. Гидравлический удар наблюдается при быстром закрывании запорных приспособлений, установленных на трубопроводах (задвижки, крана), внезапной остановке насосов, перекачивающих жидкость, и т. д.

Величину повышения давления при гидравлическом ударе определяют по формуле Н. Е. Жуковского:

$$\Delta p = \rho a v, \qquad (5.27)$$

где ρ — плотность жидкости;

a — скорость распространения ударной волны;
v — скорость движения жидкости в трубе до закрывания крана.

Скорость распространения ударной волны находят также по формуле Н. Е. Жуковского:

$$a=\sqrt{\frac{E}{\rho}}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{Ed}{E_{тв}\delta}}}, \qquad (5.28)$$

где E — модуль упругости жидкости (см. табл. 3);
d — диаметр трубы;
$E_{тв}$ — модуль упругости материала стенки трубы (см. приложение 10);
δ — толщина стенки трубы.

Если считать материал трубы абсолютно неупругим ($E_{тв}=\infty$), то выражение для скорости a принимает вид

$$a=\sqrt{E_ж/\rho}, \qquad (5.29)$$

и скорость распространения ударной волны в этом случае равняется скорости распространения звука в жидкости. При обычных значениях отношения δ/d значение a может приниматься равным 1200 м/с для стальных труб и 1000 м/с для чугунных труб.

Формула (5.28) действительна в случае, если время закрывания задвижки τ меньше времени, в течение которого ударная волна дойдет до резервуара и отраженная волна, сопровождающаяся падением давления, вернется к задвижке, т. е. при условии $\tau<2l/a$. Если $\tau>2l/a$, то давление не достигает максимальной величины, так как частично погашается отраженной волной. В этом случае повышение давления может быть найдено по формуле Мишо:

$$\Delta p=2\rho l v/\tau. \qquad (5.30)$$

Если $\tau=2l/a$, формулы (5.28) и (5.30) приводят к одинаковым результатам.

§ 38. Расчет трубопроводов для газов

При течении газов с малыми относительными перепадами давления ($\Delta p/p<5\%$) можно пренебрегать сжимаемостью газов, т. е. считать плотность газа неизменной по длине трубопровода. В этих случаях потери давления определяют по формулам для несжимаемых жидкостей:

$$\Delta p_д=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2}\rho; \qquad (5.31)$$

$$\Delta p_м=\zeta\rho\frac{v^2}{2}, \qquad (5.32)$$

где ρ — средняя плотность газа, отвечающая его среднему давлению:

$$\rho = \frac{p_{ср}}{RT}, \tag{5.33}$$

здесь $p_{ср}$ — абсолютное давление;
R — газовая постоянная;
T — абсолютная температура;

$$p_{ср} = \frac{p_1 + p_2}{2} \tag{5.34}$$

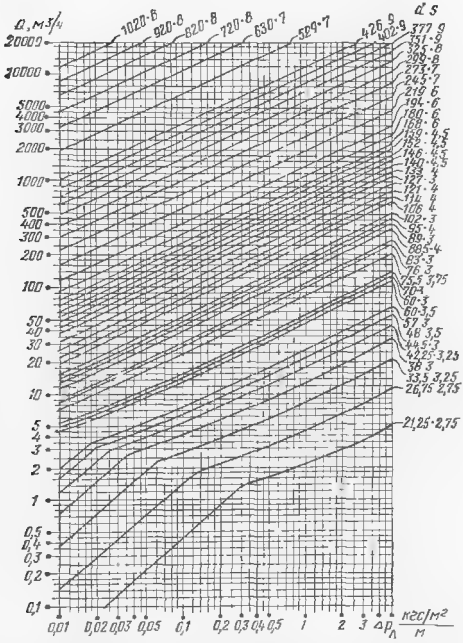


Рис. 5.1 Номограмма для определения потерь давления в газопроводах низкого давления — до 500 кгс/м² (смесь природного и искусственных газов; γ—0,79 кгс/см³, ν—15·10⁻⁶ м²/с) (С. Н. Борисов)

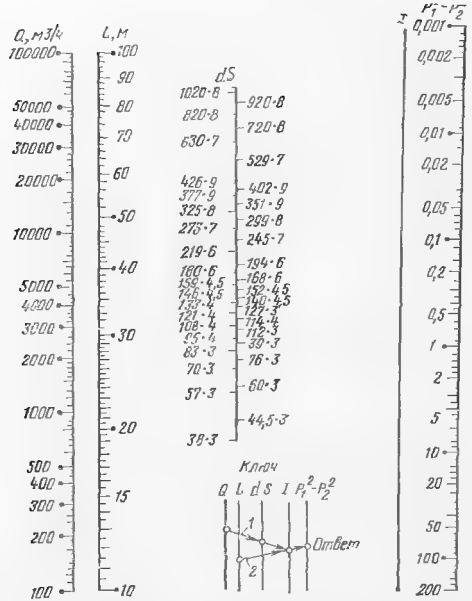


Рис. 5.2. Номограмма для определения потерь давления в газопроводах среднего и высокого давления — до 12 кгс/см² (смесь природного и искусственных газов; $\gamma=0{,}79$ кгс/см³; $\nu=15\cdot10^{-6}$ м²/с) (С. Н. Борисов)

(p_1 и p_2 — давления в концевых сечениях трубопровода).

Вентиляционные воздуховоды рассчитывают по формуле

$$R_{тр}=\frac{\Delta p_л}{l}=\frac{\lambda}{d}\,\frac{v^2}{2}\,\rho, \qquad (5.35)$$

где $R_{тр}$ — удельное сопротивление трения (сопротивления трения на 1 м длины трубопровода).

Расчет газопроводов при малых перепадах давления производят по формуле, рекомендуемой СНиП [1]:

$$\Delta p_л=7\left(\frac{k_э}{d}+1922\,\frac{d\nu}{Q}\right)\frac{Q^2}{d^5}\,\gamma l, \qquad (5.36)$$

где $\Delta p_л$ — потеря давления, мм вод. ст.;

$k_э$ — эквивалентная шероховатость, см;

d — диаметр газопровода, см;

ν — кинематическая вязкость газа, м²/с;

Q — расход газа, м³/ч;

γ — удельный вес газа, кгс/м³;

l — расчетная длина газопровода, м.

Величины ν, Q и γ принимаются для нормальных условий (температура 0°С и давление 760 мм рт. ст.).

На рис. 5.1 приведена номограмма для гидравлического расчета газопроводов по формуле (5.36).

Расчет газопроводов при больших перепадах давления ($\Delta p/p > 5\%$) также производится по формуле, рекомендуемой СНиП [1]:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{L} = 1{,}45 \left(\frac{k_э}{d} + 1922 \frac{d\nu}{Q} \right)^{0{,}25} \frac{Q^2}{d^5} \gamma, \qquad (5.37)$$

где p_1 и p_2 — абсолютное давление газа в начале и конце трубопровода, ата;

L — длина газопровода, км.

Остальные обозначения те же, что и в формуле (5.36).

Здесь величины ν, Q и γ также принимаются для нормальных условий.

На рис. 5.2 приведена номограмма для гидравлического расчета газопроводов по формуле (5.37).

§ 39. Расчет коротких трубопроводов

В случае, если местные потери давления составляют более 5% потерь давления на трение, при расчетах трубопроводов (так называемых коротких трубопроводов) необходимо учитывать местные потери. Тогда суммарные потери давления определяются по формуле

$$\Delta p_{пот} = \Delta p_л + \Delta p_м = (\lambda l/d + \Sigma \zeta) \rho v^2/2. \qquad (5.38)$$

Формулу (5.38) можно представить в виде

$$\Delta p_{пот} = \rho g A Q^2 (l + l_э), \qquad (5.39)$$

где эквивалентная длина вычисляется по формуле

$$l_э = \frac{8}{\pi^2 g} \frac{\Sigma \zeta}{A d^4} = 0{,}082 \frac{\Sigma \zeta}{A d^4}. \qquad (5.40)$$

При квадратичном законе сопротивления в формуле (5.40) принимают $A = A_{кв}$. При неквадратичном законе сопротивления $A = \psi A_{кв}$, где ψ находят по формуле (5.25) или по табл. 5.4 и 5.5. Потери давления определяют по формуле

$$\Delta p_{пот} = \rho g A_{кв} Q^2 l (\psi + l_э/l). \qquad (5.41)$$

При расчетах сечения короткого трубопровода в неквадратичной области вначале вычисляют:

$$A = \frac{\Delta p_{пот}}{\rho g Q^2 l}, \qquad (5.42)$$

затем — удельные сопротивления в квадратичной области:

$$A_{кв} = \frac{A}{\psi + l_э/l}. \qquad (5.43)$$

Из табл. 5.2, зная $A_{кв}$, находят диаметр трубопровода.

§ 40. Расчет трубопроводов при непрерывном изменении расхода по пути

Потери давления в трубопроводах при непрерывной раздаче жидкости по пути (например, в перфорированных трубах) можно найти по формуле [1]

$$\Delta p_л = \frac{1}{3} \eta \rho g A_{кв} Q_0^2 l, \qquad (5.44)$$

где η — суммарный поправочный коэффициент, учитывающий влияние скорости на коэффициент гидравлического трения: $\eta = \psi B$ (ψ — поправка на неквадратичность сопротивления; B — поправка на изменение скорости по длине трубопровода). При $\eta = 1$ формулы (5.44) и (5.18) совпадают[1].

Таблица 5.7

При движении воды ($\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с)		При движении воздуха ($\nu = 14{,}7 \cdot 10^{-6}$ м²/с)		При движении воды ($\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с)		При движении воздуха ($\nu = 14{,}7 \cdot 10^{-6}$ м²/с)	
v_0, м/с	η	v_0, м/с	η	v_0, м/с	η	v_0, м/с	η
0,1	1,81	1	1,97	1,5	1,14	7	1,32
0,2	1,56	2	1,68	2	1,11	8	1,29
0,3	1,44	3	1,55	2,5	1,09	9	1,27
0,4	1,36	4	1,46	3	1,07	10	1,25
0,5	1,31	5	1,4	4	1,06	15	1,19
1	1,19	6	1,36				

В табл. 5.7 приведены значения η для движения воды и воздуха в новых стальных трубах ($k_э = 0{,}1$ мм) в зависимости от скорости течения v_0 в коллекторе (при отсутствии $Q_{тр}$).

§ 41. Примеры

Пример 5.1. Определить напор, необходимый для пропуска расхода воды $Q = 0{,}07$ м³/с через трубопровод диаметром $d = 0{,}3$ м и длиной $l = 1200$ м. Трубы стальные новые. Температура воды 20°С

[1] Н. И. Матушкин. Сб. «Движение однородных и неоднородных жидкостей», вып. 1. М., 1968.

Решение. По табл. 3.1 находим эквивалентную шероховатость новых стальных труб $k_э = 0{,}1$ мм. Для найденной шероховатости и заданного диаметра определяем значение удельного сопротивления трубопровода при работе его в квадратичной области (см. табл. 5.2): $A_{кв} = 0{,}504$ с²/м⁶

Требуемый напор (в первом приближении) при условии работы трубопровода в квадратичной области

$$h_{кв} = A_{кв}\, l\, Q^2 = 0{,}5 \cdot 1200 \cdot 0{,}07^2 = 3 \text{ м}.$$

Скорость движения воды в трубе

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4\,Q}{\pi\, d^2} = \frac{4 \cdot 0{,}07}{3{,}14 \cdot 0{,}3^2} \approx 1 \text{ м/с}.$$

Определяем по табл. 5.4 поправку на неквадратичность: $\psi = 1{,}1$ и получаем необходимый напор:

$$h = \psi\, h_{кв} = 3{,}3 \text{ м}.$$

Пример 5.2. Стальной новый водовод диаметром $d = 0{,}25$ м с абсолютной эквивалентной шероховатостью $k_0 = 0{,}0001$ м имеет пропускную способность $Q_0 = 0{,}052$ м³/с. Вода в источнике слабоминерализованная, некоррозионная. Исследования, проведенные через два года после начала эксплуатации, показали, что абсолютная шероховатость трубопровода возросла до $k_2 = 0{,}2$ мм. Требуется определить, какая будет пропускная способность водовода Q_{15} через 15 лет эксплуатации.

Решение. По табл. 5 6 находим, что для воды с указанной характеристикой коэффициент возрастания шероховатости $\alpha = 0{,}005 \div 0{,}055$ мм/год.

Из формулы (5.26) имеем:

$$k_2 = k_0 + \alpha\, t\,;$$

$$0{,}2 = 0{,}1 + \alpha \cdot 2\,;$$

$$\alpha = 0{,}05 \text{ мм/год}.$$

Принимаем $\alpha = 0{,}05$ мм/год и находим расчетное значение абсолютной шероховатости трубопровода через 15 лет эксплуатации:

$$k_{15} = k_0 + \alpha \cdot 15 = 0{,}1 + 0{,}05 \cdot 15 = 0{,}85 \text{ мм}.$$

Коэффициент гидравлического трения через 15 лет эксплуатации (в предположении квадратичного закона сопротивления) определяем по формуле

$$\frac{\lambda_{15}}{\lambda_0} = \frac{0{,}11\ (k_{15}/d)^{0{,}25}}{0{,}11\ (k_0/d)^{0{,}25}} = \left(\frac{k_{15}}{k_0}\right)^{0{,}25};$$

$$\lambda_{15} = \lambda_0\ (k_{15}/k_0)^{0{,}25} = \lambda_0\ (0{,}85/0{,}1)^{0{,}25} = 1{,}71\ \lambda_0.$$

Находим расход воды через 15 лет эксплуатации, считая, что потери давления сохраняются неизменными Тогда из формулы Дарси—Вейсбаха имеем:

$$Q = \omega\ \sqrt{2\,g\,d\,i} \cdot 1/\sqrt{\lambda}\,,$$

и, следовательно,

$$\frac{Q_{15}}{Q_0} = \sqrt{\frac{\lambda_0}{\lambda_{15}}} = \sqrt{\frac{\lambda_0}{1{,}71\ \lambda_0}} = 0{,}766;$$

$$Q_{15} = 0{,}766\, Q_0 = 0{,}052 \cdot 0{,}766 = 0{,}04 \text{ м}^3/\text{с},$$

т. е. пропускная способность водовода уменьшится на

$$\frac{0{,}052 - 0{,}04}{0{,}052}\ 100 = 23\%.$$

Чтобы предотвратить это уменьшение, необходимо или применить обработку воды, или принять водовод с увеличенным диаметром.

Пример 5.3. Потеря давления в стальной водопроводной трубе диаметром $d=0{,}45$ м и длиной $l=3000$ м, бывшей в эксплуатации в течение 12 лет, составляет $\Delta p_{12}=10^5$ Па при расходе воды $Q_{12}=0{,}2$ м³/с. Температура воды 20°С. Требуется определить потери давления Δp_{20} в этой же трубе через 20 лет эксплуатации при расходе воды $Q_{20}=0{,}3$ м³/с

Решение. Находим среднюю скорость течения воды в трубе через 12 лет эксплуатации:

$$v_{12}=\frac{Q_{12}}{\omega}=\frac{4\,Q_{12}}{\pi\,d^2}=\frac{4\cdot 0{,}2}{3{,}14\cdot 0{,}45^2}=1{,}26\ \text{м/с}.$$

Коэффициент гидравлического трения λ_{12} через 12 лет эксплуатации вычислим из формулы

$$\Delta p_{12}=\lambda_{12}\,\frac{l}{d}\,\frac{v^2}{2}\,\rho;$$

$$\lambda_{12}=\frac{\Delta p_{12}\,d\cdot 2}{l\,v^2\,\rho}=\frac{10^5\cdot 0{,}45\cdot 2}{3000\cdot 1{,}26^2\cdot 998{,}2}=0{,}018.$$

Для определения абсолютной эквивалентной шероховатости $k_{э\,12}$ находим число Рейнольдса при $\nu=1\cdot 10^{-6}$ м²/с:

$$\mathrm{Re}=v\,d/\nu=1{,}26\cdot 0{,}45/10^{-6}=5{,}8\cdot 10^5,$$

затем используем обобщенную формулу

$$\lambda_{12}=0{,}11\,(k_{э\,12}/d+68/\mathrm{Re})^{0{,}25}$$

и получаем:

$$k_{э\,12}=\left[\left(\frac{\lambda_{12}}{0{,}11}\right)^4-\frac{68}{\mathrm{Re}}\right]d=\left[\left(\frac{0{,}018}{0{,}11}\right)^4-\frac{68}{5{,}8\cdot 10^5}\right]0{,}45=0{,}288\ \text{мм}.$$

Абсолютная шероховатость новой стальной трубы $k_{э\,0}=0{,}05$ мм (см. **табл. 3.1**).

Определяем коэффициент α по формуле (5.26):

$$k_{э\,12}=k_{э\,0}+\alpha\,t;$$

$$\alpha=\frac{k_{э\,12}-k_{э\,0}}{t}=\frac{0{,}288-0{,}05}{12}=0{,}0214\ \text{мм/год}.$$

Абсолютная шероховатость трубы через 20 лет эксплуатации будет:

$$k_{э\,20}=k_{э\,0}+\alpha\,t=0{,}05+0{,}0214\cdot 20=0{,}48\ \text{мм}.$$

Находим скорость в трубе через 20 лет эксплуатации и число Рейнольдса:

$$v_{20}=\frac{Q_{20}}{\omega}=\frac{4\,Q_{20}}{\pi\,d^2}=\frac{4\cdot 0{,}3}{3{,}14\cdot 0{,}45^2}=1{,}91\ \text{м/с};$$

$$\mathrm{Re}=\frac{v\,d}{\nu}=1{,}91\cdot 0{,}45/10^{-6}=860\,000.$$

Коэффициент гидравлического трения λ_{20} и потери давления Δp_{20} через 20 лет эксплуатации будут:

$$\lambda_{20}=0{,}11\,(k_{э\,20}/d+68/\mathrm{Re})^{0{,}25}=0{,}11\,(0{,}48/450+68/860\,000)^{0{,}25}=0{,}02;$$

$$\Delta p_{20}=\lambda_{20}\,\frac{l}{d}\,\frac{v^2}{2}\,\rho=\frac{0{,}02\cdot 3000\cdot 1{,}9^2\cdot 998{,}2}{0{,}45\cdot 2}=2{,}4\cdot 10^5\ \text{Па}.$$

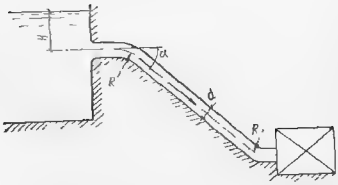


Рис 5.3

Пример 5.4. Напорный стальной водовод гидроэлектростанции длиной $l=150$ м и диаметром $d=1$ м подает воду из водохранилища к турбине (рис. 5.3) под напором H. При том же напоре H пропускная способность водовода снизилась за 20 лет на 25%. Определить, насколько изменилась абсолютная шероховатость водовода $k_э$ в процессе эксплуатации, если первоначальный расход равнялся $Q_н=2$ м³/с. На водоводе имеются два поворота радиусом $R=3$ м под углом $\alpha=45°$ каждый. Вход в водовод выполнен с закругленными кромками. Температура воды 20°С.

Решение Потери давления в начальный период эксплуатации водовода

$$\Delta p_{пот} = (\lambda\, l/d + \Sigma\, \zeta)\ \rho\, v_н^2/2,$$

где $v_н = \dfrac{4\, Q_н}{\pi\, d^2}$ — скорость воды в начальный период эксплуатации водово-

$$v_н = \frac{4 \cdot 2}{3{,}14 \cdot 1} = 2{,}54 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса (при $\nu=1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с; см приложение 2)

$$\mathrm{Re} = \frac{v_н\, d}{\nu} = \frac{2{,}54 \cdot 1}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 2{,}54 \cdot 10^6.$$

Относительная шероховатость при $k_э=5 \cdot 10^{-5}$ м (см. табл 3.1)

$$k_э/d = 5 \cdot 10^{-5}/1 = 5 \cdot 10^{-5}.$$

Определяем коэффициент гидравлического трения в начальный период эксплуатации по формуле (3.7):

$$\lambda_н = 0{,}11 \left(\frac{k_э}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0.25} = 0{,}11 \left(5 \cdot 10^{-5} + \frac{68}{2{,}54 \cdot 10^6}\right)^{0.25} = 0{,}01.$$

Сумма коэффициентов местных сопротивлений

$$\Sigma\, \zeta = \zeta_{вх} + 2\, \zeta_{45°}.$$

При закругленных кромках $\zeta_{вх}=0{,}2$. Коэффициент местного сопротивления при повороте трубы на 45° находим по формуле (4.18):

$$\zeta_{45°} = \zeta_{90°}\, a.$$

По формуле (4.19)

$$\zeta_{90°} = [0{,}2 + 0{,}001\ (100\, \lambda)^8]\ \sqrt{d/R} = [0{,}2 + 0{,}001\ (100 \cdot 0{,}01)^8] \times$$

$$\times \sqrt{1/3} = 0{,}12;$$

по приложению 27 $a=0{,}7$, тогда

$$\zeta_{45°} = 0{,}7 \cdot 0{,}12 \approx 0{,}08.$$

Сумма коэффициентов местных сопротивлений

$$\Sigma\, \zeta = 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}08 = 0{,}36.$$

Потери давления при движении воды в водоводе в начальный период эксплуатации по условию задачи равны потерям давления в конечный период эксплуатации. Поскольку

$$\Delta p_{пот} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta\right) \rho \frac{Q^2}{2\omega^2}$$

и площадь поперечного сечения в процессе эксплуатации не изменилась, получаем:

$$\frac{\lambda_н l/d + \Sigma \zeta}{\lambda_к l/d + \Sigma \zeta} = \left(\frac{Q_к}{Q_н}\right)^2 = \left(\frac{1,5}{2}\right)^2 = 0,56.$$

Предполагая в первом приближении, что коэффициенты местных сопротивлений не изменились, определяем коэффициент гидравлического трения водовода после 20 лет эксплуатации.

$$\lambda'_к = \left[\frac{Q_к^2}{Q_н^2} (\lambda_н l/d + \Sigma \zeta) - \Sigma \zeta\right] d/l =$$

$$= \left[\frac{1}{0,56} (0,01 \cdot 150/1 + 0,36) - 0,36\right] \frac{1}{150} = 0,019.$$

Найдем коэффициент местного сопротивления на поворот трубы в конечный период эксплуатации:

$$\zeta_{90°} = \left[0,2 + 0,001 (100 \lambda'_к)^8\right] \sqrt{d/R} =$$

$$= [0,2 + 0,001 (100 \cdot 0,019)^8] \sqrt{1/3} = 0,21.$$

Сумма коэффициентов местных сопротивлений

$$\Sigma \zeta_к = 0,2 + 2 \cdot 0,7 \cdot 0,21 = 0,5.$$

Уточняем значение коэффициента гидравлического трения водовода в конечный период эксплуатации:

$$\lambda''_к = \left[\frac{Q_к^2}{Q_н^2} (\lambda_н l/d + \Sigma \zeta) - \Sigma \zeta_к\right] d/l =$$

$$= \left[\frac{1}{0,56} \left(0,01 \frac{150}{1} + 0,36\right) - 0,5\right] \frac{1}{150} = 0,0186.$$

Относительная шероховатость в конечный период эксплуатации

$$k_э/d = (\lambda/0,11)^4 = (1,86 \cdot 10^{-2}/0,11)^4 = 9 \cdot 10^{-4}.$$

Абсолютная шероховатость водовода после 20 лет эксплуатации возросла до $k_э = 9 \cdot 10^{-4}$ м, т. е. в 18 раз; при этом значения $k_э$ трубопровод работает в квадратичной области трения.

Пример 5.5. Определить величину повышения давления в стальной водопроводной трубе, если скорость воды в трубе до удара была $v = 1$ м/с, диаметр трубы $d = 0,5$ м и толщина стенок $\delta = 0,005$ м

Решение Скорость распространения ударной волны определяем по формуле (5.28):

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{E d}{E_{тв} \delta}}}.$$

При $E=2{,}1\cdot10^9$ Па (см. табл 3), $E_{тв}=2{,}1\cdot10^{11}$ Па (см. приложение 10) и $\rho=998{,}2$ кг/м^3

$$a=\sqrt{\frac{2{,}1\cdot10^9}{998}}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{2{,}1\cdot10^9\cdot0{,}5}{2{,}1\cdot10^{11}\cdot0{,}005}}}=1008\ \text{м/с}.$$

Величину повышения давления находим по формуле

$$\Delta p=\rho\,a v=998{,}2\cdot1008\cdot1\approx1000\cdot10^3\ \text{Па}\approx1000\ \text{кПа}.$$

В том же трубопроводе при скорости $v=2$ м/с давление повысилось бы примерно до 2000 кПа

Таким образом, с повышением скорости давление при ударе сильно повышается и возникает опасность аварии трубопровода

Пример 5.6. В стальном трубопроводе длиной $l=200$ м, диаметром $d=0{,}2$ м и толщиной стенок $\delta=5\cdot10^{-3}$ м расход воды $Q=0{,}1$ м^3/с Расчетная температура воды 20°С Определить наименьшее время закрывания задвижки $\tau_{мин}$, чтобы повышение давления в конце трубопровода, вызванное гидравлическим ударом, было не более $\Delta p_{макс}=4\cdot10^5$ Па=400 кПа Чему будет равно повышение давления в случае мгновенного закрывания задвижки в трубопроводе?

Решение. Если $\tau>2l/a$, повышение давления находим по формуле (5 30):

$$\Delta p=2\rho\,l v/\tau.$$

Из этой формулы определяем наименьшее время закрывания задвижки при заданном максимальном значении повышения давления $\Delta p_{макс}$:

$$\tau_{мин}=\frac{2\rho\,l v}{\Delta p_{макс}}.$$

Скорость движения воды в трубопроводе до закрывания задвижки

$$v=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4\cdot0{,}1}{3{,}14\cdot0{,}2^2}=3{,}18\ \text{м/с}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\tau_{мин}=\frac{2\cdot1000\cdot200\cdot3{,}18}{4\cdot10^5}=3{,}18\ \text{с}.$$

При мгновенном закрывании задвижки повышение давления определяем по формуле (5.27):

$$\Delta p=\rho\,a v.$$

Скорость распространения ударной волны в трубопроводе находим по формуле (5 28):

$$a=\sqrt{\frac{E}{\rho}}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{E d}{E_{тв}\delta}}}.$$

Для воды $E=19{,}6\cdot10^8$ Па (см табл. 3); для стали $E_{тв}=21{,}2\cdot10^{10}$ Па (см. приложение 10).

Принимая плотность воды $\rho=998{,}2$ кг/м^3 (см. приложение 1), получим:

$$a=\sqrt{\frac{19{,}6\cdot10^8}{998{,}2}}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{19{,}6\cdot10^8\cdot0{,}2}{21{,}2\cdot10^{10}\cdot5\cdot10^{-3}}}}=1190\ \text{м/с}.$$

Следовательно,

$$\Delta p = 998{,}2 \cdot 3{,}18 \cdot 1190 = 38 \cdot 10^6 \text{ Па} = 3800 \text{ кПа},$$

т. е почти в 10 раз превышает допустимое

Пример 5.7. В конце системы, состоящей из двух последовательно соединенных стальных трубопроводов, установлена задвижка (рис. 5 4). Определить повышение давления перед задвижкой при ее закрывании, если время закрывания $\tau = 0{,}2$ с Расход воды $Q = 0{,}02$ м³/с; диаметры трубопроводов. $d_1 = 0{,}2$ м, $d_2 = 0{,}1$ м; длина: $l_1 = 100$ м, $l_2 = 200$ м. Определить наименьшее время закрывания задвижки, исключающее прямой гидравлический удар. Толщина стенок трубопроводов $\delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м Температура воды 20°С.

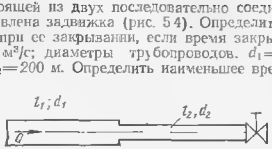


Рис 5 4

Решение Наименьшее время закрывания задвижки, необходимое для предотвращения прямого гидравлического удара, находим по формуле

$$\tau_{мин} = 2\,l/a.$$

При последовательно соединенных трубопроводах разного диаметра

$$\tau_{мин} = 2\,l_1/a_1 + 2\,l_2/a_2.$$

Скорость ударной волны определяем по формуле (5 28):

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{E\,d}{E_{тв}\,\delta}}},$$

где $E = 19{,}6 \cdot 10^8$ Па (см табл. 3); $E_{тв} = 21{,}2 \cdot 10^{10}$ Па (см приложение 10); $\rho = 998{,}2$ кг/м³ (см приложение 1).

Для первого трубопровода

$$a_1 = \sqrt{\frac{19{,}6 \cdot 10^8}{998{,}2}} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{19{,}6 \cdot 10^8 \cdot 0{,}2}{21{,}2 \cdot 10^{10}\ 5 \cdot 10^{-3}}}} = 1190 \text{ м/с};$$

для второго трубопровода

$$a_2 = \sqrt{\frac{19{,}6 \cdot 10^8}{998{,}2}} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{19{,}6 \cdot 10^8 \cdot 0{,}1}{21{,}2 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}}} = 1280 \text{ м/с}.$$

Тогда

$$\tau_{мин} = 2 \cdot 100/1190 + 2 \cdot 200/1280 = 0{,}168 + 0{,}312 = 0{,}48 \text{ с}.$$

Заданное время закрывания задвижки τ меньше, чем минимальное время закрывания $\tau_{мин}$, необходимое для предотвращения прямого удара. Таким образом, будет наблюдаться прямой гидравлический удар, повышение давления при котором можно определить по формуле (5 27):

$$\Delta p = \rho\, a\, v.$$

Скорость движения воды в трубопроводе до закрывания задвижки

$$v_2 = \frac{4\,Q}{\pi\, d_2^2} = \frac{4 \cdot 0{,}02}{3{,}14 \cdot 0{,}1^2} = 2{,}54 \text{ м/с}.$$

Следовательно,

$$\Delta p = 998{,}2 \cdot 2{,}54 \cdot 1280 = 3{,}26 \cdot 10^6 \text{ Па} = 3{,}26 \text{ МПа}.$$

Пример 5.8. В стальной трубопровод диаметром $d=0{,}1$ м и длиной $l=100$ м поступает сжатый воздух под давлением (избыточным) $p_1=9\times10^5$ Па=900 кПа. Температура воздуха 20°С. Скорость в начале трубопровода $v_1=30$ м/с. Определить массовый расход воздуха M и давление в конце трубы p_2. Кинематическая вязкость воздуха $\nu=15{,}7\cdot10^{-6}$ м²/с. Абсолютная шероховатость стенок трубопровода $k_э$—0,3 мм.

Решение. Плотность воздуха в начале трубы

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = \frac{900\,000}{287 \cdot 293} \approx 10{,}7 \text{ кг/м}^3.$$

Массовый расход сжатого воздуха

$$M = \rho_1 \omega v_1 = 10{,}7 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4} 30 = 2{,}5 \text{ кг/с}.$$

Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{v d}{\nu} = \frac{30 \cdot 0{,}1}{15{,}7 \cdot 10^{-6}} = 1{,}92 \cdot 10^6.$$

Относительная шероховатость

$$k_э/d = 0{,}3/100 = 0{,}003.$$

Коэффициент гидравлического трения

$$\lambda = 0{,}11\ (k_э/d + 68/\mathrm{Re})^{0{,}25} = 0{,}11\ (0{,}003 + 0{,}00035)^{0{,}25} = 0{,}026.$$

Давление в конце трубы находим по формуле

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2} = \lambda \frac{l}{d} \frac{M^2}{2\omega^2} \frac{p_1}{\rho_1};$$

$$\frac{(9{,}98 \cdot 10^5)^2 - p_2^2}{2} = 0{,}026 \frac{100 \cdot 2{,}5^2 \cdot 16 \cdot 900\,000}{0{,}1 \cdot 2 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}1^4 \cdot 10{,}7} = 11{,}1 \cdot 10^{10};$$

$$p_2 = 9{,}5 \cdot 10^4 \text{ Па} — 95 \text{ кПа}.$$

Пример 5.9. Газ с удельным весом $\gamma=1$ кгс/м³ от газгольдерной станции с расходом $Q=11$ м³/с=40 000 м³/ч поступает в основную магистраль диаметром $d=0{,}6$ м, питающую распределительные сети. Определить конечное давление в магистрали p_2, если длина ее $L=4000$ м, а начальное давление $p_1=1{,}8$ ата. Кинематическая вязкость газа $\nu=16\cdot10^{-6}$ м²/с. Трубопровод стальной ($k_э=0{,}01$ см).

Решение. Расчет ведем по формуле (5.37), рекомендуемой СНиП для газопроводов с большими перепадами давления:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{L} = 1{,}45 \left(\frac{0{,}01}{60} + \frac{1922 \cdot 60 \cdot 16 \cdot 10^{-6}}{40\,000} \right)^{0{,}25} \frac{40\,000^2}{60^5} 1 = 0{,}386.$$

Конечное давление в магистрали

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - 0{,}386 L} = \sqrt{1{,}8^2 - 0{,}386 \cdot 4} \approx 1{,}32 \text{ ата}.$$

Таким образом, действительно мы имеем дело с газопроводом с большим перепадом давления, так как

$$\frac{\Delta p}{p_1} = \frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{0{,}48}{1{,}8} 100 = 26{,}6\%.$$

Пример 5.10. Требуется определить падение давления на 1 км длины газопровода высокого давления диаметром $d=300$ мм, если расход газа ($\gamma=0{,}79$ кгс/м^3; $\nu=1{,}5\cdot10^{-6}$ м^2/с) $Q=8000$ м^3/ч

Решение. Ответ находим по номограмме рис. 5.2. На 100 м длины имеем

$$p_1^2-p_2^2=0{,}05,$$

а на 1 км длины

$$p_1^2-p_2^2=0{,}5 \text{ ата}^2/\text{км}.$$

Пример 5.11. Определить расходы в параллельных ветвях газопровода Q_1 и Q_2 и суммарный расход газа Q (рис. 5.5), если начальное давление $p_н=10^6$ Па, конечное $p_к=9{,}4\cdot10^5$ Па; диаметры ветвей: $d_1=0{,}102$ м, $d_2=0{,}194$ м; длина ветвей: $L_1=1000$ м, $L_2=2000$ м. Трубы стальные; плотность

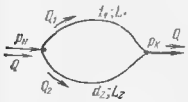


Рис. 5.5

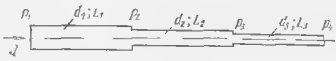


Рис. 5.6

газа $\rho=0{,}72$ кг/м^3 и кинематическая вязкость $\nu=15\cdot10^{-6}$ м^2/с (при нормальных условиях).

Решение. При

$$\frac{\Delta p}{p_н}=\frac{p_н-p_к}{p_н}=\frac{10^6-0{,}94\cdot10^6}{10^6}=0{,}06>0{,}05$$

расчет выполняем по номограмме для газопроводов высокого давления (см. рис. 5.2):

$$p_н^2-p_к^2=10^{12}-88\cdot10^{10}=12\cdot10^{10}=12 \text{ кгс}^2/\text{см}^4.$$

Для первой ветви выбираем пропорциональную длину $L_у=25$ м Соединяя на номограмме значение $p_1^2-p_2^2=12$ со значением $L_у=25$, найдем точку пересечения этой прямой с линией *1*. Соединяя эту точку с точкой, соответствующей $d_1=0{,}102$, по шкале расходов Q находим $Q_{1у}=15\,000$ м^3/ч. Поскольку расход при квадратичном законе сопротивления $Q\approx1/\sqrt{L}$ [см. формулу (5.37)], то

$$Q_1=Q_у\sqrt{L_у/L_1}=15\,000\sqrt{25/1000}=2360 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Вычисляя величину $\frac{4Qk_э}{\pi\nu d^2}$, проверим условие квадратичности области сопротивления при $k_э=10^{-4}$ м (см. табл. 3.1):

$$\frac{4Qk_э}{\pi\nu d^2}=\frac{4\cdot2360\cdot10^{-4}}{3{,}14\cdot15\cdot10^{-6}\cdot0{,}102^2\cdot3600}=600>500.$$

Следовательно, эта ветвь газопровода работает в квадратичной области сопротивления.

Для второй ветви найдем $Q_{2у}=75\,000$ м^3/ч.

Реальный расход

$$Q_2=\frac{Q_{2у}}{\sqrt{2000/25}}=\frac{75\,000}{\sqrt{80}}=8400 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Суммарный расход

$$Q = Q_1 + Q_2 = 2360 + 8400 = 10\,760 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Пример 5.12. *Определить расход газа Q в системе газопровода, состоящей из последовательно соединенных стальных трубопроводов (рис. 5.6) диаметрами* $d_1=0{,}5$ м, $d_2=0{,}3$ м, $d_3=0{,}15$ м. Длина трубопроводов: $L_1=1000$ м, $L_2=500$ м, $L_3=250$ м. Абсолютное давление в начальном сечении $p_1=2\cdot10^6$ Па; общий перепад давления $\Delta p=4\cdot10^5$ Па; температура газа 0°С; плотность газа, приведенная к нормальным условиям, $\rho=0{,}72$ кг/м³; кинематическая вязкость $\nu=15\cdot10^{-6}$ м²/с.

Решение. Предполагаем, что газопровод работает в квадратичной области сопротивления при $\Delta p/p_1>5\%$. Используя соотношение (5.37), получаем:

$$\frac{p_i^2-p_{i+1}^2}{L_i}=1{,}45\,Q^2\rho g\,\frac{k_{э\,i}^{0,25}}{d_i^{5,25}},$$

где i — номер участка газопровода.

Для всего газопровода имеем:

$$p_1^2-p_4^2=1{,}45\,Q^2\rho g\sum_{i=1}^{3}(k_{э\,i}/d_i)^{0,25}\,L_i/d_i^5.$$

Учитывая, что

$$p_1^2-p_4^2=(p_1-p_4)\,(p_1+p_4)=\Delta p\,(p_1+p_1-\Delta p)=2\,p_1\,\Delta p-\Delta p^2,$$

расход газа вычисляем по формуле

$$Q_н=\sqrt{\frac{2\,p_1\,\Delta p-\Delta p^2}{1{,}45\,\gamma\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{k_{э\,i}}{d_i}\right)^{0,25}\frac{l_i}{d_i^5}}}.$$

В этом выражении коэффициент 1,45 вычислен для определенной размерности входящих в выражение величин [см формулу (5.37)]. Поэтому здесь $p_1=20$ кгс/см²; $d_1=50$ см, $d_2=30$ см, $d_3=15$ см; $l_1=1$ км, $l_2=0{,}5$ км, $l_3=0{,}25$ км; $\gamma=0{,}72$ кгс/м³.

При $k_э=10^{-4}$ м (см. табл. 3.1)

$$Q_н=\sqrt{\frac{2\cdot20\cdot4-4}{1{,}45\cdot0{,}72\cdot0{,}01^{0,25}\,(1/50^{5,25}+0{,}5/30^{5,25}+0{,}15/25^{5,25})}}=$$

$$=54\,000 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Проверим, правильно ли сделано предположение о том, что газопровод работает в квадратичной области сопротивления. Выразив среднюю скорость через расход, получим условие (3.8) в виде

$$\frac{4}{\pi\,\nu}\,\frac{Q\,k_э}{d^2}>500.$$

Если это неравенство выполняется для первого участка с наибольшим диаметром d, то оно справедливо и для других участков.

Для первого участка

$$\frac{4}{\pi\,\nu}\,\frac{Q\,k_э}{d^2}=\frac{4}{3{,}14\cdot15\cdot10^{-6}}\,\frac{5400\cdot10^{-4}}{3600\cdot0{,}5^2}=570>500.$$

Следовательно, газопровод действительно работает в квадратичной области сопротивления.

Пример 5.13. Подобрать диаметры стальных труб для газопровода высокого давления, состоящего из трех последовательно соединенных участков (см. рис. 5.6) Расход газа при нормальных условиях $Q=20\,000$ м³/ч; давление: $p_1=10^6$ Па, $p_2=9{,}7\cdot10^5$ Па, $p_3=9{,}5\cdot10^5$ Па, $p_4=9{,}4\cdot10^5$ Па, длина трубопроводов: $L_1=1000$ м, $L_2=1200$ м, $L_3=1500$ м; плотность газа при нормальных условиях $\rho=0{,}79$ кг/м³, кинематическая вязкость $\nu=15\cdot10^{-6}$ м²/с.

Решение. Диаметры труб подбираем по номограмме (см. рис. 5 2). Для пользования номограммой необходимо вычислить разность квадратов концевых давлений для каждого участка в размерности, соответствующей номограмме:

$$p_1^2-p_2^2=(10^6)^2-(9{,}7\cdot10^5)^2=5\cdot10^{10}\approx5{,}2\ \text{кгс}^2/\text{см}^4;$$

$$p_2^2-p_3^2=(9{,}7\cdot10^5)^2-(9{,}5\cdot10^5)^2=4\cdot10^{10}\approx4{,}16\ \text{кгс}^2/\text{см}^4;$$

$$p_3^2-p_4^2=(9{,}5\cdot10^5)^2-(9{,}4\cdot10^5)^2=2\cdot10^{10}\approx2{,}1\ \text{кгс}^2/\text{см}^4.$$

При заданной длине трубопровода, заданном расходе газа и установленной разности квадратов давлений по концам участков, пользуясь номограммой, найдем диаметры трубопроводов по участкам Номограмма составлена для небольших длин ($L<100$ м), поэтому расчет ведем, выбирая условную длину $L_у$ в пределах 100 м Пересчет к условиям задачи производится исходя из формулы (5 37):

$$p_н^2-p_к^2\approx\lambda\,Q^2\,\rho\,L_l/d^5.$$

При этом диаметр $d_у$, определенный по номограмме, при длине $L_у<$ <100 м должен быть изменен в соответствии с формулой

$$d=d_у\sqrt[5]{L_l/L_у}.$$

Для первого участка, выбрав длину $L_у=25$ м (в 40 раз меньшую реальной) и с учетом это значение по шкале L номограммы со значением p_1^2- $-p_2^2=5{,}2$, находим точку пересечения с линией l Соединяя эту точку со значением $Q=20\,000$ м³/ч, по шкале d находим $d_у=140$ мм Тогда

$$d_1=d_у\sqrt[5]{L_l/L_у}=140\sqrt[5]{1000/25}=294\ \text{мм}$$

Ближайший стандартный диаметр $d_1=299$ мм Аналогично для второго и третьего участков находим:

$$d_2=30\ \text{см}\ (d_{2\,\text{станд}}=325\ \text{мм});$$

$$d_2=39{,}6\ \text{см}\ (d_{3\,\text{станд}}=402\ \text{мм}).$$

Пример 5.14. Определить потери давления в системе магистрального газопровода (см рис 5.6), если давление в начале трубопровода $p_1=5\cdot10^5$ Па; диаметры трубопроводов: $d_1=0{,}53$ м, $d_2=0{,}3$ м, $d_3=0{,}15$ м; длина участков: $L_1=1000$ м, $L_2=500$ м, $L_3=100$ м; плотность газа при нормальных условиях $\rho=0{,}72$ кг/м³; расход газа $Q=12\,000$ м³/ч (также при нормальных условиях).

Решение. Предполагая, что система работает как газопровод высокого давления, потери давления на участках магистрального газопровода определяем по номограмме (см рис 5 2), пользуясь приведенным ключом Для $d_1=0{,}53$ м находим, что разность квадратов давлений в начале и конце первого участка при $L_у=100$ м (см пример 5.13)

$$(p_1^2-p_2^2)_у=0{,}0045\ \text{кгс}^2/\text{см}^4.$$

Так как реальная длина первого участка $L_1=1000$ м, произведем пересчет по формуле

$$p_1^2-p_2^2=(p_1^2-p_2^2)_у\,L_1/L_у=0{,}0045\cdot1000/100=0{,}045\ \text{кгс}^2/\text{см}^4.$$

Аналогично находим для второго участка на 100 м длины:

$$(p_2^2 - p_3^2)_у = 0{,}09 \text{ кгс}^2/\text{см}^4,$$

при длине участка 500 м

$$p_2^2 - p_3^2 = 0{,}09 \cdot 500/100 = 0{,}45 \text{ кгс}^2/\text{см}^4.$$

Для третьего участка

$$p_2^2 - p_3^2 = (p_2^2 - p_3^2)_у = 6{,}25 \text{ кгс}^2/\text{см}^4.$$

Полученные данные суммируем:

$$(p_1^2 - p_2^2) + (p_2^2 - p_3^2) + (p_3^2 - p_4^2) = p_1^2 - p_4^2 = 2\,p_1\,\Delta\,p - \Delta\,p^2.$$

Пренебрегая малым слагаемым Δp^2 для условий задачи, имеем:

$$\Delta\,p = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_i^2 - p_{i+1}^2}{2\,p_1},$$

где i — номер участка.

После перехода к системе СИ получаем:

$$\Delta\,p = \frac{(0{,}045 + 0{,}45 + 6{,}25)\ 9{,}81^2 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6} = 3{,}25 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Найдем соотношение

$$\frac{\Delta\,p}{p_1} = \frac{3{,}25 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^6} = 6{,}5 \cdot 10^{-2}.$$

Поскольку $\Delta p/p_1 > 0{,}05$, система действительно работает как газопровод высокого давления.

Пример 5.15. Определить диаметры участков при параллельном соединении стальных трубопроводов длиной $l = 1000$ м, если расходы воды $Q_1 = 0{,}02$ м³/с и $Q_2 = 0{,}08$ м³/с (рис. 5.7). Суммарные потери давления $\Delta p_{пот} = 5 \cdot 10^4$ Па. Местные сопротивления на трубопроводах $\zeta_1 = 40$ и $\zeta_2 = 15$. Температура воды 20°С.

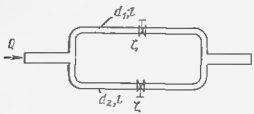


Рис. 5.7

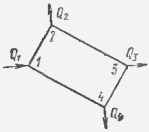


Рис. 5.8

Решение. Определяем суммарные удельные сопротивления участков по формуле (5.42) при плотности воды $\rho = 998{,}2$ кг/м³ (см. приложение 1):

$$A_1 = \frac{\Delta\,p_{пот}}{\rho\,g\,Q_1^2\,l} = \frac{5 \cdot 10^4}{998{,}2 \cdot 9{,}8\ (2 \cdot 10^{-2})^2\ 1000} = 12{,}5 \text{ с}^2/\text{м}^6;$$

$$A_2 = \frac{\Delta\,p_{пот}}{\rho\,g\,Q_2^2 l_1} = \frac{5 \cdot 10^4}{998{,}2 \cdot 9{,}8\ (8 \cdot 10^{-2})^2\ 1000} = 0{,}78 \text{ с}^2/\text{м}^6.$$

В первом приближении считаем, что потери давления определяются только потерями по длине при квадратичном законе сопротивления. Тогда по табл. 5.2 при $k_э = 1 \cdot 10^{-4}$ м (см. табл. 3.1) находим: $d_1^{(1)} = 0{,}16$ м, $d_2^{(1)} = 0{,}28$ м.

Вычислим эквивалентные длины местных сопротивлений для каждого трубопровода по формуле (5.40):

$$l_э = 0{,}082 \frac{\Sigma \zeta}{A d^4};$$

$$l_{э\,1} = 0{,}082 \frac{30}{12{,}5 \cdot 0{,}16^4} = 400 \text{ м};$$

$$l_{э\,2} = 0{,}082 \frac{15}{0{,}78 \cdot 0{,}28^4} = 255 \text{ м}.$$

Определяем скорости течения на участках:

$$v_1 = \frac{4 Q_1}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0{,}02}{3{,}14\ (0{,}16)^2} = 1 \text{ м/с};$$

$$v_2 = \frac{4 Q_2}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0{,}08}{3{,}14\ (0{,}28)^2} = 1{,}28 \text{ м/с}.$$

По табл. 5.4 находим значения поправок на неквадратичность: $\psi_1 = 1{,}14$ и $\psi_2 = 1{,}12$. Удельные сопротивления трения с учетом поправки на неквадратичность рассчитываем по формуле (5.43):

$$A_{кв\,1} = \frac{A_1}{\psi_1 + l_{э\,1}/l_1} = \frac{12{,}5}{1{,}14 + 400/1000} = 8{,}35;$$

$$A_{кв\,2} = \frac{A_2}{\psi_2 + l_{э\,2}/l_2} = \frac{0{,}78}{1{,}12 + 255/1000} = 0{,}56.$$

По табл. 5.2 находим значения диаметров труб: $d_1 = 0{,}18$ м, $d_2 = 0{,}3$ м.

Расчетные диаметры оказались больше, чем в случае, когда мы пренебрегли местными сопротивлениями и поправкой на неквадратичность.

Пример 5.16. Определить диаметры участков кольцевой водопроводной сети из новых стальных труб (рис. 5.8). Расходы в узловых точках $Q_2 = 0{,}01$ м³/с, $Q_3 = 0{,}05$ м³/с и $Q_4 = 0{,}015$ м³/с; длина участков $l_{1-2} = 500$ м, $l_{2-3} = 1000$ м, $l_{1-4} = 1000$ м, $l_{4-3} = 500$ м. Давление в точке 1 $p = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па. Минимальное давление в узловых точках $p_{мин} = 5 \cdot 10^4$ Па. Температура воды 20°С.

Решение. Расчет выполняем методом последовательных приближений. Назначая расходы для каждого участка сети, выбираем диаметры. Предположим, что половина расхода Q_3 проходит по участку $1-2-3$, половина — по участку $1-4-3$;

участок $1-2$

$$Q_{1-2} = Q_2 + 0{,}5 Q_3 = 0{,}035 \text{ м}^3/\text{с}; \quad d_{1-2} = 0{,}2 \text{ м}; \quad v = 1{,}32 \text{ м/с};$$

участок $2-3$

$$Q_{2-3} = 0{,}5 Q_3 = 0{,}025 \text{ м}^3/\text{с}; \quad d_{2-3} = 0{,}175 \text{ м}; \quad v - 1{,}2 \text{ м/с};$$

участок $1-4$

$$Q_{1-4} = Q_4 + 0{,}5 Q_3 = 0{,}04 \text{ м}^3/\text{с}; \quad d_{1-4} = 0{,}2 \text{ м}; \quad v = 1{,}34 \text{ м/с};$$

участок $4-3$

$$Q_{4-3} = 0{,}5 Q_3 = 0{,}025 \text{ м}^3/\text{с}; \quad d_{4-3} = 0{,}175 \text{ м}; \quad v = 1{,}2 \text{ м/с}.$$

Потери давления на каждом участке определяем из соотношения (5.22) при плотности воды $\rho = 998.2$ кг/м^3 (см. приложение 1):

$$\Delta p_л = \rho\, g\, \psi\, A_{кв}\, Q^2\, l,$$

где $A_{кв}$ находим по табл. 5.2, а коэффициент ψ — по табл. 5.4:

участок *1—2*

$$A_{кв\,1-2} = 4{,}21; \quad \psi_{1-2} = 1{,}1; \quad \Delta p_{л\,1-2} = 998{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}1 \times$$
$$\times 4{,}21\ (3{,}5 \cdot 10^{-2})^2\ 500 = 2{,}5 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

участок *2—3*

$$A_{кв\,2-3} = 2{,}8; \quad \psi_{2-3} = 1{,}1; \quad \Delta p_{л\,2-3} = 998{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}1 \times$$
$$\times 2{,}8\ (2{,}5 \cdot 10^{-2})^2\ 1000 = 1{,}92 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

суммарные потери на участке *1—2—3*

$$\Delta p_{л\,1-2-3} = 2{,}5 \cdot 10^4 + 1{,}92 \cdot 10^4 = 4{,}42 \cdot 10^4 \text{ Па} = 44{,}2 \text{ кПа};$$

участок *1—4*

$$A_{кв\,1-4} = 4{,}21; \quad \psi = 1{,}1;$$

$$\Delta p_{л\,1-4} = 998{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}1 \cdot 4{,}21\ (4 \cdot 10^{-2})^2\ 1000 = 7{,}2 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

участок *4—3*

$$A_{кв\,4-3} = 2{,}8; \quad \psi_{4-3} = 1{,}1; \quad \Delta p_{л\,4-3} = 998{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}1 \times$$
$$\times 2{,}8\ (2{,}5 \cdot 10^{-2})^2\ 500 = 0{,}88 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

суммарные потери на участке *1—4—3*

$$\Delta p_{л\,1-4-3} = 7{,}2 \cdot 10^4 + 0{,}88 \cdot 10^4 = 8{,}08 \cdot 10^4 \text{ Па} = 80{,}8 \text{ кПа}.$$

Потери давления на участке *1—4—3* превышают потери давления на участке *1—2—3* на величину

$$\Delta p = 80{,}8 - 44{,}2 = 36{,}6 \text{ кПа}.$$

При выбранных диаметрах участков произойдет перераспределение расходов на величину [8]

$$\Delta q = \frac{\Delta p}{\rho\, g \cdot 2\, \Sigma\, \psi_i\, A_i\, Q_i\, l_i},$$

где

$$\Sigma\, \psi_i\, A_i\, Q_i\, l_i = \psi_{1-2}\, A_{1-2}\, Q_{1-2}\, l_{1-2} + \psi_{2-3}\, A_{2-3}\, Q_{2-3}\, l_{2-3} +$$
$$+ \psi_{1-4}\, A_{1-4}\, Q_{1-4}\, l_{1-4} + \psi_{4-3}\, A_{4-3}\, Q_{4-3}\, l_{4-3} = 1{,}1 \cdot 4{,}21 \cdot 0{,}035 \cdot 500 +$$
$$+ 1{,}1 \cdot 2{,}8 \cdot 0{,}025 \cdot 1000 + 1{,}1 \cdot 4{,}21 \cdot 0{,}04 \cdot 1000 + 1{,}1 \cdot 2{,}8 \cdot 0{,}025 \cdot 500 = 382.$$

откуда

$$\Delta q = \frac{3{,}66 \cdot 10^4}{998{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 2 \cdot 382} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Поскольку потери давления на участке *1—2—3* меньше, чем на участке *1—4—3*, расход ветви *1—2—3* увеличим на $\Delta q = 5 \cdot 10^{-3}$ м^3/с, а расход ветви *1—4—3* уменьшим на $\Delta q = 5 \cdot 10^{-3}$ м^3/с.

Во втором приближении потери давления определяем по формуле (5.22)

участок *1—2*

$$Q_{1-2} = 0{,}035 + 0{,}005 = 0{,}04 \text{ м}^3/\text{с}; \quad \Delta p_{л\,1-2} = 3{,}34 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

участок *2—3*

$$Q_{2-3} = 0{,}025 + 0{,}005 = 0{,}03 \text{ м}^3/\text{с}; \quad \Delta p_{л\,2-3} = 2{,}98 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

суммарные потери на участке *1—2—3*

$$\Delta p_{л\,1-2-3} = 3{,}34 \cdot 10^4 + 2{,}96 \cdot 10^4 = 6{,}3 \cdot 10^4 \text{ Па} = 63 \text{ кПа};$$

участок *1—4*

$$Q_{1-4} = 0{,}04 - 0{,}005 = 0{,}035 \text{ м}^3/\text{с}; \quad \Delta p_{л\,1-4} = 5{,}82 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

участок *4—3*

$$Q_{4-3} = 0{,}025 - 0{,}005 = 0{,}02 \text{ м}^3/\text{с}; \quad \Delta p_{л\,4-3} = 0{,}52 \cdot 10^4 \text{ Па};$$

суммарные потери давления на участке *1—4—3*

$$\Delta p_{л\,1-4-3} = 5{,}82 \cdot 10^4 + 0{,}52 \cdot 10^4 = 6{,}32 \cdot 10^4 \text{ Па} = 63{,}2 \text{ кПа}.$$

Потери давления на обоих участках отличаются незначительно; следовательно, диаметры и расходы на участках рассчитаны достаточно точно, и другого приближения не требуется.

Пример 5.17. Устройство, смешивающее две жидкости (рис. 5.9), должно обеспечить постоянное соотношение расходов $Q_2/Q_1 = 0{,}2$ при изменении суммарного расхода Q_3. Расход Q_3 регулируют изменением угла открывания пробкового крана *3* на сливной магистрали. Заданное соотношение расходов поддерживают изменением угла открывания пробкового крана *2*. При полностью открытом кране *3* угол открывания крана *2* равен 40°. Определить, как изменится угол α открывания крана *2* (см. рис. 5.9), если угол открывания крана *3* уменьшится до 35°. Трубопроводы стальные, длина $l_1 = 50$ м и $l_2 = 20$ м; диаметры $d_1 = 0{,}1$ м и $d_2 = 0{,}05$ м. На трубопроводе имеется местное сопротивление $\zeta_1 = 5$. Потери давления в магистрали *1* $\Delta p_{пот\,1} = 8 \cdot 10^4$ Па. Физические свойства жидкостей считаем одинаковыми и соответствующими свойствам воды при температуре 20°С.

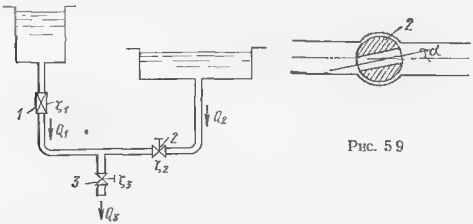


Рис. 5.9

Решение. Расход жидкости в первом трубопроводе определяем из соотношения (5.4):

$$Q_1 = \sqrt{\frac{\Delta p_{пот}}{\rho g A_1 l_1}},$$

где по формуле (5.43)

$$A_1 = A_{кв\,1}\,\psi_1 + A_{кв\,1}\,l_{э\,1}/l_1 .$$

По табл. 5.2 находим $A_{кв1}=158{,}6$; эквивалентную длину $l_{э1}$ местного сопротивления ζ_1 определяем по формуле (5.40):

$$l_{э\,1}=0{,}082\,\frac{\zeta_1}{A_1\,d^4}\,.$$

Принимая $A_1=A_{кв1}$ в предположении квадратичного закона сопротивления, получаем:

$$l_{э\,1}=0{,}082\,\frac{5}{158{,}6\,(10^{-1})^4}=25{,}8\ м.$$

В этом случае (при $\psi_1=1$)

$$A_1=1\cdot158{,}6+158{,}6\cdot25{,}8/50=239.$$

Тогда при плотности жидкости $\rho=998{,}2$ кг/м³ (см. приложение 1)

$$Q_1=\sqrt{\frac{8\cdot10^4}{998{,}2\cdot9{,}8\cdot239\cdot50}}=2{,}58\cdot10^{-2}\ м^3/с.$$

Средняя скорость течения жидкости

$$v_1=\frac{4\,Q_1}{\pi\,d_1^2}=\frac{4\cdot2{,}58\cdot10^{-2}}{3{,}14\cdot0{,}1^2}=3{,}28\ м/с.$$

По табл. 5.4 находим, что $\psi=1$, т. е. предположение о наличии квадратичного закона сопротивлении подтверждается.

Расход жидкости во втором трубопроводе

$$Q_2=0{,}2\,Q_1=5{,}16\cdot10^{-3}\ м^3/с.$$

Потери давления во втором трубопроводе определяем по формуле (5.41):

$$\Delta\,p_{пот\,2}=\rho\,g\,(A_{кв\,2}\,\psi_2+A_{кв\,2}\,l_{э\,2}/l_2)\,Q_2^2\,l_2.$$

Средняя скорость течения жидкости

$$v_2=\frac{4\,Q_2}{\pi\,d_2^2}=\frac{4\cdot5{,}16\cdot10^{-3}}{3{,}14\,(5\cdot10^{-2})^2}=2{,}62\ м/с.$$

По табл. (5.4) находим $\zeta_2=1$; по табл. (5.2) — $A_{кв\,2}=6{,}25\cdot10^3$

При угле открывания пробкового крана $\alpha=40°$ коэффициент местного сопротивления $\zeta_2=17{,}3$ [7; с. 42]. Вычисляем эквивалентную длину этого местного сопротивления по формуле (5.40):

$$l_{э\,2}=0{,}082\,\frac{17{,}3}{6{,}25\cdot10^3\,(5\cdot10^{-2})^4}=36{,}5\ м.$$

Потери давления во втором трубопроводе будут:

$$\Delta\,p_{пот\,2}=998{,}2\cdot9{,}8\cdot6{,}25\cdot10^3\,(1+36{,}5/20)\,(5{,}16\cdot10^{-3})^2\,20=9\cdot10^4\ Па.$$

Если пробковый кран *3* открыть на угол $\alpha=35°$, коэффициент местного сопротивления крана возрастет до $\zeta_3'=9{,}65$. Тогда суммарная эквивалентная длина местных сопротивлений первого и третьего трубопроводов будет:

$$l_{э\,1}'=0{,}082\,\frac{1{,}2^2\cdot9{,}65+5}{158{,}6\,(10^{-1})^4}=98{,}5\ м.$$

В предположении квадратичного закона сопротивления найдем по формуле (5.43):

$$A_1'=158{,}6\,(1+98{,}5/50)=470.$$

По формуле (5.4) определим:

$$Q_1' = \sqrt{\frac{1}{998,2 \cdot 9,8} \cdot \frac{8 \cdot 10^4}{470 \cdot 50}} = 1,84 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Средняя скорость в первом трубопроводе

$$v_1' = \frac{4 Q_1'}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 1,84 \cdot 10^{-2}}{3,14 \cdot 0,1^2} = 2,32 \text{ м/с}.$$

Расход жидкости во втором трубопроводе

$$Q_2' = 0,2 Q_1' = 3,68 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

По табл. 5.4 находим $\psi = 1$. Суммарное удельное сопротивление A_2' во втором трубопроводе в этом случае находим по формуле (5.43):

$$A_2' = \frac{\Delta p_2 - A_{1\,\text{кв}}\, l_{\text{э}\,3}\, \rho g\, (1,2 Q_1')^2}{\rho g\, (Q_2')^2\, l_2} =$$

$$= \frac{9 \cdot 10^4 - 0,082 \cdot 998,2 \cdot 9,8 \cdot 9,68\, (1,2 \cdot 1,84 \cdot 10^{-2})^2 10^4}{998,2 \cdot 9,8\, (3,68 \cdot 10^{-3})^2 20} = 1,95 \cdot 10^4.$$

Удельное сопротивление при квадратичном законе сопротивления по формуле (5.43) будет:

$$A_{\text{кв}}' = \frac{A_2'}{1 + l_{\text{э}\,2}'/l_2}.$$

Отсюда

$$l_{\text{э}2}'/l_2 = A_2'/A_{\text{кв}\,2} - 1 = \frac{1,95 \cdot 10^4}{6,25 \cdot 10^3} - 1 = 2,12.$$

Эквивалентная длина

$$l_{\text{э}\,2}' = 2,12\, l_2 = 42,4 \text{ м}.$$

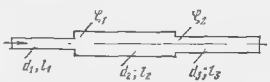
По формуле (5.40) находим:

$$\zeta_2' = \frac{l_{\text{э}\,2}'\, A_{\text{кв}\,2}'\, d_2^4}{0,082} = \frac{42,4 \cdot 6,25 \cdot 10^3\, (5 \cdot 10^{-2})^4}{0,082} = 20,2.$$

Значению $\zeta_2' = 20,2$ соответствует угол открывания пробкового крана $\alpha = 41°$.

Пример 5.18. Определить потери давления при движении воды в системе последовательно соединенных стальных трубопроводов (рис. 5.10). Расход воды $Q = 10^{-2}$ м³/с. Температура воды 20°С. Диаметр трубопроводов: $d_1 = 0,1$ м, $d_2 = 0,2$ м, $d_3 = 0,15$ м; длина трубопроводов. $l_1 = 100$ м, $l_2 = 50$ м, $l_3 = 200$ м.

Рис. 5.10



Решение. Потери давления на участках системы определяем по формуле (5.42):

$$\Delta p_{пот} = A Q^2 l \rho g.$$

Удельное суммарное сопротивление на участке, учитывающее местные сопротивления, находим по формуле (5.43):

$$A = A_{кв} (\psi + l_э/l).$$

Эквивалентную длину местных сопротивлений вычисляем по формуле (5.40):

$$l_э = 0,082 \Sigma \zeta / A_{кв}.$$

Предполагая, что трубопровод работает в области квадратичного сопротивления, удельное сопротивление $A_{кв}$ находим по табл. 5.2 в зависимости от диаметра трубопровода при $k_э = 10^{-4}$ м (см. табл. 3.1). Для первого участка $A_{кв\,1} = 168,6$; на первом участке местных сопротивлений не имеется.

Скорость на первом участке

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{0,01}{0,785 \cdot 0,1^2} = 1,27 \text{ м/с}.$$

При этой скорости поправочный коэффициент ψ на неквадратичность равен 1,12 (см. табл. 5.4).

Потери давления на первом участке находим по формуле (5.22) при плотности $\rho = 998,2$ кг/м³ (см. приложение 1):

$$\Delta p_{пот\,1} = A_{кв\,1} \rho g Q^2 \psi_1 l_1 = 168,6 \cdot 998,2 \cdot 9,8 (10^{-2})^2 \cdot 1,12 \cdot 100 =$$
$$= 1,85 \cdot 10^4 \text{ Па} = 18,5 \text{ кПа}.$$

На втором участке скорость

$$v_2 = Q/\omega_2 = 1,27 \cdot 10^{-2}/0,2^2 = 0,32 \text{ м/с}.$$

По табл. 5.4 находим $\psi_2 = 1,3$. Удельное сопротивление $A_{кв\,2} = 4,21$ (см. табл. 5.2). На этом участке имеется внезапное расширение потока на входе. При $\omega_2/\omega_1 = (d_2/d_1)^2 = (0,2/0,1)^2 = 4$ по приложению 21 находим $\zeta_1 = 9$. Эквивалентная длина этого сопротивления по формуле (5.43) будет:

$$l_{э\,1} = 0,082 \frac{\zeta_1}{A_{кв\,2} d_2^4} = 0,082 \frac{9}{4,21 \cdot 0,2^4} = 109 \text{ м}.$$

Потери давления на втором участке

$$\Delta p_{пот\,2} = A_{кв\,2} \rho g Q^2 (\psi_2 l_2 + l_{э\,1}) = 4,21 \cdot 998,2 \cdot 9,8 (10^{-2})^2 \times$$
$$\times (1,3 \cdot 50 + 109) = 0,072 \cdot 10^4 \text{ Па} = 0,72 \text{ кПа}.$$

Скорость на третьем участке

$$v_3 = Q/\omega_3 = 1,27 \cdot 10^{-2}/0,15^2 = 0,56 \text{ м/с}.$$

Поправка на неквадратичность $\psi = 1,23$ (см. табл. 5.4). Удельное сопротивление $A_{кв\,3} = 19,15$ (см. табл. 5.2). На этом участке имеется внезапное сужение на входе. При $d_3/d_2 = 0,75$ по приложению 22 находим $\zeta_2 = 0,18$. Этому местному сопротивлению соответствует эквивалентная длина

$$l_{э\,2} = 0,082 \frac{0,18}{19,15 \cdot 0,15^4} = 1,4 \text{ м}.$$

Потери на третьем участке

$$\Delta p_{\text{пот } 3} = 19,15 \cdot 998,2 \cdot 9,8\ (10^{-2})^2\ (1,23 \cdot 200 + 1,4) = 0,48 \cdot 10^4 \text{ Па} =$$
$$= 4,8 \text{ кПа}.$$

Общие потери давления при движении воды по системе последовательно соединенных трубопроводов составят:

$$\Delta p_{\text{пот}} = \Delta p_{\text{пот } 1} + \Delta p_{\text{пот } 2} + \Delta p_{\text{пот } 3} = 18,5 + 0,72 + 4,8 = 24 \text{ кПа}.$$

Основная доля потерь давления для условий задачи приходится на трубопровод с наименьшим диаметром.

Пример 5.19. Определить длину перфорированного стального воздуховода с непрерывной раздачей по длине, если диаметр его $d = 0,1$ м и расход воздуха в начале трубы $Q = 0,05$ м³/с. Избыточное давление воздуха на входе в перфорированный трубопровод $p = 200$ Па. Температура воздуха 20°С. Сравнить с расчетом в предположении наличия квадратичного закона сопротивления и постоянства коэффициента гидравлического трения по длине трубопровода.

Решение. Потери давления в перфорированном трубопроводе определяем по формуле (5.44):

$$\Delta p_{\text{пот}} = \frac{1}{3}\ \eta \rho\ g\ A_{\text{кв}} Q^2 l.$$

Длина перфорированного трубопровода

$$l = \frac{3\ \Delta p_{\text{пот}}}{\eta \rho\ g\ A_{\text{кв}} Q^2}.$$

По табл. 5.2 находим $A_{\text{кв}} = 158,6$. Коэффициент η определяем в зависимости от $v_1 k_э / \nu$. Для стального трубопровода $k_э = 10^{-4}$ м (см. табл. 3.1). Скорость на входе в воздуховод

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,05}{3,14\ (0,1)^2} = 6,35 \text{ м/с}.$$

При кинематической вязкости воздуха $\nu = 15 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. приложение 4)

$$\frac{v_1 k_э}{\nu} = \frac{6,35 \cdot 10^{-4}}{15 \cdot 10^{-6}} = 40.$$

По табл. 5.7 находим $\eta \approx 1,36$.

Подставляя численные значения в формулу для расчета длины перфорированного воздуховода (при $\rho = 1,19$ кг/м³), получаем:

$$l = \frac{3 \cdot 200}{1,36 \cdot 1,19 \cdot 9,8 \cdot 158,6\ (5 \cdot 10^{-2})^2} \approx 100 \text{ м}.$$

Если потери напора определять по квадратичной формуле и в предположении постоянства коэффициента гидравлического трения по длине трубопровода, то $\eta = 1$ и

$$l_{\text{кв}} = \frac{3 \cdot 200}{1,19 \cdot 9,8 \cdot 158,6\ (5 \cdot 10^{-2})^2} = 138 \text{ м}.$$

Учет неквадратичности сопротивления и изменения коэффициента λ по длине трубопровода дает более точный результат, который для условий данного примера отличается на 40%.

Глава 6

РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ (ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КАНАЛОВ)

§ 42. Формула Шези

При равномерном течении расход Q, глубина h, а также форма и размеры поперечного сечения ω остаются постоянными по длине потока. Уклон свободной поверхности жидкости I равен уклону дна русла i.

При расчете равномерных турбулентных течений в открытых руслах среднюю скорость течения находят по формуле Шези:

$$v = C\sqrt{Ri}, \tag{6.1}$$

где v — средняя скорость, м/с;

R — гидравлический радиус, м;

i — уклон дна русла;

C — коэффициент Шези, $м^{1/2}/с$, связанный с коэффициентом гидравлического трения λ зависимостью (3.4).

§ 43. Формулы для определения коэффициента Шези

Большинство формул для определения коэффициента Шези представляет собой эмпирические зависимости, действительные лишь для движения воды в определенном диапазоне скоростей и гидравлических радиусов.

1. Формула Н. Н. Павловского

$$C = \frac{1}{n} R^y, \tag{6.2}$$

где n — коэффициент шероховатости;

$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{R}\left(\sqrt{n} - 0{,}1\right), \tag{6.3}$$

т. е. показатель y является функцией коэффициента шероховатости и гидравлического радиуса:

$$y = f(R, n).$$

По указанию Н. Н. Павловского, приближенно можно принимать:

$$\text{при } R < 1 \text{ м} \quad y = 1{,}5\sqrt{n}; \tag{6.4}$$

$$\text{» } R > 1 \text{ м} \quad y = 1{,}3\sqrt{n}. \tag{6.5}$$

В приложении 32 приведены значения коэффициента Шези, подсчитанные по формуле Павловского, а на рис. 6.1 приведена номограмма для гидравлического расчета каналов по формуле Павловского.

2. При ориентировочных расчетах удобно пользоваться постоянным значением y. Обычно принимают $y=1/6$, в результате чего получают формулу Маннинга:

$$C=\frac{1}{n}R^{1/6}. \qquad (6.6)$$

Числовые значения коэффициента шероховатости n в формулах Павловского и Маннинга приведены в приложении 33.

3. В последние годы появились формулы для определения коэффициента Шези, действительные для всех однородных ньютоновских жидкостей и во всей области турбулентного движения.

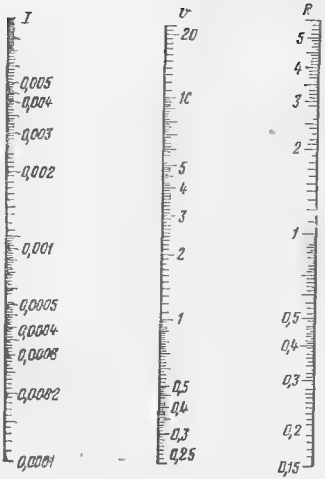


Рис. 6.1. Номограмма для определения скорости течения в открытых руслах по формуле Павловского при $n=0{,}013$

Таблица 6.1

Характеристика поверхности	ε, мм*
Исключительно гладкие поверхности (эмалированные, глазурованные и т. д)	0(0—0,01)
Чистая цементная штукатурка	0,04(0,02—0,06)
Металлические лотки с гладкой внутренней поверхностью	0,10(0,02—1)
Деревянные лотки из досок:	
остроганных	0,30(0,03—1,50)
неостроганных	0,50(0,08—2)
Бетонировка	0,30(0,05—1,50)
Кирпичная кладка	0,50(0,08—1,25)
Тесаный камень	0,50(0,12—1,25)
Земляные стенки	5(1—50)
Бутовая кладка	10(0,5—20)
Булыжная мостовая	20(15—30)
Каналы, высеченные в скале	30(3—80)

* Приводятся наиболее вероятные значения ε для средних условий, а в скобках указываются возможные пределы колебаний.

К ним относится формула А. Д. Альтшуля

$$C = 20 \lg \frac{R}{\varepsilon + 0{,}385\, \nu / \sqrt{gRi}}, \qquad (6.7)$$

где ε — приведенная линейная шероховатость;

ν — кинематическая вязкость жидкости;

g — ускорение свободного падения.

Для холодной воды ($\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с) формула (6.7) принимает вид

$$C = 20 \lg \frac{R}{\varepsilon + 0{,}004 / \sqrt{Ri}}. \qquad (6.8)$$

В последней формуле R и ε — в мм; C — в м$^{1/2}$/с.

Значения приведенной линейной шероховатости ε в формуле (6.8) даны в табл. 6.1.

В табл 6 2 приведены значения коэффициента Шези, подсчитанные по формуле (6.8).

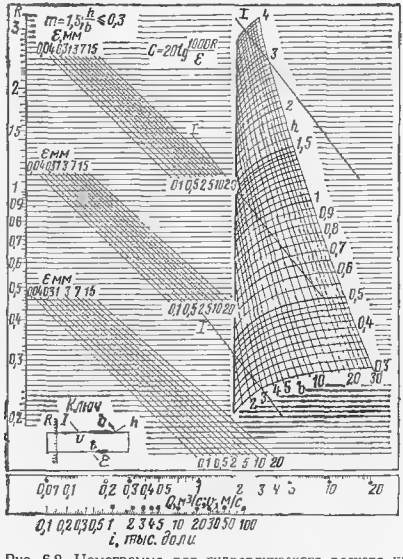


Рис 6 2 Номограмма для гидравлического расчета каналов по формуле (6 10) в квадратичной области сопротивления (Г С. Хованский)

Таблица 62

e, мм	Гидравлический радиус R, мм	Уклон i						
		0,000025	0,00005	0,0001	0,0002	0,0004	0,001	0,01
0	50	53	56	59	62	65	69	79
	100	62	65	68	71	74	78	88
	200	71	74	77	78	83	87	97
	300	76,2	79,3	82	85,2	88	92,1	102,2
	500	83	86	89	92	95,1	99	109
	1 000	92	95,6	98	101	104	108	118
	2 000	101	104	107	110	113	117	127
	3 000	106,3	109	112	115,3	118,2	122	132,6
	5 000	113	116	118,8	122	125	129	138,4
	15 000	127	130	133,2	136,3	139,4	143,5	154
0,04	50	50,3	52,4	54,2	56	57,2	58,7	50,8
	100	58,5	60,3	62	63,4	64,4	65,5	67,1
	200	66,3	68	69,4	70,5	71,4	72,2	73,4
	300	70,8	72,3	73,6	74,6	75,2	76	77
	500	76,4	77,7	78,8	79,6	80,2	80,9	81,5
	1 000	83,7	84,6	86,6	86,1	86,6	87,2	87,7
	2 000	90,9	91,8	92,1	92,6	93	93,4	93,8
	3 000	94,9	95,6	96	96,5	96,8	97	97,4
	5 000	99,8	100	100,9	101,2	101,4	101,5	101,8
	15 000	110,2	110,6	110,8	111	111,2	111,3	111,4
0,10	50	47,4	48,9	50,1	51	51,8	52,6	53,5
	100	55	56,1	57,1	57,8	58,4	59	59,6
	200	60,2	63	63,8	64,5	64,8	65,4	65,8
	300	66,3	67	67,8	68,2	68,5	69	69,4
	500	71,3	72	72,6	73	73,2	73,4	73,8
	1 000	78	78,6	79	79,2	79,4	79,6	79,8
	2 000	84	85	85,4	85,5	85,6	85,8	86
	3 000	88,4	88,6	89	89	89,3	89,4	89,5
	5 000	93	93,1	93,5	93,7	93,8	93,8	94
	15 000	103	103	103,2	103,3	103,4	103,4	103,5
0,30	50	41,6	42,4	42,9	43,4	43,6	43,9	44,2
	100	48,4	49	49,4	49,6	50	50,1	50,4
	200	55	55,4	55,7	56	56,1	56,2	56,4
	300	58,8	59,1	59,2	59,6	59,6	59,8	50
	500	63,4	63,8	63,8	64,1	64,2	64,2	64,3
	1 000	69,9	70	70,3	70,3	70,3	70,3	70,4
	2 000	76	76,1	76,3	76,3	76,4	76,4	76,4
	3 000	79,6	79,7	79,8	79,8	80	80	80
	5 000	84,1	84,2	84,3	84,4	84,4	84,4	84,4
	15 000	93,9	93,9	93,9	94	94	94	94

При значении критерия зоны турбулентности

$$\varepsilon \sqrt{Ri} \geqslant 0{,}04 \qquad (6.9)$$

вместо формулы (6.8) можно пользоваться более простой зависимостью:

$$C = 20 \lg \frac{R}{\varepsilon}, \qquad (6.10)$$

справедливой для вполне шероховатых русел. Формула (6.10) для большинства практически важных случаев дает результаты, близкие к тем, которые следуют из формулы Павловского.

На рис. 6.2 приведена номограмма для гидравлического расчета трапецеидальных каналов по формуле (6.10).

При соблюдении условия

$$\varepsilon \sqrt{Ri} \leqslant 0{,}0005 \qquad (6.11)$$

вместо формулы (6.8) можно пользоваться зависимостью

$$C = 20 \lg R \sqrt{Ri} + 48, \qquad (6.12)$$

действительной для гидравлически гладких русел.

Формулу (6.8) можно приближенно представить в виде

$$C = 25 \left(\frac{R}{k_э + 0{,}025 / \sqrt{Ri}} \right)^{1/6}, \qquad (6.13)$$

где $k_э$ и R — в мм; C — в $м^{1/2}/с$.

Таблица 6.3*

Характеристика поверхностей	$k_э$, мм	n
Исключительно гладкие поверхности (эмалированные, глазурованные и т. д.)	0(0—0,02)	0—0,007
Цементная штукатурка:		
ожелезненная или весьма чисто заглаженная	0,1(0,002—0,3)	0,007—0,010
обыкновенная	0,3(0,1—0,8)	0,0085—0,012
Металлические лотки с гладкой внутренней поверхностью	1(0,4—5)	0,011—0,017
Канализационные трубы:		
бетонные и железобетонные	2	0,014
керамические	1,25	0,013
Деревянные лотки из досок:		
остроганных	2(0,5—8)	0,01—0,018
неостроганных	3(0,8—10)	0,012—0,019
Бетонировка	2(0,3—5)	0,012—0,015
Кирпичная кладка	3(1—6)	0,013—0,017
Земляные стенки	50(15—200)	0,02—0,03
Буговая кладка	20(5—70)	0,017—0,025
Булыжная мостовая	35(15—70)	0,020—0,025

* Приводятся наиболее вероятные значения $k_э$, а в скобках — возможные пределы колебаний $k_э$. Для n приводятся возможные пределы колебаний.

Значения $k_э$ (а также коэффициента n) для некоторых поверхностей приведены в табл. 6.3. В приложении 34 даны значения коэффициента Шези, подсчитанные по формуле (6.13).

При отсутствии данных о величине $k_э$ для рассматриваемой поверхности можно пользоваться приближенной зависимостью

$$k_э = (80\,n)^6. \tag{6.14}$$

Для рек, формирующих русло в песчано-гравелистом ложе, коэффициент Шези можно находить и по формулам, не включающим коэффициентов шероховатости, например[1]

$$C = 14{,}8/i^{1/6} - 26. \tag{6.15}$$

Эта формула действительна также для каналов, проходящих в естественных грунтах и несущих наносы.

§ 44. Основные зависимости для гидравлического расчета каналов

Расход воды определяется по формуле Шези

$$Q = \omega C \sqrt{Ri}. \tag{6.16}$$

Уклон и падение канала на длине l (потери напора) определяются по формулам:

$$i = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} = \frac{Q^2}{K^2}; \tag{6.17}$$

$$\Delta z = i\,l = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}\,l = \frac{Q^2}{K^2}\,l. \tag{6.18}$$

Расходная характеристика (модуль расхода)

$$K = \omega C \sqrt{R} = Q/\sqrt{i}. \tag{6.19}$$

Скоростная характеристика (модуль скорости)

$$W = C\sqrt{R} = v/\sqrt{i}. \tag{6.20}$$

Модуль расхода (расход при уклоне, равном единице) и модуль скорости (скорость при уклоне, равном единице) вводятся для упрощения гидравлического расчета каналов. Модуль расхода и модуль скорости для данного канала могут быть вычислены предварительно по известным размерам, форме сечения и шероховатости стенок канала (в условиях квадратичного режима сопротивления). В приложении 35 приведены значения K и W для круглых труб, подсчитанные по формуле Маннинга.

Средняя скорость течения воды в проектируемом канале должна лежать в пределах $v_{мин} \leqslant v \leqslant v_{макс}$, где $v_{макс}$ — максимальная неразмывающая скорость; $v_{мин}$ — минимальная незаиляющая скорость.

---

[1] А. Д. Альтшуль, У-Вин-Тейн. «Гидротехническое строительство», 1973, № 1.

Максимальную неразмывающую скорость можно определить по формуле И. Й. Леви:

$$v_{\text{макс}} = 3\sqrt{gd}\lg\frac{R}{7d}, \tag{6.21}$$

где d — диаметр (средний) частиц, слагающих русло.

Значения максимальной неразмывающей скорости приведены в приложении 36.

Минимальная незаиляющая скорость

$$v_{\text{мин}} = 0{,}5\sqrt{R}, \tag{6.22}$$

где R — гидравлический радиус, м.

Для расчета заросших каналов используются специальные методы[1].

§ 45. Форма поперечного сечения канала

Форма поперечного сечения канала выбирается в зависимости от его размеров, технического назначения и условий постройки (характера грунта и пр.). Наиболее часто используются каналы трапецеидального сечения, для которых

$$\omega = (b + mh)h; \tag{6.23}$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2}, \tag{6.24}$$

где b — ширина канала по дну;

h — глубина наполнения канала;

χ — смоченный периметр;

$m = \operatorname{ctg}\alpha$ — коэффициент откоса канала;

α — угол откоса.

Коэффициент откоса выбирается из условий устойчивости откоса в зависимости от качества грунта, в котором проложен канал, а также от принятого способа крепления откоса. Значения углов откоса приведены в приложении 37.

Сечение канала, у которого при заданной площади поперечного сечения канала ω, уклоне i и заданной шероховатости стенок расход оказывается наибольшим, называется гидравлически наивыгоднейшим сечением. При заданной площади такое сечение имеет максимальный гидравлический радиус R, т. е. минимальный смоченный периметр χ. Этому требованию удовлетворяет полукруглое сечение.

Для трапецеидального канала гидравлически наивыгоднейшего сечения справедливо соотношение

$$\beta_{\text{г.н}} = (b/h)_{\text{г.н}} = 2\left(\sqrt{1 + m^2} - m\right). \tag{6.25}$$

---

[1] А. Д. Альтшуль, Нгуен-Тай «Метеорология и гидрология», 1973, № 12.

§ 46. Гидравлические расчеты каналов замкнутого сечения

Гидравлический расчет каналов замкнутого поперечного сечения (круглой или иной формы) непосредственно по основным формулам $Q=v\omega$ и $v=C\sqrt{Ri}$ является весьма трудоемким, поэтому на практике пользуются вспомогательными графиками или таблицами, составленными для отношений

$$A=K_п/K;\quad B=W_п/W;\quad \omega_п/\omega;\quad R_п/R \tag{6.26}$$

при различной степени наполнения канала $a=h_п/H$, т. е. в форме соответствующих функций от $h_п/H$. Здесь $K_п$ — расходная характеристика при некоторой глубине $h_п$, т. е. при частичном наполнении, а K — расходная характеристика при глубине H, т. е. при максимальном наполнении, когда канал работает полным сечением. Аналогично $W_п$, $\omega_п$, $R_п$ обозначают скоростную характеристику, площадь живого сечения и гидравлический радиус при глубине $h_п$, а W, ω и R (без индекса) обозначают те же величины при глубине H.

Вспомогательные графики и таблицы выражают функциональные зависимости

$$A=K_п/K=f_1(h_п/H)=f_1(a); \tag{6.27}$$

$$B=W_п/W=f_2(h_п/H)=f_2(a). \tag{6.28}$$

Для каналов с геометрически подобными сечениями указанные зависимости $K_п/K=f_1(a)$ и $W_п/W=f_2(a)$ остаются практически одинаковыми (не связаны с величиной каналов). На рис. 6.3 приведены кривые $A=K_п/K=f_1(a)$ и $B=W_п/W=f_2(a)$ для труб круглого сечения. Пользуясь этими кривыми, можно определить расходную характеристику $K_п$ или скоростную характеристику $W_п$ при любой заданной глубине канала $h_п$, если известна расходная характеристика K или скоростная характеристика W при максимальном заполнении данного сечения.

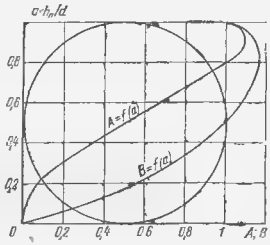


Рис. 6.3. Зависимость коэффициентов A и B от наполнения трубопровода ($H=d$)

При заданной глубине $h_п$ расходная характеристика $K_п=AK$; скоростная характеристика $W_п=BW$.

С учетом приведенных зависимостей расход и скорость при частичном наполнении равны:

$$Q=AK\sqrt{i}; \tag{6.29}$$

$$v=BW\sqrt{i}. \tag{6.30}$$

§ 47. Распределение скоростей в каналах

Распределение скоростей по глубине широкого открытого канала может быть приближенно найдено по формуле

$$\frac{u}{u_{пов}} = \left(\frac{y}{2H}\right)^{8\sqrt{C}}, \qquad (6.31)$$

где $u_{пов}$ — максимальная скорость на поверхности;
u — скорость на расстоянии y от дна канала;
C — коэффициент Шези, м$^{1/2}$/с;
H — глубина наполнения канала.

При среднем значении $C=50$ м$^{1/2}$/с формула (6.31) принимает вид:

$$\frac{u}{u_{пов}} = 0{,}9\left(\frac{y}{H}\right)^{1/6}. \qquad (6.32)$$

В каналах с большими значениями отношения b/h средняя скорость находится в точке, расположенной на расстоянии от дна

$$y_0 = 0{,}368\,H. \qquad (6.33)$$

Зная скорость в этой точке, можно легко определить расход воды в канале. Коэффициент Кориолиса при равномерном движении в открытых руслах можно определить по формуле

$$\alpha = 1 + 21/C^2, \qquad (6.34)$$

где C — коэффициент Шези, м$^{1/2}$/с.

§ 48. Примеры

Пример 6.1. Определить расход при равномерном движении воды в трапецеидальном земляном канале (суглинок), если ширина его по дну $b=5{,}5$ м, глубина $h=1{,}8$ м, заложение откосов $m=1$ и уклон $i=0{,}0004$.

Решение. Скорость определяем по формуле Шези:

$$v = C\sqrt{Ri}.$$

Площадь живого сечения находим по формуле (6.23):

$$\omega = (b + mh)\,h = (5{,}5 + 1\cdot 1{,}8)\,1{,}8 = 13{,}14 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр — по формуле (6.24):

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = 5{,}5 + 2\cdot 1{,}8\sqrt{1 + 1^2} = 10{,}58 \text{ м}.$$

Гидравлический радиус

$$R = \omega/\chi = 13{,}14/10{,}58 = 1{,}24 \text{ м}.$$

Определяем коэффициент C по формуле Павловского (6.2). Коэффициент шероховатости $n=0{,}025$ (см. табл. 6.3). Поскольку $R=1{,}24$ м>1 м,

$$y = 1{,}3\sqrt{n} = 1{,}3\sqrt{0{,}025} = 0{,}206.$$

Тогда

$$C = \frac{1}{n}R^y = \frac{1}{0{,}025}\,1{,}24^{0{,}206} = 41{,}8 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Скорость

$$v = C\sqrt{Ri} = 41,8\sqrt{1,24 \cdot 0,0004} = 0,93 \text{ м/с}.$$

Сравним полученную скорость с максимальной неразмывающей средней скоростью и наименьшей допустимой незаиляющей скоростью. Первая для каналов в средних суглинках равна $v_{макс} = 1$ м (см. приложение 36). Вторую определим по формуле (6.22):

$$v_{мин} = 0,5\sqrt{R} = 0,5\sqrt{1,24} = 0,56 \text{ м/с}.$$

Так как 0,56 м/с<0,93 м/с<1 м/с, то канал размыву и заилению подвергаться не будет.

Расход воды

$$Q = \omega v = 13,14 \cdot 0,93 = 12,2 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пример 6.2. Водопроводный ожелезненный канал прямоугольного сечения имеет ширину $b = 2$ м и уклон дна $i = 0,0001$. Какой он пропустит расход Q при наполнении $h = 2,4$ м?

Решение. Расход воды находим по формуле (6.16).

Гидравлический радиус

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{2 \cdot 2,4}{2 + 2 \cdot 2,4} = 0,705 \text{ м}.$$

Определяем коэффициент C по обобщенной формуле (6.8). По табл. 6.1 значение приведенной линейной шероховатости принимаем $\varepsilon = 0,02$ мм:

$$C = 20 \lg \frac{R}{\varepsilon + 0,004/\sqrt{Ri}} = 20 \lg \frac{706}{0,02 + \frac{0,004}{\sqrt{705 \cdot 0,0001}}} =$$

$$= 86,6 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Расход воды

$$Q = 2 \cdot 2,4 \cdot 86,6\sqrt{0,705 \cdot 0,0001} = 3,49 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Если коэффициент C определять по квадратичной формуле (6.10):

$$C = 20 \lg \frac{R}{\varepsilon} = 20 \lg \frac{706}{0,02} = 91 \text{ м}^{1/2}/\text{с},$$

то расход будет преувеличен в 91/86,6=1,05 раза.

Пример 6.3. Треугольный лоток с углом при вершине 90°, выполненный из бетонных ожелезненных плит, отводит воду от насоса, откачивающего грунтовую воду из траншеи. Определить приток грунтовой воды на 1 м траншеи, если длина ее $l = 15$ м, наполнение лотка $h = 0,1$ м и уклон лотка $i = 0,00001$.

Решение. Определяем проходящий по лотку расход воды, который равен подаче насоса, по формуле (6.16). Живое сечение лотка

$$\omega = h^2 = 0,1^2 = 0,01 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр

$$\chi = 2h\sqrt{2} = 2 \cdot 0,1\sqrt{2} = 0,283 \text{ м}.$$

Гидравлический радиус

$$R = \omega/\chi = 0,01/0,283 = 0,035 \text{ м}.$$

Находим значение критерия зоны турбулентности [см. формулу (6.11)].

По табл 6.1 принимаем $\varepsilon=0{,}02$ мм Тогда

$$\varepsilon\sqrt{Ri}=0{,}02\sqrt{35\cdot 0{,}00001}=0{,}00037<0{,}0005.$$

Определяем коэффициент C по формуле (6.12):

$$C=20\lg R\sqrt{Ri}+48=20\lg 35\sqrt{35\cdot 0{,}00001}+48=44{,}4\ \text{м}^{1/2}/\text{с}.$$

Расход воды

$$Q=\omega C\sqrt{Ri}=0{,}01\cdot 44{,}4\sqrt{0{,}035\cdot 0{,}00001}=0{,}00026\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Приток на 1 м траншеи

$$q=0{,}00026\cdot 3600/15=0{,}0624\ \text{м}^3/\text{ч}.$$

Пример 6.4. Большая равнинная река, русло которой сформировалось из мелкого гравия и крупного песка, имеет относительно равномерное течение. Ширина реки $b=200$ м, средняя глубина на рассматриваемом участке $h=2{,}5$ м, уклон водной поверхности $i=0{,}00014$. Определить среднюю скорость течения v и расход воды Q

Решение. Учитывая, что река является самоформирующейся, определяем коэффициент Шези по формуле (6.15):

$$C=14{,}8/i^{1/6}-26=14{,}8/0{,}00014^{1/6}-26=36{,}8^{1/2}/\text{с}.$$

Расход воды

$$Q=\omega C\sqrt{Ri}=200\cdot 2{,}5\cdot 36{,}8\sqrt{20\cdot 0{,}00014}=950\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Пример 6.5. Определить расход воды в реке шириной $b=320$ м, средней глубиной $h=1{,}2$ м с уклоном свободной поверхности реки $i=0{,}0001$. Русло чистое, грунт ложа — средний песок.

Решение. Определяем среднюю скорость в реке по формуле Шези:

$$v=C\sqrt{Ri}.$$

Значение коэффициента C принимаем по Павловскому: при $n=0{,}025$ $R\approx h=1{,}2$ м; $C=41{,}6$ $\text{м}^{1/2}$ /с (по приложению 32).

Тогда

$$v=41{,}6\sqrt{1{,}2\cdot 0{,}0001}=0{,}46\ \text{м/с};$$

$$Q=v\,\omega=0{,}46\cdot 320\cdot 1{,}2=168{,}6\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Если принять для расчета формулу (6.15), учитывая, что русло реки является самоформирующимся, то будем иметь:

$$C=14{,}8/i^{1/6}-26=14{,}8/0{,}0001^{1/6}-26=42\ \text{м}^{1/2}/\text{с};$$

$$v=C\sqrt{Ri}=42\sqrt{1{,}2\cdot 1\cdot 10^{-4}}=0{,}46\ \text{м/с},$$

т. е. получим тот же самый расход воды.

Как видим, результаты, получающиеся по формуле Шези и формуле (6.15), в рассматриваемом случае отличаются друг от друга.

Пример 6.6. По металлическому лотку прямоугольного сечения шириной $b=0{,}6$ м сбрасывается нефть. Продольный уклон лотка $i=0{,}0125$. Определить, какой расход пропускает лоток при глубине $h=0{,}2$ м. Кинематическая вязкость нефти $\nu=1$ см²/с$=1\cdot 10^{-4}$ м²/с.

Решение. Находим гидравлический радиус лотка:

$$R=\frac{\omega}{\chi}=\frac{0{,}6\cdot 0{,}2}{0{,}6+2\cdot 0{,}2}=0{,}12\ \text{м}.$$

Коэффициент Шези определяем по обобщенной формуле:

$$C = 20 \lg \frac{R}{\varepsilon + 0{,}385 \sqrt[1]{\sqrt{gRi}}}.$$

Принимая значение $\varepsilon = 1$ мм (по табл. 6.1), имеем:

$$C = 20 \lg \frac{12}{0{,}1 + 0{,}385 \cdot 1/\sqrt{981 \cdot 12 \cdot 0{,}0125}} = 39{,}2 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Скорость течения нефти

$$v = 39{,}2 \sqrt{0{,}12 \cdot 0{,}0125} = 1{,}53 \text{ м/с}.$$

Расход нефти в лотке

$$Q = v\,\omega = 1{,}53 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}175 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пример 6.7. Определить, будет ли устойчив против размыва треугольный водосточный лоток автомобильной дороги, мощенный булыжником, если заложение откосов $m_1 = 0{,}5$ и $m_2 = 2$; глубина воды $h = 0{,}18$ м, а уклон лотка $i = 0{,}004$ (рис. 6.4).

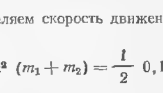


Рис 6 4

Решение. Определяем скорость движения воды в лотке по формуле (6.1). Живое сечение

$$\omega = \frac{1}{2} h^2 (m_1 + m_2) = \frac{1}{2} 0{,}18^2 (0{,}5 + 2) = 0{,}04 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр

$$\chi = h \left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2}\right) = 0{,}18 \left(\sqrt{1 + 0{,}5^2} + \sqrt{1 + 2^2}\right) = 0{,}6 \text{ м}.$$

Гидравлический радиус

$$R = \omega/\chi = 0{,}04/0{,}6 = 0{,}066 \text{ м}.$$

Определяем коэффициент Шези C по формуле Маннинга (6 6). Принимаем коэффициент шероховатости $n = 0{,}02$ (см табл 6 3). Тогда

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = \frac{1}{0{,}02} 0{,}066^{1/6} = 31{,}8 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Скорость

$$v = 31{,}8 \sqrt{0{,}066 \cdot 0{,}004} \approx 0{,}52 \text{ м/с}.$$

Допускаемая скорость на размыв в лотках с одиночной мостовой $v_{макс} = 3$ м/с (см. приложение 36). Поскольку $0{,}52$ м/с < 3 м/с, лоток размываться не будет.

Пример 6.8. Определить уклон i водосточного коллектора прямоугольного сечения шириной $b = 1{,}4$ м, который обеспечивал бы при глубине $h = 1{,}3$ м пропуск расхода $Q = 2{,}1$ м³/с. Коллектор выполнен из сборного железобетона.

Решение. Для пропуска заданного расхода скорость воды в коллекторе

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{2{,}1}{1{,}4 \cdot 1{,}3} = 1{,}15 \text{ м/с}.$$

Из формулы Шези (6.1) имеем:

$$i = \frac{v^2}{C^2 R}.$$

Гидравлический радиус

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{bh}{b+2h} = \frac{1,4 \cdot 1,3}{1,4+2 \cdot 1,3} = 0,455 \text{ м}.$$

Коэффициент C находим по формуле Павловского (6.2). Коэффициент шероховатости $n=0,015$ (см табл. 6.3). Поскольку $R=0,455$ м<1 м, показатель степени y находим по формуле (6.4):

$$y = 1,5\sqrt{n} = 1,5\sqrt{0,015} = 0,184.$$

Тогда

$$C = \frac{1}{n} R^y = \frac{1}{0,015} 0,455^{0,184} = 57,7 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Уклон, обеспечивающий пропуск заданного расхода,

$$i = \frac{1,15^2}{57,7^2 \cdot 0,455} = 0,00087.$$

Пример 6.9. Определить гидравлический уклон металлического лотка прямоугольного сечения шириной $b=2$ м и глубиной наполнения $h=1$ м, пропускающего нефть, имеющую вязкость $\nu=0,00025$ м²/с при температуре 10°С. Расход нефти $Q=2$ м³/с.

Решение. Находим необходимую скорость течения нефти:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{2}{2 \cdot 1} = 1 \text{ м/с}.$$

Гидравлический радиус

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{2 \cdot 1}{2+2 \cdot 1} = 0,5 \text{ м}.$$

Определяем режим движения нефти в канале:

$$\mathrm{Re} = 4vR/\nu = 4 \cdot 1 \cdot 0,5/0,00025 = 8000,$$

т. е. режим турбулентный.

Находим коэффициент Шези по обобщенной формуле

$$C = 20 \lg \frac{R}{\varepsilon + 0,385\nu/\sqrt{gRi}}.$$

По табл. 6.1 значение $\varepsilon=1$ мм. В первом приближении определяем C пренебрегая вторым слагаемым в знаменателе формулы:

$$C_1 = 20 \lg \frac{500}{1} = 20 \cdot 2,7 = 54 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Уклон лотка в первом приближении

$$i = \frac{v^2}{C_1^2 R} = \frac{1^2}{54^2 \cdot 0,5} = \frac{1}{2916 \cdot 0,5} = 0,00069.$$

Вычисляем коэффициент Шези во втором приближении:

$$C_2 = 20 \lg \frac{50}{0,1 + 0,385 \cdot 2,5/\sqrt{980 \cdot 50 \cdot 0,00069}} = 55 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Уклон лотка во втором приближении

$$i_2 = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{1^2}{55^2 \cdot 0,5} = 0,00066.$$

Пример 6.10. При каком наполнении h бетонный канал трапецеидального сечения пропустит расход $Q=38$ м³/с, если ширина его $b=25$ м, заложение откосов $m=0,5$ уклон $i=0,00025$.

Решение Задачу решаем подбором. Определяем модуль расхода для заданного Q по формуле (6.19):

$$K = Q/\sqrt{i} = 38/\sqrt{0,00025} = 2420 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Задаваясь различными глубинами, вычисляем соответствующие им модули расхода по формуле (6.19):

$$K = \omega C \sqrt{R}.$$

Результаты расчетов сводим в таблицу (коэффициент C вычисляем по формуле Павловского).

h, м	ω, м²	χ, м	R, м	C, м$^{1/2}$/с	K, м³/с
2,9	76,75	31,5	2,44	81,2	9725
2	52	29,48	1,76	77,6	5350
1	25,5	27,24	0,935	70,5	1738
1,2	30,7	27,7	1,11	72,36	2345

Вычертив по этим данным график $K=f(h)$ (рис. 6.5), находим, что модуль расхода $K=2420$ м³/с соответствует глубине $h=1,2$ м (последняя строка в таблице, расхождение, равное 3,1%, менее 5%). Таким образом, наполнение, соответствующее заданному расходу, $h=1,2$ м.

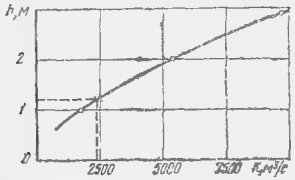


Рис 6.5

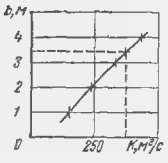


Рис 6.6

Пример 6.11. Бетонный канал трапецеидального сечения, предназначенный для пропуска расхода воды $Q=7,5$ м³/с, по гидрогеологическим условиям может иметь глубину не более $h=1,2$ м. Определить ширину канала b, необходимую для пропуска заданного расхода, при уклоне $i=0,0004$ и заложении откосов $m=1$.

Решение. Задачу решаем подбором. Находим модуль расхода для заданного Q по формуле (6.19):

$$K = Q/\sqrt{i} = 7{,}5/\sqrt{0{,}0004} = 375 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Задаваясь различными значениями ширины канала, вычисляем соответствующие модули расхода по формуле (6.19):

$$K = \omega C \sqrt{R}.$$

Результаты расчетов сводим в таблицу (коэффициент C вычисляем по формуле Павловского при $n=0{,}013$ — по приложению 32).

b, м	ω, м²	χ, м	R, м	C, м$^{1/2}$/с	K, м³/с
1	2,64	4,4	0,6	71,4	146
2	3,84	5,4	0,71	73,2	236
3	5,04	6,4	0,79	74,3	333
4	6,24	7,4	0,84	74,9	430
3,45	5,58	6,85	0,813	74,6	376

По данным расчетов построен график зависимости $K=f(b)$ (рис. 6.6), по которому модуль заданного расхода $K=375$ м³/с соответствует ширине канала $b=3{,}45$ м. Проверка показала, что модуль расхода, вычисленный аналитически, равен заданному (см. таблицу). Таким образом, искомая ширина канала $b=3{,}45$ м.

Пример 6.12. Определить размеры земляного канала гидравлически наивыгоднейшего сечения, который при уклоне $i=0{,}001$ будет пропускать расход $Q=4$ м³/с. Канал имеет трапецендальную форму сечения с заложением откосов $m=2$.

Решение. Решаем задачу методом подбора. Определяем модуль заданного расхода по формуле (6.19):

$$K = Q/\sqrt{i} = 4/\sqrt{0{,}001} = 126{,}5 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Задаваясь различными глубинами, вычисляем соответствующие им модули расхода. При этом ширину b определяем по формуле (6.25). Для $h=1$ м

$$b = 2h\left(\sqrt{1+m^2} - m\right) = 2\cdot 1\left(\sqrt{1+2^2} - 2\right) = 0{,}47 \text{ м};$$

$$\omega = (b + mh)\,h = (0{,}47 + 2\cdot 1)\,1 = 2{,}47 \text{ м}^2;$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2} = 0{,}47 + 2\cdot 1\sqrt{1+2^2} = 4{,}93 \text{ м};$$

$$R = \omega/\chi = 2{,}47/4{,}93 = 0{,}5 \text{ м}.$$

Критерий зоны турбулентности находим по формуле (6.9). По табл. 6.1 принимаем $\varepsilon=10$ мм. Тогда

$$\varepsilon\sqrt{Ri} = 10\sqrt{500\cdot 0{,}001} = 7{,}07.$$

Так как $\varepsilon\sqrt{Ri}=7{,}07>0{,}04$, коэффициент C определяем по формуле (6.10):

$$C = 20\lg\frac{R}{\varepsilon} = 20\lg\frac{500}{10} = 34 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Модуль расхода

$$K = \omega C\sqrt{R} = 2{,}47\cdot 34\sqrt{0{,}5} = 59{,}4 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Аналогично вычисляем модули расхода для $h=1{,}2$ м и $h=1{,}5$ м. Полученные данные сводим в таблицу.

h, м	b, м	ω, м²	χ, м	R, м	$\sqrt{R}$, м $^1/_2$	C, м $^1/_2$/с	K, м³/с
1	0,47	2,47	4,93	5,5	0,707	34	59,4
1,2	0,564	3,56	5,939	4,598	0,772	35,55	97,6
1,5	0,705	5,57	7,4	7,75	0,866	37,5	181
1,32	0,62	4,32	6,53	0,658	0,81	36,35	126,8

Вычертив по этим данным график $K=f(h)$ (рис. 6.7), находим, что модуль заданного расхода $K=126{,}5$ м³/с соответствует глубине $h=1{,}32$ м. Проверочное вычисление показало, что модуль расхода, соответствующий глубине $h=1{,}32$ м, практически равен модулю заданного расхода (последняя строчка в таблице).

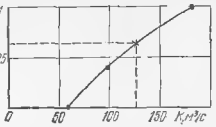


Рис. 6.7

На основании этого принимаем размеры канала: $b=0{,}62$ м; $h=1{,}32$ м.

Пример 6.13. Определить расход воды, который пропустит керамический трубопровод водосточной сети диаметром $d=404$ мм при полном заполнении, но самотечном движении воды [свободная поверхность воды совпадает с верхом (шелыгой) трубы]. Уклон трубопровода $i=0{,}005$.

Решение. Расход воды определяем по формуле (6.16). Живое сечение

$$\omega = \pi d^2/4 = 3{,}14 \cdot 0{,}4^2/4 = 0{,}126 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр

$$\chi = \pi d = 3{,}14 \cdot 0{,}4 = 1{,}26 \text{ м}.$$

Гидравлический радиус

$$R = \omega/\chi = 0{,}126/1{,}26 = 0{,}1 \text{ м}.$$

Для керамических труб коэффициент шероховатости в формуле Павловского $n=0{,}013$ (см. табл. 6.3). Показатель степени y в формуле Павловского находим по формуле (6.3):

$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{R}\left(\sqrt{n} - 0{,}1\right) = 2{,}5\sqrt{0{,}013} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{0{,}1}\left(\sqrt{0{,}013} - 0{,}1\right) = 0{,}152.$$

Тогда

$$C = \frac{1}{n} R^y = \frac{1}{0{,}013} 0{,}1^{0{,}152} = 54{,}2 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Расход воды, пропускаемый трубой,

$$Q = 0{,}126 \cdot 64{,}2\sqrt{0{,}1 \cdot 0{,}005} = 0{,}152 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Решим эту задачу с использованием модуля расхода. Для трубы $d=400$ мм при определении коэффициента C по формуле Маннинга модуль расхода $K=2{,}083$ м³/с (см. приложение 35).

Расход воды, пропускаемый трубой,

$$Q = K\sqrt{i} = 2{,}083\sqrt{0{,}005} = 0{,}147 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Расхождение в расчетах составляет:

$$\varepsilon_Q = (0{,}152 - 0{,}147)/0{,}152 = 0{,}033, \quad \text{или } 3{,}3\%.$$

Это расхождение вызвано применением разных формул для определения коэффициента C.

Пример 6.14. Определить скорость движения воды v и расход Q в керамической трубе диаметром $d=300$ мм при наполнении $a=h/d=0{,}6$ и уклоне $i=0{,}008$.

Решение. Живое сечение (см. рис. 2.3)

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4}\,\frac{\varphi}{2\pi} + d^2\,(a-0{,}5)\sqrt{a\,(1-a)};$$

$$\sin\alpha = a/0{,}5 - 1 = 0{,}6/0{,}5 - 1 = 0{,}2;$$

$$\alpha = 0{,}201 \text{ рад}; \quad \varphi = \pi + 2\cdot 0{,}201 = 3{,}54 \text{ рад};$$

$$\omega = \frac{3{,}14\cdot 0{,}3^2}{4}\,\frac{3{,}54}{2\cdot 3{,}14} + 0{,}3^2\,(0{,}6-0{,}5)\sqrt{0{,}6\,(1-0{,}6)} = 0{,}044 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр

$$\chi = \frac{\pi d\varphi}{2\pi} = \frac{3{,}14\cdot 0{,}3\cdot 3{,}54}{2\cdot 3{,}14} = 0{,}53 \text{ м}.$$

Гидравлический радиус

$$R = \omega/\chi = 0{,}044/0{,}53 = 0{,}083 \text{ м}.$$

Для керамических труб коэффициент шероховатости $n=0{,}013$ (см. табл. 6.3). Показатель степени y в формуле Павловского находим по формуле (6.3):

$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{R}\left(\sqrt{n} - 0{,}1\right) =$$

$$= 2{,}5\sqrt{0{,}013} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{0{,}083}\left(\sqrt{0{,}013} - 0{,}1\right) = 0{,}152.$$

Тогда

$$C = \frac{1}{n}R^y = \frac{1}{0{,}013}\,0{,}083^{0{,}152} = 52{,}7 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Скорость движения воды

$$v = C\sqrt{Ri} = 52{,}7\sqrt{0{,}083\cdot 0{,}008} = 1{,}36 \text{ м/с}.$$

Расход воды, протекающей по трубе,

$$Q = \omega v = 0{,}044\cdot 1{,}36 = 0{,}0598 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пример 6.15. Определить нормальную Q и максимальную $Q_{\text{м}}$ пропускную способность канализационной трубы диаметром $d=0{,}6$ м, а также скорость течения воды v в ней при уклоне трубы $i=0{,}005$.

Решение. Нормальная пропускная способность трубы соответствует степени наполнения $a=h_n/d=0{,}75$. При этом (см рис. 6 3) $A=0{,}925$; $B=1{,}15$.

При полном наполнении $K=6140$ л/с, $W=21{,}77$ м/с (см. приложение 35). Нормальную пропускную способность и нормальную скорость определяем по формулам (6.29) и (6.30):

$$Q = AK\sqrt{i} = 0{,}925 \cdot 6140\sqrt{0{,}005} = 402 \text{ л/с};$$

$$v = BW\sqrt{i} = 1{,}15 \cdot 21{,}77\sqrt{0{,}005} = 1{,}77 \text{ м/с}.$$

Максимальная пропускная способность соответствует наполнению $h_п/d = 0{,}95$, при котором $A = 1{,}087$ и $B = 1{,}108$, т. е.

$$Q_{макс} = AK\sqrt{i} = 1{,}087 \cdot 6140\sqrt{0{,}005} = 473 \text{ л/с}.$$

При этом скорость течения

$$v = BW\sqrt{i} = 1{,}108 \cdot 21{,}77\sqrt{0{,}005} = 1{,}71 \text{ м/с}.$$

Пример 6.16. Определить уклон i канализационного железобетонного трубопровода диаметром $d = 800$ мм для пропуска расхода $Q = 0{,}64$ м³/с при наполнении $a = h/d = 0{,}7$.

Решение. Первый вариант решения. Для определения гидравлических элементов потока воспользуемся графиком, представленным на рис. 6.8.

При $a = 0{,}7$ $\omega/d^2 = 0{,}59$. Следовательно,

$$\omega = 0{,}59\,d^2 = 0{,}59 \cdot 0{,}8^2 = 0.378 \text{ м}^2.$$

Так как $R/d = 0{,}297$,

$$R = 0{,}297\,d = 0{,}297 \cdot 0{,}8 = 0{,}238 \text{ м}.$$

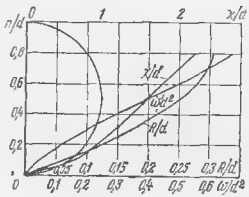


Рис. 6.8

Для железобетонных труб $n = 0{,}014$. Поскольку $R < 1$ м,

$$y = 1{,}5\sqrt{n} = 1{,}5\sqrt{0{,}014} = 0{,}178.$$

Тогда

$$C = \frac{1}{n}R^y = \frac{1}{0{,}014}\,0{,}238^{0{,}178} = 55{,}3 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Искомый угол определим из уравнения

$$Q = \omega C\sqrt{Ri}:$$

$$i = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} = \frac{0{,}54^2}{0{,}378^2 \cdot 55{,}3^2 \cdot 0{,}238} = 0{,}004.$$

Второй вариант решения. Скорость движения воды

$$v = Q/\omega = 0{,}64/0{,}378 = 1{,}7 \text{ м/с}.$$

При температуре 10°С для сточной воды $\nu = 1{,}47 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 6) Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{4vR}{\nu} = \frac{4 \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}238}{1{,}47 \cdot 10^{-6}} = 1\,100\,000.$$

Определим коэффициент гидравлического трения λ по формуле Н. Ф. Федорова [8]. Для железобетонных труб $a_2 = 100$; $\Delta_э = 2$ мм:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\lg\left(\frac{\Delta_э}{13{,}68\,R} + \frac{a_2}{\mathrm{Re}}\right) =$$

$$= -2 \lg \left(\frac{0,002}{13,68 \cdot 0,238} + \frac{100}{1\,100\,000} \right) = 6,31;$$

$$\lambda = \frac{1}{6,31^2} = 0,0251.$$

Уклон определим по формуле Дарси — Вейсбаха:

$$h = \lambda \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g},$$

или

$$\frac{h}{l} = i = \frac{\lambda}{4R} \frac{v^2}{2g} = \frac{0,0251}{4 \cdot 0,238} \frac{1,7^2}{2 \cdot 9,81} = 0,00385.$$

Полученные результаты практически одинаковы.

Пример 6.17. Требуется определить диаметр канализационного коллектора круглого сечения для пропуска расхода $Q = 0,539$ м³/с при уклоне $i = 0,0011$ и степень наполнения канала

Решение. Определяем модуль расхода $K_п$ по формуле (6.19):

$$K_п = Q/\sqrt{i} = 0,539/\sqrt{0,0011} = 16,25 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ближайший больший модуль расхода $K = 18,1$ м³/с (приложение 35); ему соответствует диаметр $d = 900$ мм Определяем наполнение, при котором коллектор будет работать. Вычисляем коэффициент $A = f(a)$ по формуле (6 27).

$$A = K_п/K = 16,25/18,1 = 0,9.$$

По графику $A = f(a)$ (см рис. 6 3) определяем $a = h/d$. Значению $A = 0,9$ соответствует $a = h/d = 0,73$

Пример 6.18. Определить размеры железобетонного канала овоидального сечения для пропуска расхода $Q = 1,15$ м³/с при частичном наполнении и уклоне $i = 0,004$.

Решение. Определяем модуль заданного расхода по формуле (6.19):

$$K = Q/\sqrt{i} = 1,15/\sqrt{0,004} = 18,24 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ближайший больший модуль расхода $K = 21,55$ м³/с; ему соответствует высота $H = 1,2$ м [7, табл 8 18].

Определим степень наполнения канала. Из уравнения (6 29)

$$A = \frac{Q}{K\sqrt{i}} = \frac{1,15}{21,55\sqrt{0,004}} = 0,85.$$

По графику [7; рис. 8 20] определяем $a = h_п/H = 0,76$. Глубина воды в канале

$$h_п = aH = 0,76 \cdot 1,2 = 0,91 \text{ м}.$$

Глава 7

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

§ 49. Истечение жидкости из малых отверстий в тонкой стенке сосуда в атмосферу

Отверстие можно считать малым, если соблюдается условие (рис. 7.1)

$$a < 0{,}1\,H, \tag{7.1}$$

где a — высота отверстия;

H — напор, под которым происходит истечение.

Вытекающая из отверстия струя испытывает на выходе сжатие (ее поперечное сечение уменьшается). Коэффициентом сжатия струи ε называется отношение площади поперечного сечения сжатой струи $\omega_{сж}$ к площади сечения отверстия ω:

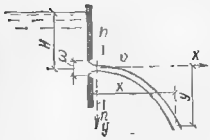


Рис. 7.1. Истечение из отверстия в тонкой стенке

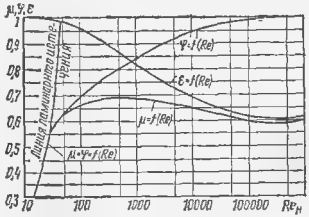


Рис. 7.2. Зависимость коэффициентов истечения из малых отверстий в тонкой стенке от числа Рейнольдса (А. Д. Альтшуль)

$$\varepsilon = \omega_{сж}/\omega. \tag{7.2}$$

Скорость вытекания жидкости из отверстия определяют по формуле

$$v = \varphi\sqrt{2gH} = \varphi\sqrt{2p/\rho}, \tag{7.3}$$

где H и p — напор и избыточное давление в центре отверстия;

φ — коэффициент скорости, учитывающий потери напора, обусловленные протеканием жидкости через отверстие и характеризуемые коэффициентом местного сопротивления отверстия ζ_0;

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_0}}. \tag{7.4}$$

При истечении из закрытого сосуда с давлением p_0 на поверхности жидкости скорость истечения находят по формуле

$$v = \varphi \sqrt{2gH + \frac{2}{\rho}(p_0 - p_{атм})}. \quad (7.5)$$

Расход жидкости, вытекающей из отверстия,

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}, \quad (7.6)$$

где μ — коэффициент расхода отверстия:

$$\mu = \varphi \varepsilon. \quad (7.7)$$

Уравнение осевой линии струи, вытекающей из отверстия в боковой стенке резервуара, имеет вид

$$y = \frac{x^2}{4\varphi^2 H}, \quad (7.8)$$

где x — дальность полета струи (см. рис. 7.1).

Число Рейнольдса при истечении из отверстий определяют по формуле

$$\mathrm{Re}_H = d\sqrt{2gH}/\nu. \quad (7.9)$$

При истечении с большими значениями числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_H > 100\,000$), что характерно для большинства случаев истечения воды и воздуха, можно принимать следующие значения коэффициентов истечения:

$$\varepsilon = 0{,}62 \div 0{,}63; \quad (7.10)$$

$$\varphi = 0{,}97 \div 0{,}98; \quad (7.11)$$

$$\zeta_0 = 0{,}06; \quad (7.12)$$

$$\mu = 0{,}61. \quad (7.13)$$

При истечении с малыми числами Рейнольдса все коэффициенты истечения зависят от числа Рейнольдса Re_H. Эта зависимость представлена на графике (рис. 7.2).

Для определения коэффициента μ можно также пользоваться следующими приближенными формулами [1]:

при $\mathrm{Re}_H < 25$

$$\mu = \sqrt{\frac{\mathrm{Re}_H}{25{,}2 + \mathrm{Re}_H}}; \quad (7.14)$$

при $25 < \mathrm{Re}_H < 300$

$$\mu = \frac{\mathrm{Re}_H}{1{,}5 + 1{,}4\,\mathrm{Re}_H}; \quad (7.15)$$

при $300 < \mathrm{Re}_H < 10\,000$

$$\mu = 0{,}592 + 0{,}27/\mathrm{Re}_H^{1/6}; \quad (7.16)$$

при $Re_H > 10\,000$

$$\mu = 0{,}592 + 5{,}5/\sqrt{Re_H}. \qquad (7.17)$$

При истечении воды и других жидкостей малой вязкости из отверстий малого диаметра ($d < 3$ см) и при малых напорах коэффициенты истечения ε, φ, μ могут испытывать заметное влияние поверхностного натяжения. С увеличением поверхностного натяжения при истечении из малых отверстий в тонкой стенке уменьшается коэффициент скорости φ, возрастает коэффициент сжатия струи ε и уменьшается коэффициент расхода μ. В табл. 7.1 [1] приведены значения коэффициента расхода μ в функции от числа Вебера (для отверстий в тонкой стенке):

Таблица 7.1

We_H	10^4	10^3	500	300	200	100	50
μ	0,60	0,62	0,53	0,64	0,55	0,66	0,68

$$We_H = gH d\rho/\sigma, \qquad (7.18)$$

где σ — поверхностное натяжение жидкости.

Данными табл. 7.1 можно пользоваться при $Re_H > 1000$ и $H/d > 10$.

Если отверстие находится на значительном расстоянии от направляющих стенок и последние не оказывают влияния на сжатие струи, выходящей из отверстия, то сжатие называется совершенным. Если направляющие стенки оказывают влияние на характер истечения, то сжатие называется несовершенным. В последнем случае коэффициент сжатия может быть найден по формуле [1]

$$\varepsilon_{нес} = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - n}, \qquad (7.19)$$

где $n = \omega/\Omega$ — отношение площади отверстия к площади сечения потока перед отверстием. Значения коэффициента $\varepsilon_{нес}$, подсчитанные по формуле (7.19), приведены в табл. 7.2 [1].

Таблица 7.2

n	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\varepsilon_{нес}$	0,609	0,613	0,618	0,623	0,631	0,642	0,656	0,678	0,713	0,785	1

Если направляющие стенки не совпадают ни с одной из кромок отверстия, то наблюдается так называемое полное сжатие. В

противном случае наблюдается неполное сжатие, для которого (по Н. Н. Павловскому)

$$\mu_{\text{неп.сж}} = \mu_{\text{полн сж}} (1 + 0{,}4 n'), \qquad (7.20)$$

причем $n' = \chi'/\chi$, где χ' — та часть периметра, по которой сжатие устранено направляющей стенкой, а χ — полный периметр отверстия.

§ 50. Истечение из больших отверстий в атмосферу

Для отверстий любой формы сечения расход можно приближенно определять по формуле

$$Q = \mu \omega \sqrt{2 g H_0}, \qquad (7.21)$$

где $H_0 = H + \frac{v_0^2}{2g}$ (здесь H — напор над центром тяжести отверстия, v_0 — скорость подхода к отверстию); ω — площадь отверстия.

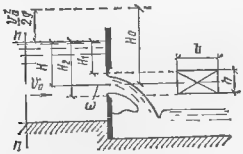


Рис 7 3. Истечение из большого прямоугольного отверстия в тонкой стенке

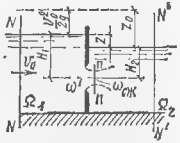


Рис 7 4. Истечение из затопленного отверстия

Для прямоугольного отверстия в вертикальной стенке (рис. 7 3) расход можно также найти по формуле

$$Q = \frac{2}{3} \mu' b \sqrt{2 g} \left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right), \qquad (7.22)$$

а при наклоне стенки к горизонту под углом α — по формуле

$$Q = \frac{2}{3} \mu' b \frac{\sqrt{2 g}}{\sin \alpha} \left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right), \qquad (7.23)$$

где μ' имеет примерно те же значения, что и для малых отверстий

§ 51. Истечение под уровень (затопленное истечение)

Расход через затопленное отверстие (рис. 7.4) определяют по формуле

$$Q = \mu_3 \omega \sqrt{2 g (H_1 - H_2)} = \mu_3 \omega \sqrt{2 g z}, \qquad (7.24)$$

где μ_3 — коэффициент расхода затопленного отверстия, определяемый по формуле А. Д. Альтшуля [1];

$$\mu_3 = \varepsilon / \sqrt{2\varepsilon^2 m^2 - \varepsilon^2 n^2 + \zeta_0 + 1 - 2\varepsilon m}, \qquad (7.25)$$

где $n = \omega/\Omega_1$ — отношение площади отверстия к площади сечения потока выше отверстия;

$m = \omega/\Omega_2$ — то же, ниже отверстия.

Коэффициент сжатия струи ε и коэффициент сопротивления ζ_0 при истечении через затопленное отверстие практически не отличаются от соответствующих коэффициентов при истечении через незатопленное отверстие.

Для отверстий малых размеров по сравнению с резервуарами ($n \to 0$; $m \to 0$)

$$\mu_3 = \varepsilon / \sqrt{1 + \zeta_0}, \qquad (7.26)$$

т. е. совпадает со значением коэффициента расхода при незатопленном истечении (истечении в атмосферу)

§ 52. Истечение из насадков и коротких труб (истечение из отверстий в толстой стенке)

Насадком называется короткая трубка [$l = (3 \div 4)d$], присоединенная к отверстию для изменения характеристик истечения (по сравнению с истечением из отверстия).

Формула расхода для насадков та же, что и для отверстий в тонкой стенке, т. е.

$$Q = \mu_н \omega \sqrt{2gH}, \qquad (7.27)$$

где $\mu_н$ — коэффициент расхода, отнесенный к выходному сечению насадка;

ω — площадь выходного отверстия насадка;

H — напор над центром тяжести выходного отверстия (или разность уровней верхнего и нижнего горизонтов воды при затопленном насадке).

Значения коэффициента расхода $\mu_н$ (а также коэффициентов ε, φ и ζ_0) принимаются различными для насадков разных типов. Для квадратичной области сопротивления (когда коэффициенты истечения не зависят от числа Рейнольдса) значения коэффициентов истечения насадков приведены в приложении 39.

При расчете коротких трубопроводов следует учитывать не только местные потери напора, но и потери на трение. Расход жидкости из трубопровода постоянного диаметра d и длиной l, работающего под напором H, определяют, по формуле, аналогичной формулам истечения из насадков:

$$Q = \mu_c \omega \sqrt{2gH}, \qquad (7.28)$$

где μ_c — коэффициент расхода системы:

$$\mu_c = 1 / \sqrt{1 + \lambda l/d + \Sigma\zeta}; \qquad (7.29)$$

здесь $\Sigma\zeta$ — сумма всех коэффициентов местных сопротивлений данного трубопровода;

λ — коэффициент гидравлического трения трубопровода.

При истечении под уровень (затопленное истечение) следует принимать:

$$\mu_c = 1/\sqrt{\lambda\, l/d + \Sigma\zeta}. \tag{7.30}$$

Сифоном называется соединяющий два резервуара трубопровод, часть которого расположена выше уровня жидкости в напорном резервуаре. Допускаемую высоту определяют из выражения

$$H_0 = \frac{p_a}{\rho g} - h'_{пот}, \tag{7.31}$$

где $h'_{пот}$ — потери напора на участке от верхнего резервуара до верхней точки сифона. Минимально допускаемое давление в верхней точке сифона должно быть выше предела парообразования, для того чтобы предупредить закипание воды.

§ 53. Истечение при переменном уровне (напоре)

Время, в течение которого уровень жидкости в вертикальном цилиндрическом резервуаре понизится на величину $H_1 - H_2$ (при истечении в атмосферу), находится из выражения

$$t = \frac{2\Omega\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right)}{\mu_0 \omega \sqrt{2g}}. \tag{7.32}$$

где Ω — площадь горизонтального сечения резервуара;

ω — площадь отверстия;

μ_0 — коэффициент расхода отверстия.

Время полного опорожнения резервуара ($H_2 = 0$) при переменном напоре в 2 раза больше времени истечения того же объема жидкости при постоянном напоре, равном начальному H_1:

$$t = \frac{2\Omega H_1}{\mu_0 \omega \sqrt{2gH_1}} = \frac{2W}{Q} = 2t_{H=const}. \tag{7.33}$$

При истечении через насадок или короткую трубу коэффициент расхода должен быть вычислен с учетом всех сопротивлений (местных и по длине) по формуле (7.29).

При истечении жидкостей большой вязкости время опорожнения может быть найдено по теоретической формуле [1].

$$t = \frac{29\Omega\nu}{gd\omega} \lg \frac{H_1}{H_2}, \tag{7.34}$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости.

Эта формула действительна при $Re_H \leqslant 10$.

§ 54. Истечение из-под щита

При незатопленном истечении из-под щита (рис. 7.5) и отсутствии бокового сжатия расход определяют по формуле [1]

$$Q=\varphi\frac{\varepsilon}{\sqrt{1+\varepsilon a/H}}\,b\,a\sqrt{2gH}, \qquad (7.35)$$

где H — глубина воды перед отверстием;
a — высота отверстия;
b — ширина отверстия;
φ — поправочный коэффициент, учитывающий влияние потерь напора, значение которого можно принимать по табл. 7.3 в зависимости от числа Фруда [1].

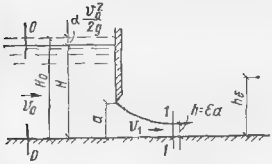


Рис. 7.5 Истечение из-под щита

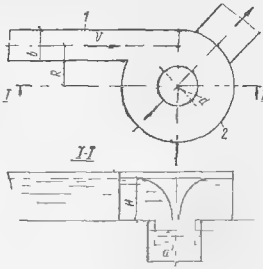


Рис. 7.6. Воронкообразование при истечении из отверстий

Таблица 7.3

φ	1,04	1,02	0,99	0,975	0,97	0,965	0,96
$Fr=\frac{v_0^2}{gH}$	0,002	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	$\geqslant$0,06

Значения коэффициента сжатия струи определяются по табл. 7.2, в которой следует принимать $n=a/H$.

§ 55. Воронкообразование при истечении жидкости

При опорожнении резервуаров через донные отверстия (особенно при малых напорах) над отверстиями могут возникать воронки, создаваемые вращением жидкости вокруг оси, проходящей через центр сливного отверстия. В некоторых случаях воздушная полость (ядро) воронки пронизывает всю толщу жидкости, проникая в сливное отверстие (так называемая ин-

тенсивная воронка); при этом уменьшается рабочая площадь отверстия и снижается его пропускная способность.

Самопроизвольное воронкообразование. Критический напор $H_{кр}$, при котором происходит прорыв воздушного ядра воронки в донное отверстие, можно определить по формуле Р. Г. Перельмана:

$$H_{кр}/d = 0{,}5\left(v_0/\sqrt{gd}\right)^{0{,}55}, \qquad (7.36)$$

где d — диаметр отверстия;

v_0 — средняя скорость истечения в сжатом сечении струи (примерно на 0,5 d ниже плоскости отверстия).

Вихревые воронки. В результате асимметричного подвода жидкости к отверстию (когда ось подходящего к отверстию потока не проходит через центр этого отверстия) при наличии в жидкости вихревых шнуров преобладающего направления вращения (при обтекании какого-либо препятствия), а также в некоторых других случаях возникают вихревые воронки. Коэффициент расхода донного отверстия с острой кромкой при наличии вихревой воронки (рис. 7.6) определяется по формуле[1]

$$\mu = 0{,}795 - 0{,}256\,E, \qquad (7.37)$$

где E — интенсивность воронкообразования:

$$E = \frac{v}{\sqrt{gH}}\left(\frac{d}{R} + 4\,\frac{R}{d}\right); \qquad (7.38)$$

здесь R — расстояние в плане от центра отверстия до оси подходящего потока по нормали к последней;

v — тангенциальная скорость на радиусе вращения R (значения v и R определяются условиями подхода жидкости к сливному отверстию);

H — напор;

d — диаметр сливного отверстия.

Формула (7.37) справедлива для $\mu = 0{,}15 \div 0{,}60$.

§ 56. Примеры

Пример 7.1. Определить расход и скорость вытекания воды из малого круглого отверстия диаметром $d = 0{,}03$ м в боковой стенке резервуара больших размеров. Напор над центром отверстия $H = 1$ м, температура воды 20°С.

Решение. Кинематическая вязкость воды $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 6).

Определяем число Рейнольдса, характеризующее истечение:

$$Re_H = \frac{\sqrt{2gH}\,d}{\nu} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1} \cdot 0{,}03}{1 \cdot 10^{-6}} = 133\,000.$$

Из рис. 7.2 при этом числе Рейнольдса: $\mu = 0{,}59$; $\varphi = 0{,}98$.

[1] А. Д. Альтшуль, М. Ш. Марголин. Инженерно-физический журнал, т. 18, № 4, 1970.

Скорость истечения воды из отверстия

$$v = \varphi \sqrt{2gH} = 0{,}98 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1} = 4{,}3 \text{ м/с}.$$

Расход вытекающей из отверстия воды

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH} = 0{,}59 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}03^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1} = 0{,}00191 \text{ м}^3/\text{с} = 1{,}91 \text{ л/с}.$$

Пример 7.2. Определить расход и скорость истечения нефти из бака через отверстие с острыми краями диаметром $d = 1$ см, а также через коноидальный насадок того же диаметра, если напор в баке поддерживается постоянным и равным $H = 4$ м. Кинематическая вязкость нефти $\nu = 2 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Решение. Находим число Рейнольдса Re_H, характеризующее истечение:

$$\mathrm{Re}_{H\,н} = \frac{\sqrt{2gH}\, d}{\nu} = \frac{4{,}43 \cdot 2 \cdot 0{,}01}{2 \cdot 10^{-5}} \approx 4430.$$

Из рис. 7,2 имеем: $\mu_н = 0{,}66$; $\varphi_н = 0{,}90$.

Скорость истечения нефти из отверстия

$$v = \varphi_н \sqrt{2gH} = 0{,}90 \cdot 4{,}43 \cdot 2 = 8 \text{ м/с}.$$

Объемный расход нефти

$$Q_н = \mu_н \omega \sqrt{2gH} = 0{,}66 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}01^2}{4} 4{,}43 \cdot 2 = 4{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Найдем для сравнения объемный расход воды при том же напоре [$\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с при температуре 20°С (см. приложение 2)]:

$$\mathrm{Re}_{H\,в} = \frac{4{,}43 \cdot 2 \cdot 0{,}01}{1 \cdot 10^{-5}} = 88\,600;$$

$$\mu_в = 0{,}6 \text{ (см. рис. 7.2)};$$

$$Q_в = \mu_в \omega \sqrt{2gH} = 0{,}6 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}01^2}{4} 4{,}43 \cdot 2 = 4{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с},$$

т. е. примерно на 10% меньше, чем расход нефти.

Определяем объемный расход нефти при истечении через коноидальный насадок (в этом случае $\mu_н = \varphi_н = 0{,}90$):

$$Q'_н = \mu_н \omega \sqrt{2gH} = 0{,}90 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}01^2}{4} 4{,}43 \cdot 2 = 6{,}25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Объемный расход воды при тех же условиях ($\mu_в = \varphi_в = 0{,}98$)

$$Q'_в = 0{,}98 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}01^2}{4} 4{,}43 \cdot 2 = 6{,}86 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с},$$

т. е. примерно на 10% больше, чем расход нефти.

Таким образом, в рассматриваемом случае закругление кромок отверстия (коноидальный насадок) увеличивает расход нефти на 26%, а расход воды на 40%

Пример 7.3. В пароохладитель через трубку со сверлениями поступает охлаждающая вода температурой 20°С с расходом $Q = 0{,}00278$ м³/с. Давление воды в трубке $p_1 = 1 \cdot 10^6$ Па, давление в корпусе пароохладителя $p_2 = 0{,}7 \times 10^6$ Па. Определить, сколько отверстий диаметром $d = 0{,}003$ м нужно просверлить в трубке для обеспечения заданного расхода воды

Решение. Плотность воды $\rho = 998{,}2$ кг/м³ (см. приложение 1); кинематическая вязкость $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см приложение 2).

Определяем число Рейнольдса, характеризующее истечение из отверстий:

$$\mathrm{Re}_H = \frac{\sqrt{2\Delta p/\rho}\, d}{\nu} = \frac{\sqrt{2\cdot 0{,}3\cdot 10^6/998{,}2}\cdot 0{,}003}{1\cdot 10^{-6}} = 73\,800.$$

Из рис. 7.2 находим коэффициент расхода отверстия $\mu = 0{,}6$.

Расход воды, вытекающей через одно отверстие,

$$q = \mu\,\omega\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = 0{,}6\,\frac{3{,}14\cdot 0{,}003^2}{4}\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}3\cdot 10^6}{998{,}2}} = 10{,}3\cdot 10^{-5}\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Необходимое число отверстий

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{0{,}00278}{10{,}3\cdot 10^{-5}} = 27\ \text{отверстий}.$$

Пример 7.4. Вода вытекает из бассейна шириной $B = 2$ м и глубиной $H_1 = 3$ м в лоток шириной $b = 0{,}15$ м и глубиной $H_2 = 0{,}25$ м через круглое отверстие в тонкой стенке диаметром $d = 0{,}1$ м, центр которого расположен на расстоянии $a = 0{,}1$ м от дна бассейна. Определить расход воды Q, проходящей через отверстие

Решение. Определяем коэффициент расхода по формуле (7.25):

$$\mu_з = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\varepsilon^2 m^2 - \varepsilon^2 n^2 + \zeta_0 + 1 - 2\varepsilon m}}.$$

Находим величины n и m.

Площадь отверстия

$$\omega = \pi d^2/4 = 0{,}78\cdot 0{,}01 = 0{,}0078\ \text{м}^2.$$

Площадь живого сечения бассейна $\Omega_1 = BH_1 = 2\cdot 3 = 6$ м²;

$$n = \omega/\Omega_1 = 0{,}0078/6 = 0{,}0013.$$

Площадь живого сечения лотка $\Omega_2 = bh_2 = 0{,}15\cdot 0{,}25 = 0{,}0375$ м²;

$$m = \omega/\Omega_2 = 0{,}0078/0{,}0375 = 0{,}208 \approx 0{,}21.$$

Для определения ε пользуемся табл. 7.2; при $n = 0{,}0013$ имеем $\varepsilon \approx 0{,}61$. Коэффициент расхода $\mu_з$ (принимая $\zeta_0 = 0{,}06$)

$$\mu_з = \frac{0{,}61}{\sqrt{2\cdot 0{,}61^2\cdot 0{,}21^2 - 0{,}61^2\cdot 0{,}0013^2 + 0{,}06 + 1 - 2\cdot 0{,}61\cdot 0{,}21}} = 0{,}507.$$

Таким образом, коэффициент расхода отверстия заметно меньше, чем при незатопленном истечении, для которого $\mu = 0{,}6$.

Определяем расход воды:

$$Q = \mu_з\,\omega\sqrt{2g(H_1 - H_2)} = 0{,}507\cdot 0{,}0078\cdot 4{,}43\sqrt{3 - 0{,}25} = 0{,}025\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Пример 7.5. Из отверстия в тонкой стенке диаметром $d = 0{,}005$ м вытекает вода с температурой 20°С. Определить расход воды и сравнить с расходом глицерина, вытекающего в тех же условиях. Высота уровня жидкости над центром отверстия $H = 0{,}05$ м.

Решение. Определяем число Рейнольдса отверстия при истечении воды и глицерина [для воды $\nu = 1{,}01\cdot 10^{-6}$ м²/с, для глицерина $\nu = 1{,}19\cdot 10^{-3}$ м²/с]:

для воды

$$\mathrm{Re}_H = \frac{\sqrt{2gH}\, d}{\nu} = \frac{\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}05}\cdot 5\cdot 10^{-3}}{1{,}01\cdot 10^{-6}} = 4950;$$

для глицерина

$$\mathrm{Re}_H = \frac{\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}05}\cdot 5\cdot 10^{-3}}{1{,}19\cdot 10^{-3}} = 4{,}15.$$

Коэффициент расхода при истечении воды находим по рис. 7.2: $\mu=0{,}66$. Расход воды

$$Q_в=\mu\,\omega\sqrt{2gH}=0{,}66\,\frac{3{,}14\,(5\cdot10^{-3})^2}{4}\sqrt{2\cdot9{,}81\cdot5\cdot10^{-2}}=12{,}8\cdot10^{-6}\ м^3/с.$$

Коэффициент расхода при истечении глицерина определяем по формуле (7.14):

$$\mu=\sqrt{\frac{Re_H}{25{,}2+Re_H}}=\sqrt{\frac{4{,}15}{25{,}2+4{,}15}}=0{,}376.$$

Расход глицерина

$$Q_{гл}=0{,}376\,\frac{3{,}14\,(5\cdot10^{-3})^2}{4}\sqrt{2\cdot9{,}81\cdot5\cdot10^{-2}}=7{,}3\cdot10^{-6}\ м^3/с.$$

В сходных условиях расход глицерина вследствие существенно большей вязкости оказался на 43% меньше расхода воды.

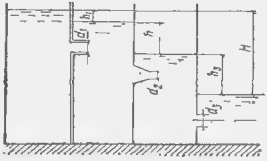


Рис. 7.7

Пример 7.6. Резервуар состоит из трех сообщающихся между собой камер (рис. 7.7). Определить расход воды и уровни воды в каждой камере. Диаметр цилиндрического насадка в первой перегородке $d_1=0{,}1$ м; диаметр конического насадка во второй перегородке $d_2=0{,}2$ м, угол конусности $\alpha=10°$; диаметр отверстия в третьей перегородке $d_3=0{,}1$ м. Общий перепад уровней $H=5$ м. Температура воды 20°С.

Решение. В условиях установившегося движения расходы всех трех отверстий одинаковы: $Q=\mu\omega\sqrt{2gH}$ [см. формулу (7.6)]. Тогда, поскольку $Q_1=Q_2$,

$$\mu_1\,\omega_1\sqrt{2gh_1}=\mu_2\,\omega_2\sqrt{2gh_2},$$

откуда

$$h_2=\frac{\mu_1^2\,\omega_1^2}{\mu_2^2\,\omega_2^2}\,h_1=\frac{\mu_1^2\,d_1^4}{\mu_2^2\,d_2^4}\,h_1.$$

Аналогично, учитывая, что $Q_1=Q_3$, найдем

$$h_3=\frac{\mu_1^2\,\omega_1^2}{\mu_3^2\,\omega_3^2}\,h_1=\frac{\mu_1^2\,d_1^4}{\mu_3^2\,d_3^4}\,h_1.$$

Так как $H=h_1+h_2+h_3$, получим систему из трех уравнений с тремя неизвестными h_1, h_2, h_3.

Предполагая автомодельный (независимый от Re) режим истечения, имеем: $\mu_1=0{,}82$, $\mu_2=0{,}94$ (см. приложение 39), $\mu_3=0{,}61$ [см. формулу (7.13)], тогда

$$h_2=\frac{0{,}82^2}{0{,}94^2}\left(\frac{0{,}1^2}{0{,}2^2}\right)^2h_1=0{,}047\,h_1;\quad h_3=\frac{0{,}82^2}{(0{,}61)^2}\left(\frac{0{,}1^2}{0{,}1^2}\right)^2h_1=1{,}8\,h_1;$$

$$H=h_1+0{,}047\,h_1+1{,}80\,h_1=5\ м;$$

$$h_1=1{,}75\ м;\quad h_2=0{,}06\ м;\quad h_3=3{,}3\ м.$$

Для проверки автомодельности вычислим числа Рейнольдса по формуле (7.9) при кинематической вязкости $\nu=1{,}01\cdot10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2).

Для цилиндрического насадка

$$\mathrm{Re}_H = \frac{d_1 \sqrt{2gh_1}}{\nu} = \frac{0{,}1 \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}8}}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 5{,}8 \cdot 10^6;$$

при этом значении Re цилиндрический насадок работает в автомодельной области.

Для конического насадка

$$\mathrm{Re}_H = \frac{0{,}2 \sqrt{19{,}6 \cdot 0{,}1}}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 2{,}6 \cdot 10^6;$$

по графику [1; рис 9,6] устанавливаем, что конический насадок также работает в автомодельной области

Для отверстия в тонкой стенке

$$\mathrm{Re}_H = \frac{0{,}1 \sqrt{19{,}6 \cdot 3{,}1}}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 7{,}7 \cdot 10^5;$$

по рис 7 2 определяем, что отверстие работает в автомодельной области.

Пример 7.7. Определить время опорожнения цистерны с мазутом при следующих данных: объем мазута в цистерне $W=50$ м^3; диаметр цистерны $D=2{,}8$ м; диаметр сливного (короткого) патрубка $d=0{,}1$ м; кинематическая вязкость мазута $\nu=6{,}9 \cdot 10^{-5}$ м^2/с.

Решение. Для определения времени опорожнения используем формулу[1]

$$t = \frac{W}{\mu \omega \sqrt{2g \cdot 0{,}694 r}},$$

где ω — площадь сечения сливного патрубка;

r — радиус цистерны

Коэффициент расхода μ находим по рис. 7.2 в зависимости от числа Рейнольдса. Число Рейнольдса в начале истечения (при $H=D=2{,}8$ м)

$$\mathrm{Re}_{H\,1} = \frac{\sqrt{2gH}\, d}{\nu} = \frac{4{,}43 \sqrt{2{,}8} \cdot 0{,}1}{6{,}9 \cdot 10^{-5}} = 10\,700;$$

в конце истечения (при $H=0{,}01$ м)

$$\mathrm{Re}_{H\,2} = \frac{4{,}43 \sqrt{0{,}01} \cdot 0{,}1}{6{,}9 \cdot 10^{-5}} = 640.$$

Соответствующие значения коэффициентов расхода будут. $\mu_1=0{,}64$ (в начале истечения), $\mu_2=0{,}60$ (в конце истечения).

Принимая для расчета среднее значение $\mu_{ср}=0{,}62$ и подставляя его в формулу, получим:

$$t = \frac{50}{0{,}62 \cdot 0{,}007854 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}694 \cdot 1{,}4}} = 2180 \text{ с}.$$

Пример 7.8. Водоспуск бетонной плотины (рис. 7 8) должен пропускать расход $Q=2$ м^3/с при перепаде уровней верхнего и нижнего бьефов $H=10$ м Длина водоспуска $l=10$ м Определить необходимый диаметр водоспуска d и минимальное затопление h, чтобы вакуум внутри водоспуска был меньше $p_в=4 \cdot 10^4$ Па. Температура воды 20°С

[1] Н З Фрейкель Гидравлика. М., Госэнергоиздат, 1956. с. 366.

Решение. Водоспуск можно рассматривать как короткую трубу, расход в которой при истечении под уровень находим по формуле (7.6):

$$Q = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH}.$$

Коэффициент расхода μ определяем по формуле (7.29):

$$\mu = 1/\sqrt{1 + \lambda l/d + \Sigma\zeta}.$$

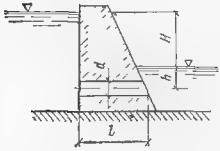


Рис. 7.8

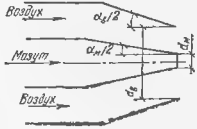


Рис. 7.9

Пренебрегая выражением $\lambda l/d$ и принимая $\zeta_{вх} = 0{,}5$, в первом приближении получаем:

$$Q = \frac{\pi d_1^2 \sqrt{19{,}6 \cdot 10}}{4\sqrt{1 + 0{,}5}},$$

откуда

$$d_1 = \sqrt{\frac{4Q\sqrt{1 + 0{,}5}}{\pi\sqrt{196}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \cdot 1{,}22}{3{,}14 \cdot 14}} = 0{,}47 \text{ м}.$$

При кинематической вязкости воды $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2) число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{4Q}{\pi d \nu} = \frac{4 \cdot 2}{3{,}14 \cdot 0{,}47 \cdot 1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^6.$$

По табл. 3.1 находим для бетона $k_э = 5 \cdot 10^{-4}$ м; при $k_э/d = 5 \cdot 10^{-4}/0{,}47 = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$ по рис. 3.4 определяем, что водоспуск работает в квадратичной зоне. Коэффициент гидравлического трения вычисляем по формуле (3.10):

$$\lambda = 0{,}11\,(k_э/d)^{0{,}25} = 0{,}11\,(5 \cdot 10^{-4}/0{,}47)^{0{,}25} = 0{,}02.$$

Подставляя значение d_1 в формулу коэффициента расхода, находим во втором приближении

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 2\sqrt{1 + 0{,}5 + 0{,}02 \cdot 10/0{,}47}}{3{,}14\sqrt{196}}} = 0{,}5 \text{ м}.$$

В третьем приближении получаем:

$$\lambda = 0{,}11\,(5 \cdot 10^{-4}/0{,}5)^{0{,}25} = 0{,}02;$$

$$d_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot 2\sqrt{1 + 0{,}5 + 0{,}02 \cdot 10/0{,}5}}{3{,}14\sqrt{196}}} = 0{,}5 \text{ м}.$$

Результаты расчетов по второму и третьему приближениям совпадают.

При истечении под уровень $p_в = 0{,}75\ \rho g H - \rho g h$. Из этого соотношения при плотности воды $\rho = 998{,}2$ кг/м³ (см. приложение 1) находим.

$$h = 0{,}75\,H - \frac{p_в}{\rho g} = 0{,}75 \cdot 10 - \frac{4 \cdot 10^4}{998{,}2 \cdot 9{,}8} = 3{,}5 \text{ м}.$$

При глубине h, равной или большей 3,5 м, вакуум внутри водоспуска не превысит заданной величины.

Пример 7.9. Мазут подается в топку котла в количестве $G = 1$ кг в 1 с через форсунку с коническим сходящимся насадком, имеющим угол конусности $\alpha_м = 10°$ Воздух для сжигания подается также через конический сходящийся насадок с углом конусности $\alpha_в = 30°$. Определить сечение мазутного и воздушного сопел, если для сжигания 1 кг мазута требуется 9 м³ воздуха при температуре 15°С Мазут подают к насадку под избыточным давлением $p_м = 3 \cdot 10^5$ Па, а воздух—под избыточным давлением $p_в = 8000$ Па (рис. 7 9).

Решение. Плотность мазута $\rho_м = 850$ кг/м³ (см. приложение 1), плотность воздуха $\rho_в = 1{,}2$ кг/м³.

Расход мазута находим по формуле (7.6):

$$Q = \mu\, \omega_м \sqrt{2\, p_м/\rho_м}\,.$$

В первом приближении принимаем автомодельный режим истечения через оба насадка. Тогда $\mu_м = 0{,}94$, $\mu_в = 0{,}90$ (см. приложение 39).

Площадь поперечного сечения мазутного сопла

$$\omega_м = \frac{Q_м}{\mu_м \sqrt{2\, p_м/\rho_м}} = \frac{G}{\rho_м \mu_м \sqrt{2\, p_м/\rho_м}} =$$

$$= \frac{1}{850 \cdot 0{,}94 \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 10^5/850}} = 0{,}000047 \text{ м}^2.$$

Площадь поперечного сечения воздушного сопла

$$\omega_в = \frac{Q_в}{\mu_в \sqrt{2\, p_в/\rho_в}} = \frac{1 \cdot 9}{0{,}90 \sqrt{2 \cdot 8000/1{,}2}} = 0{,}08 \text{ м}^2.$$

Вычислим число Рейнольдса для мазутного сопла при кинематической вязкости мазута $\nu_м = 8{,}1 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см приложение 2)

$$d_м = \sqrt{4\, \omega_м/\pi} = \sqrt{4 \cdot 0{,}000047/3{,}14} = 0{,}0078 \text{ м};$$

$$\mathrm{Re}_м = \frac{d_м \sqrt{2\, p_м/\rho_м}}{\nu_м} = \frac{0{,}0078 \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 10^5/850}}{8{,}1 \cdot 10^{-6}} \approx 0{,}2 \cdot 10^5.$$

По графику [1; рис. 9.6] устанавливаем, что мазутное сопло работает в автомодельной области

Вычислим число Рейнольдса для воздушного сопла при кинематической вязкости воздуха $\nu_в = 15 \cdot 10^{-6}$ м²/с;

$$d_в = \sqrt{4 \cdot 0{,}08/3{,}14} \approx 0{,}3 \text{ м};$$

$$\mathrm{Re}_в = \frac{d_в \sqrt{2\, p_в/\rho_в}}{\nu_в} = \frac{0{,}3 \sqrt{2 \cdot 8000/1{,}2}}{15 \cdot 10^{-6}} = 2{,}3 \cdot 10^5.$$

Воздушное сопло также работает в автомодельной области

Пример 7.10*. Радиальный отстойник *1* имеет круглую форму в плане Сточная вода для осветления подается в центр отстойника по дюкеру *2*, выполненному из стальных труб диаметром $d = 600$ мм. Длина дюкера $l_д = 26$ м (между сечениями *1—1* и *2—2*). Дюкер имеет отвод с углом поворота $\alpha = 60°$ (в точке *а*), два отвода с углом $\alpha = 30°$ (в точках *б* и *в*) и колено (в точке *г*). Все отводы и колено имеют радиус закругления $R = 1{,}5\ d$. Дюкер заканчи-

* Пример составлен В. И. Калицуном.

вается диффузором — постепенным расширением трубы до $d_2=1200$ мм, длина которого $l_1=3$ м (рис. 7.10). Определить отметку уровня воды z_1 в начале дюкера, если расчетный расход $Q=0{,}25$ м³/с, а отметка уровня воды в отстойнике $z_2=2{,}703$.

Решение. Рассматриваем дюкер как короткий трубопровод. Расход жидкости

$$Q=\mu\,\omega\,\sqrt{2gH},$$

где

$$\mu=\varphi=\frac{1}{\sqrt{1+\lambda\,l/d+\Sigma\,\zeta_м}}$$

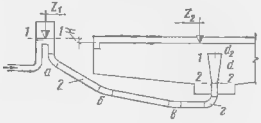


Рис 7 10

Определяем коэффициент гидравлического трения λ. Средняя скорость движения воды в трубе

$$v=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4\cdot 0{,}25}{3{,}14\cdot 0{,}6^2}=0{,}88\ \text{м/с}.$$

Число Рейнольдса для потока в трубе [кинематическая вязкость сточной воды $\nu=1{,}52\cdot 10^{-6}$ при температуре 12°С (см. табл 6)]

$$\mathrm{Re}=\frac{v\,d}{\nu}=\frac{0{,}88\cdot 0{,}6}{1{,}52\cdot 10^{-6}}=348\,000.$$

Эквивалентная абсолютная шероховатость стальной трубы $k_э=0{,}5$ мм (см. табл. 3.1).

Коэффициент гидравлического трения для трубы

$$\lambda=0{,}11\ (k_э/d+68/\mathrm{Re})^{0{,}25}=0{,}11\ (0{,}5/600+68/348\,000)^{0{,}25}=0{,}02.$$

В конце диффузора $d_2=1200$ мм:

$$v=\frac{4\cdot 0{,}25}{3{,}14\cdot 1{,}2^2}=0{,}22\ \text{м/с};$$

$$\mathrm{Re}=\frac{0{,}22\cdot 1{,}2}{1{,}52\cdot 10^{-6}}=174\,000;$$

$$d_2/k_э=1200/0{,}5=2400;\quad \lambda_2=0{,}018.$$

Теперь определим коэффициенты местных сопротивлений.

Вход в дюкер представляет собой квадратную в плане камеру размером 0,6×0,6 м, из которой опускается трубопровод $d=600$ мм. Этот вход будем рассматривать как внезапное сужение. Сечения труб до и после местного сопротивления равны:

$$\omega_1=0{,}6\cdot 0{,}6=0{,}36\ \text{м}^2;$$

$$\omega=\pi\,d^2/4=3{,}14\cdot 0{,}6^2/4=0{,}283\ \text{м}^2.$$

Степень сжатия

$$n=\omega/\omega_1=0{,}283/0{,}36=0{,}78.$$

Коэффициент сжатия струи (см. табл. 7.2) $\varepsilon=0{,}71$

Коэффициент местного сопротивления на внезапное сужение находим по формуле

$$\zeta_{вн.\,с}=(1/\varepsilon-1)^2=(1/0{,}71-1)^2=0{,}17.$$

Коэффициент местного сопротивления колена определяем по формуле

$$\zeta_{90^\circ} = [0,2 + 0,001\ (100\lambda)^3]\ \sqrt{\frac{d}{R}} =$$

$$= [0,2 + 0,001\ (100 \cdot 0,02)^3]\ \sqrt{\frac{0,6}{1,5 \cdot 0,6}} = 0,374.$$

Коэффициент местного сопротивления отводов $\zeta_\alpha = \zeta_{90^\circ} \cdot a$.

При угле поворота $\alpha = 30^\circ$, $a = 0,55$ (см. приложение 27):

$$\zeta_{30^\circ} = 0,374 \cdot 0,55 = 0,206.$$

При угле поворота $\alpha = 60^\circ$, $a = 0,83$

$$\zeta_{60^\circ} = 0,374 \cdot 0,83 = 0,312.$$

Для диффузора в конце дюкера

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{(1,2 - 0,6)/2}{3} = 0,1;$$

$$\alpha/2 = 5^\circ 45'; \quad \alpha = 11^\circ 30'; \quad \frac{\omega_2}{\omega} = \frac{\pi d_2^2/4}{\pi d^2/4} = \frac{1,2^2}{0,6^2} = 4; \quad \omega/\omega_2 = 0,25.$$

Коэффициент местного сопротивления диффузора, отнесенный к большему диаметру,

$$\zeta'_{\text{п. р}} = K_{\text{п р}} \left(\frac{\omega_2}{\omega} - 1\right)^2 + \frac{(\lambda + \lambda_2)/2}{8 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \left[\left(\frac{\omega_2}{\omega}\right)^2 - 1\right] =$$

$$= 0,2\ (4 - 1)^2 + \frac{(0,02 + 0,018)/2}{8 \operatorname{tg} \frac{11^\circ 30'}{2}}\ (4^2 - 1) = 2,16,$$

где $K_{\text{п р}} = 0,20$ — коэффициент смягчения при $\alpha = 11^\circ 30'$ (см. табл 4 3)

Значение коэффициента $\zeta_{\text{п р}}$, отнесенное к диаметру дюкера (меньшему диаметру диффузора), будет:

$$\zeta_{\text{п. р}} = \zeta'_{\text{п. р}}\ (\omega/\omega_2)^2 = 2,16 \cdot 0,25^2 = 0,135.$$

Коэффициент местного сопротивления выхода дюкера в отстойник, отнесенный к диаметру дюкера,

$$\zeta_{\text{вых}} = \zeta'_{\text{вых}}\ (\omega/\omega_2)^2 = 1 \cdot 0,25^2 = 0,0625.$$

Для всего дюкера

$$\Sigma \zeta_{\text{м}} = \zeta_{\text{вн. с}} + \zeta_{90^\circ} + 2\zeta_{30^\circ} + \zeta_{60^\circ} + \zeta_{\text{п р}} + \zeta_{\text{вых}} =$$

$$= 0,17 + 0,374 + 2 \cdot 0,206 + 0,312 + 0,135 + 0,0625 = 1,47.$$

Все потери вычислены в предположении отсутствия взаимного влияния. Длина труб дюкера (без учета общей длины фасонных частей $l_\phi = 4,8$ м)

$$l_{\text{тр}} = l_{\text{д}} - l_\phi = 26 - 4,8 = 21,2 \text{ м}.$$

Коэффициент расхода

$$\mu = 1/\sqrt{\lambda\, l/d + \Sigma \zeta_{\text{м}}} = 1/\sqrt{0,02 \cdot 21,2/0,6 + 1,47} = 0,68$$

(единица в подкоренном выражении опущена, так как вода из дюкера вытекает не в атмосферу, а под уровень воды в резервуаре-отстойнике)

Из уравнения расхода следует.

$$H = \frac{Q^2}{2g\mu^2\omega^2} = \frac{0{,}25^2}{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}68^2\cdot 0{,}283^2} = 0{,}087 \text{ м}.$$

Отметка уровня воды в начале дюкера будет:

$$z_1 = z_2 + H = 2{,}703 + 0{,}087 = 2{,}79 \text{ м}.$$

Пример 7.11. Горизонтальная песколовка для улавливания песка из сточных вод имеет ширину $B=2$ м. Максимальный расход очищаемой воды $Q_{макс}=0{,}36$ м³/с. На отводном канале установлен плоский щит шириной, равной ширине канала $b=0{,}75$ м (рис 7.11). Определить, на какую величину a следует открыть щит, чтобы обеспечить в песколовке при максимальном расходе движение сточных вод с оптимальной скоростью $v=0{,}3$ м/с.

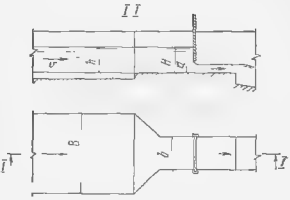


Рис 7.11

Решение Глубина воды в песколовке при максимальном расходе

$$h = \frac{Q_{макс}}{Bv} = \frac{0{,}36}{2\cdot 0{,}3} = 0{,}6 \text{ м}.$$

Пренебрегая потерями напора на выходе воды из песколовки, примем напор H перед щитом также равным 0,6 м (дно песколовки и дно отводного канала находятся на одной отметке).

Величину a определим из формулы (7.35) (истечение воды из-под щита свободное)

$$Q = \varphi \frac{b\varepsilon a}{\sqrt{1+\varepsilon a/H}} \sqrt{2gH}.$$

Скорость воды в канале

$$v_0 = \frac{Q}{bH} = \frac{0{,}36}{0{,}75\cdot 0{,}6} = 0{,}8 \text{ м/с}.$$

Число Фруда

$$\mathrm{Fr} = \frac{v_0^2}{gH} = \frac{0{,}8^2}{9{,}81\cdot 0{,}6} = 0{,}109.$$

По табл. 7.3 находим коэффициент $\varphi=0{,}96$ В первом приближении принимаем $n=a/H=0{,}5$. Коэффициент сжатия струи определим по формуле (7.19).

$$\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - n} = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1-0{,}5} = 0{,}64.$$

Преобразовав формулу (7.35) и подставив в нее численные значения, получаем

$$a = \frac{Q\sqrt{1+\varepsilon a/H}}{\varphi b \varepsilon \sqrt{2gH}} = \frac{0{,}36\sqrt{1+0{,}64\cdot 0{,}5}}{0{,}96\cdot 0{,}75\cdot 0{,}64\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}6}} = 0{,}26 \text{ м}.$$

Уточним расчет с учетом полученного значения a:

$$n = a/H = \frac{0{,}26}{0{,}6} = 0{,}43;$$

$$\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - 0{,}43} = 0{,}63;$$

$$a = \frac{0{,}36\sqrt{1 + 0{,}63 \cdot 0{,}43}}{0{,}96 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}63\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}6}} = 0{,}27 \text{ м}.$$

Следовательно, для обеспечения в песколовке скорости $v = 0{,}3$ м/с щит должен быть открыт на величину $a = 0{,}27$ м.

Пример 7.12. Определить расход воды Q, вытекающей из-под щита (см рис. 7.5). Напор перед щитом $H = 2$ м; щит поднят на высоту $a = 0{,}7$ м; ширина отверстия, перекрываемого щитом, $b = 3$ м; глубина за щитом $h_0 = 1{,}2$ м

Решение. Предполагая истечение свободным (незатопленным), определяем расход по формуле (7.35):

$$Q = \varphi \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon\, a/H}}\, b a \sqrt{2gH} = \varphi \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon n}}\, b a \sqrt{2gH}.$$

Степень сжатия потока

$$n = a/H = 0{,}7/2 = 0{,}36.$$

Коэффициент сжатия струи ε находим по формуле (7.19):

$$\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - n} = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - 0{,}35} = 0{,}627.$$

Глубина в сжатом сечении

$$h_{сж} = \varepsilon a = 0{,}627 \cdot 0{,}7 = 0{,}44 \text{ м}.$$

Определяем расход, принимая в первом приближении $\varphi = 1$:

$$Q_1 = \frac{0{,}627}{\sqrt{1 + 0{,}627 \cdot 0{,}35}}\, 3 \cdot 0{,}7\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2} = 7{,}45 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Проверим правильность принятого коэффициента φ. Скорость подхода воды

$$v_0 = \frac{Q}{bH} = \frac{7{,}45}{3 \cdot 2} = 1{,}24 \text{ м/с}.$$

Число Фруда

$$\text{Fr} = \frac{v_0^2}{gH} = \frac{1{,}24^2}{9{,}81 \cdot 2} = 0{,}078.$$

Коэффициент $\varphi = 0{,}96$ (см табл. 7.3).

Расход воды, вытекающей из-под щита,

$$Q = 0{,}96\, Q_1 = 0{,}96 \cdot 7{,}45 = 7{,}15 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Проверим, будет ли истечение воды из-под щита свободным. Для этого выясним характер сопряжения струи, вытекающей из-под щита, с нижним бьефом. Находим глубину h_2, сопряженную с глубиной $h_{сж}$ [7; с. 130]:

$$h_2 = 0{,}5 h_{сж}\left(\sqrt{1 + \frac{8q^2}{g h_{сж}^3}} - 1\right) =$$

$$= 0{,}5 \cdot 0{,}44\left(\sqrt{1 + \frac{8 \cdot 7{,}45^2}{9{,}81 \cdot 0{,}44^3 \cdot 3^3}} - 1\right) = 1{,}33 \text{ м}.$$

Так как $h_2 = 1{,}33$ м $> h_0 = 1{,}2$ м, то сопряжение произойдет в форме отогнанного прыжка и истечение действительно будет свободным.

Пример 7.13. Диаметр донного отверстия в баке $d=1$ м, а расход воды $Q=3$ м³/с. Определить, при каком напоре $H_{кр}$ произойдет прорыв воздуха в отверстие и возможен ли прорыв при заданном расходе, если истечение из донного отверстия происходит непосредственно в атмосферу.

Решение. Определяем скорость истечения в сжатом сечении, принимая коэффициент сжатия струи $\varepsilon=\mu=0{,}62$:

$$v_0=\frac{Q}{\omega_{сж}}=\frac{Q\cdot 4}{\varepsilon\pi d^2}=\frac{3\cdot 4}{0{,}62\cdot 3{,}14\cdot 1^2}=6\ м/с.$$

Критический напор находим по формуле (7.37):

$$H_{кр}=0{,}5\,d\left(v_0/\sqrt{g\,d}\right)^{0{,}55}=0{,}5\cdot 1\left(6/\sqrt{9{,}81\cdot 1}\right)^{0{,}55}=0{,}72\ м.$$

Определим теперь напор, необходимый для пропуска через отверстие заданного расхода

$$H=\frac{Q^2}{\mu^2\omega^2\cdot 2g}=\frac{3^2}{(0{,}62\cdot 0{,}785)^2\ 1^4\cdot 2\cdot 9{,}81}=1{,}92\ м>0{,}72\ м.$$

Таким образом, действительный напор H больше $H_{кр}$, и прорыва воронки не произойдет. Отверстие оказывается заглубленным в достаточной мере.

Пример 7.14.* Определить пропускную способность Q вихревого перепада (см. рис. 7.6) при напоре $H=1{,}4$ м, радиусе вращения $R=1{,}5$ м, диаметре отверстия $d=1{,}1$ м и ширине подводящего канала $b=1$ м.

Решение. Расходы воды, протекающей через подводящий канал *1* и сливное отверстие циркуляционной камеры *2*, равны между собой, т. е.

$$Q=b\,H\,v=\mu\,\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2gH}\,,$$

где μ — коэффициент расхода отверстия

Подставляя в эту формулу выражения (7.37) и (7.38), после преобразований получим:

$$Q=\frac{0{,}625\sqrt{2gH}}{\dfrac{1}{d^2}+\dfrac{0{,}285}{bH}\left(\dfrac{d}{R}+4\,\dfrac{R}{d}\right)}=\frac{0{,}625\sqrt{19{,}62\cdot 1{,}4}}{\dfrac{1}{1{,}1^2}+\dfrac{0{,}285}{1\cdot 1{,}4}\left(\dfrac{1{,}1}{1{,}5}+4\,\dfrac{1{,}5}{1{,}1}\right)}=1{,}57\ м^3/с$$

Формула (7.37) справедлива при соблюдении условия $\mu=0{,}15\div 0{,}6$. В нашем случае

$$\mu=\frac{4Q}{\pi d^2\sqrt{2gH}}=\frac{4\cdot 1{,}57}{3{,}14\cdot 1{,}1^2\sqrt{19{,}62\cdot 1{,}4}}=0{,}316;$$

$0{,}15<0{,}316<0{,}6$ — расчет верен.

Пример 7.15.* Определить расход Q жидкости, проходящей через промывное отверстие устройства (рис. 7.12), предназначенного для очистки канала от шуги, льда и мусора. Жидкость, обтекающая щит-завихритель *1* по спиральной траектории, затягивается в промывное отверстие, расположенное позади щита в дне канала, создает в отверстии вихревую воронку и сливается в лоток *2*. Ширина щита $a=1{,}5$ м, глубина воды в канале $H=1{,}5$ м, диаметр промывного отверстия $d=0{,}425$ м, средняя скорость течения в суженном щитом сечении канала $v=0{,}7$ м/с.

---

* Примеры составлены М. Ш. Марголиным.

Решение. Расход, пропускаемый донным отверстием, проходит через свободный от щита участок канала шириной $b = R - 0{,}5\,a$.

Подставляя в формулу $Q = b\,H\,v = \mu\,\frac{\pi\,d^2}{4}\,\sqrt{2\,g\,H}$ (см. пример 7.14) выражения (7.37) и (7.38), после преобразований получим:

$$b = \frac{1}{2\,c_1}\left(\sqrt{c_2^2 - 4\,c_1\,c_3} - c_2\right),$$

где

$$c_1 = v\,d\,(2\,H + 0{,}569\,d) = 0{,}964 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$c_2 = d\,(H\,a\,v - 1{,}25\,d^2\,\sqrt{2\,g\,H} + 2{,}28\,v\,a\,d) = 0{,}581 \text{ м}^4/\text{с};$$

$$c_3 = d^2\left[0{,}569\,v\,(d^2 + a^2) - 0{,}625\,a\,d\,\sqrt{2\,g\,H}\right] = -0{,}21 \text{ м}^3/\text{с}.$$

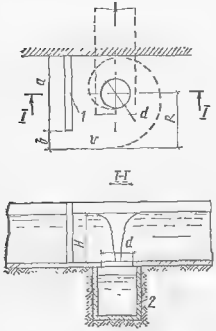


Рис. 7.12

В результате имеем: $b = 0{,}254$ м.

Радиус вращения находим по формуле

$$R = b + 0{,}5\,a = 0{,}254 + 0{,}5 \cdot 1{,}5 = 1{,}004 \text{ м}.$$

По формуле (7.38) определяем интенсивность воронкообразования:

$$E = \frac{0{,}7}{\sqrt{9{,}81 \cdot 1{,}5}}\left(\frac{0{,}425}{1{,}004} + 4\,\frac{1{,}004}{0{,}425}\right) = 1{,}80.$$

По формуле (7.37) вычисляем коэффициент расхода отверстия:

$$\mu = 0{,}795 - 0{,}256 \cdot 1{,}80 = 0{,}334.$$

Промывной расход

$$Q = \mu\,\omega\,\sqrt{2\,g\,H} = 0{,}334\,\frac{3{,}14 \cdot 0{,}425^2}{4}\,\sqrt{19{,}62 \cdot 1{,}5} = 0{,}257 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Глава 8

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ НА КАНАЛАХ

§ 57. Местные сопротивления в открытых руслах

Внезапное расширение канала. Для каналов прямоугольного поперечного сечения потери напора можно определить по формуле А. Д. Альтшуля:

$$h_{\text{вн.р}} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} - \frac{(h_2 - h_1)^2}{2h_2}. \qquad (8.1)$$

При малой разнице в величинах h_2 и h_1 формула (8.1) сводится к формуле Борда.

Повышение горизонта нижнего участка относительно горизонта верхнего участка (восстановление напора) будет:

$$h_2 - h_1 = \frac{v_2}{g}(v_1 - v_2) + \frac{(h_2 - h_1)^2}{2h_2}. \qquad (8.2)$$

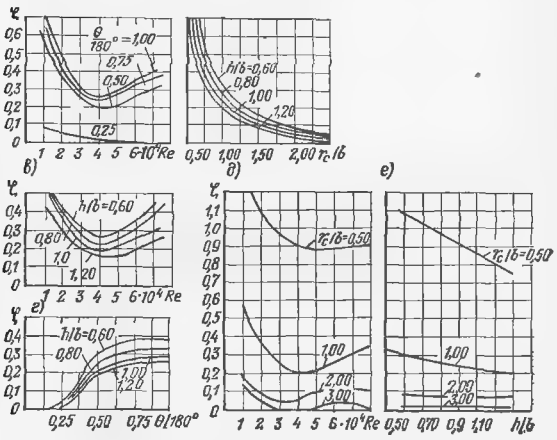


Рис. 8.1 Коэффициент сопротивления при повороте открытого канала
а — $h/b=1$ и $r_c/b=1$; *б* — Re=31 500 и $\theta/180°=0,5$; *в* — $r_c/b=1$ и $\theta/180°=0,5$; *г* — Re=31 500 и $r_c/b=1$; *д* — $h/b=1$ и $\theta/180°=0,5$; *е* — Re=31 500 и $\theta/180°=0,5$

Постепенное расширение канала. Потери напора можно найти по формуле

$$h_{\text{п р}} = \psi \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}, \tag{8.3}$$

где ψ — коэффициент смягчения, зависящий от угла расширения: при $\alpha = 20°$ $\psi = 0{,}45$; при $\alpha = 40°$ $\psi = 0{,}90$; при $\alpha = 60°$ $\psi = 1$.

Внезапное сужение канала. Потери напора определяются по формуле Хиндса

$$h_{\text{вн с}} = K \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}, \tag{8.4}$$

где $K = 0{,}55$ (при $b_2/b_1 < 0{,}5$).

Падение уровня свободной поверхности будет при этом

$$\Delta z = h_1 - h_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} (1 + K). \tag{8.5}$$

Постепенное сужение канала. Потери напора можно найти также по формуле Хиндса, принимая $K = 0{,}15$ при плавных сопряжениях и $K = 0{,}05$ при весьма плавных сопряжениях.

Поворот канала. Коэффициент местного сопротивления при повороте канала $\zeta_{\text{пов}}$ зависит от нескольких безразмерных критериев: r_c/b; h/b; vR/ν; $\theta/180°$, где r_c — радиус закругления осевой линии канала; b — ширина канала; h — глубина воды в канале; v — средняя скорость течения; R — гидравлический радиус; θ — угол поворота канала. Зависимость $\zeta_{\text{пов}}$ от отдельных критериев представлена на рис. 8.1 (по опытам А. Шакри).

§ 58. Решетки

Коэффициент сопротивления решетки $\zeta_{\text{реш}}$, отнесенный к средней скорости v перед решеткой может быть найден (для стержней прямоугольного сечения) по формуле [1]

$$\zeta_{\text{реш}} = \frac{1}{M^2} \left[\left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right)^2 + (1 - M)^2 \right] \sin \alpha, \tag{8.6}$$

где $M = \frac{b}{b+s}$ (b — расстояние между стержнями; s — толщина стержней);

α — угол наклона решетки к горизонту;

ε — коэффициент сжатия струи при проходе через решетку, который определяют по формуле (7.19):

$$\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - M}. \tag{8.7}$$

Для стержней другой формы сечения расчет можно вести по формуле Киршмера

$$\zeta_{р\text{-}ш} = \beta\,(s/b)^{4/3} \sin\alpha \qquad (8.8)$$

Коэффициент β зависит от формы стержней и может приниматься по табл. 8.1 и рис. 8.2.

Таблица 8.1

Форма стержня	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*
β	2,42	1,83	1,67	1,035	0,92	0,76	1,79

При проектировании сороудерживающих решеток следует учитывать, что скорости течения в них не должны превышать 1 м/с с тем, чтобы можно было очищать решетки в эксплуатационных условиях.

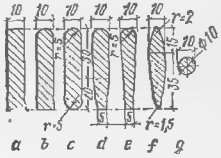


Рис 8 2. Форма сечений решеток

§ 59. Водосливы[1]

Водосливом называется преграда на пути потока (стенка, перегораживающая канал), через которую переливается жидкость.

Разделяются такие преграды на три основных типа.

1) водослив с тонкой стенкой (с острым порогом);
2) водослив практического профиля;
3) водослив с широким порогом.

Если ширина водослива b меньше ширины подводящего канала B, то водослив будет с боковым сжатием При $b=B$ бокового сжатия не будет.

Если уровень ниже водослива не влияет на истечение через водослив, то водослив будет незатопленным, а если влияет, то затопленным.

Основная расчетная формула для определения расхода через незатопленные водосливы всех типов с прямоугольной формой отверстия

$$Q = m\,b\,\sqrt{2g}\,H^{3/2}, \qquad (8.9)$$

где m — коэффициент расхода водослива, зависящий от его типа, формы, размеров и условий работы;
b — ширина водослива;

[1] Ниже приводятся лишь основные сведения о водосливах Более подробно см [7].

H — напор на водосливе.

Для прямоугольного незатопленного водослива с тонкой стенкой без бокового сжатия коэффициент расхода находят по формуле Базена[1]:

$$m = \left(0{,}405 + \frac{0{,}0027}{H}\right)\left[1 + 0{,}55\left(\frac{H}{H+p}\right)^2\right], \qquad (8.10)$$

где p — высота водосливной стенки.

Приближенно можно принимать $m = 0{,}42$.

Для незатопленных водосливов практического профиля и водосливов с широким порогом расход определяют по формуле

$$Q = m\,b\sqrt{2g}\,H_0^{3/2}, \qquad (8.11)$$

где H_0 — напор, исправленный на скорость подхода:

$$H_0 = H + \frac{v_0^2}{2g}; \qquad (8.12)$$

$$v_0 = \frac{Q}{B\,(H+p)}, \qquad (8.13)$$

здесь B — ширина канала на подходе к водосливу.

Величина коэффициента расхода m для водосливов практического профиля зависит от формы водослива. Для ориентировочных расчетов можно принимать: $m = 0{,}45$ для водосливов плавного очертания; $m = 0{,}40$ для водосливов неплавного очертания; $m = 0{,}48 \div 0{,}49$ для водосливов безвакуумного профиля.

Для незатопленных водосливов с широким порогом значение коэффициента расхода зависит от очертания входной кромки порога: при плавной входной кромке можно принимать $m = 0{,}35$, а при неплавной $m = 0{,}32$.

§ 60. Влияние бокового сжатия и затопления водосливов

Влияние бокового сжатия при расчете водосливов учитывается введением в формулу расхода коэффициента сжатия ε, т. е.

$$Q = m\,\varepsilon\,b\sqrt{2g}\,H_0^{3/2}. \qquad (8.14)$$

Коэффициент сжатия находится по формуле

$$\varepsilon = 1 - 0{,}1\,n\,\xi\,H_0/b, \qquad (8.15)$$

где n — число боковых сжатий потока (удвоенное число пролетов);

[1] При малых числах Рейнольдса коэффициент расхода водослива зависит также и от числа Рейнольдса

ξ — поправка, учитывающая форму обтекаемых устоев и раздельных бычков; для прямоугольных бычков или устоев $\xi=1$; для бычков плавного очертания $\xi=0{,}7$; для стрельчатых бычков $\xi=0{,}4$.

Влияние затопления для прямоугольных водосливов с тонкой стенкой и водосливов практического профиля учитывается введением в формулу (8.9) так называемого коэффициента затопления $\sigma_з$:

$$Q = m\sigma_з b\sqrt{2g}H_0^{3/2}. \qquad (8.16)$$

Для затопленного водослива с широким порогом расход находится по формуле (8.16) или по формуле

$$Q = \varphi b h\sqrt{2g(H_0 - h)}, \qquad (8.17)$$

где φ — коэффициент скорости, зависящий от условий входа на водослив; в обычных условиях $\varphi=0{,}88\div0{,}95$;

h — глубина на пороге водослива.

§ 61. Водомерные лотки

Формулы для расчета боковых сужений в открытых руслах, в частности для расчета отверстий малых мостов и дорожных труб, перемычек и водомерных лотков с боковым сжатием, аналогичны формулам для расчета водослива с широким порогом.

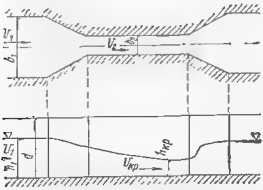


Рис. 8 3. Лоток с критической глубиной

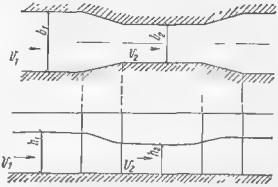


Рис. 8 4. Лоток Вентури

Водомерные лотки служат для определения расхода воды, проходящей в канале. Для водомерного лотка с критической глубиной (рис. 8.3) проходящий расход может быть найден по формуле

$$Q = C_1 A b_2 h_1^{3/2}, \qquad (8.18)$$

где C_1 — коэффициент расхода;

b_2 — ширина лотка в горловине (узком сечении);

h_1 — глубина в канале перед входом в лоток;

A — коэффициент, зависящий от отношения $\psi_в = b_2/b_1$ (где b_1 — ширина канала)[1]:

$$A = \frac{2\sqrt{2g}}{\psi_в^{3/2}} \cos^{3/2}\left(\frac{\pi + \arccos\psi_в}{3}\right). \qquad (8.19)$$

Значения A, м$^{1/2}$ с, для различных $\psi_в$ приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

A	$\psi_в$	A	$\psi_в$	A	$\psi_в$
1,71	0	1,75	0,333	1,95	0,7
1,71	0,1	1,77	0,4	1,99	0,75
1,72	0,2	1,82	0,5	2,07	0,8
1,725	0,25	1,88	0,6	2,28	0,9
1,74	0,3	1,89	0,666	3,13	1

Формула (8.18) действительна, если в горловине лотка устанавливается критическая глубина, для чего необходимо соблюдение условия:

$$\sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b_2^2}} \geqslant 0,85 h_0, \qquad (8.20)$$

где h_0 — глубина воды при равномерном движении в канале, в котором установлен лоток.

Расход, проходящий через лотки с боковым сжатием, работающие в условиях затопленного истечения (лотки Вентури), рассчитывают по формуле (рис. 8.4)

$$Q = C_2 \frac{b_2 h_2}{\sqrt{\left(1 - \frac{b_2 h_2}{b_1 h_1}\right)^2}} \sqrt{2g(h_1 - h_2)}, \qquad (8.21)$$

где h_1 и b_1; h_2 и b_2 — соответственно высота воды и ширина лотка в канале и в сжатом сечении лотка.

Коэффициенты расхода C_1 в формуле (8.18) и C_2 в формуле (8.21) учитывают влияние потерь напора; при плавной форме входных участков лотков их можно принимать равными 0,97—0,98.

§ 62. Примеры

Пример 8.1. Определить отметку уровня воды z_1 перед распределительным устройством (рис 8.5,*а*), которое представляет собой постепенное расширение канала длиной $l=4$ м с ответвлениями за ним. Расход воды $Q=2,4$ м^3/с. Отметка уровня воды перед шиберами ответвлений $z_2=87,00$ м

[1] А. Д Альтшуль «Водоснабжение и санитарная техника», 1956, № 8

Ширина подводящего канала $b_1=1{,}6$ м, а распределительного устройства $b_2=3{,}4$ м; глубина воды $h_2=0{,}9$ м. Дно горизонтальное.

Решение. Составляем уравнение Бернулли для сечений *1—1* и *2—2* относительно оси *0—0*, проходящей по дну канала:

$$h_1+\frac{v_1^2}{2g}=h_2+\frac{v_2^2}{2g}+h_{\text{п. р}}^{1-2};$$

$$v_1=\frac{Q}{\omega}=\frac{Q}{b_1h_1}.$$

Так как потери напора при постепенном расширении канала [см. формулу (8.3)]

$$h_{\text{пост. р}}=\psi\,\frac{(v_1-v_2)^2}{2g},$$

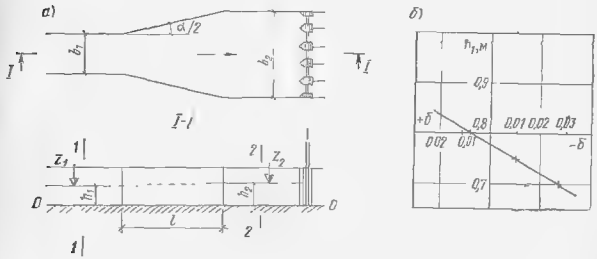


Рис. 8.5

уравнение Бернулли запишется в следующем виде:

$$h_1+\frac{Q^2}{2g\,b_1^2\,h_1^2}=h_2+\frac{v_2^2}{2g}+\psi\,\frac{\left(\frac{Q}{b_1h_1}-v_2\right)^2}{2g}.$$

Скорость в широкой части канала

$$v_2=\frac{Q}{b_2h_2}=\frac{2{,}4}{3{,}4\cdot0{,}9}=0{,}78\ \text{м/с}.$$

Угол расширения канала

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{(b_2-b_1)/2}{l}=\frac{(3{,}4-1{,}6)/2}{4}=0{,}225;$$

$$\alpha/2=12^\circ40';\quad \alpha=25^\circ20'.$$

Коэффициент смягчения $\psi=0{,}56$ (см. § 57).

Подставляем численные значения в уравнение Бернулли:

$$h_1 + \frac{2{,}4^2}{2\cdot 9{,}81\cdot 1{,}6^2 h_1^2} = 0{,}9 + \frac{0{,}78^2}{2\cdot 9{,}81} + 0{,}56\,\frac{\left(\frac{2{,}4}{1{,}6 h_1} - 0{,}78\right)^2}{2\cdot 9{,}81}$$

или

$$h_1^3 - 0{,}948\,h_1^2 + 0{,}067\,h_1 + 0{,}051 = 0.$$

Полученное уравнение запишем в следующем виде:

$$h_1^3 - 0{,}948\,h_1^2 + 0{,}067\,h_1 + 0{,}051 = \delta.$$

В итоге вычислений получаем: при $h_1=0{,}7$ м $\delta=-0{,}027$; при $h_1=0{,}75$ м $\delta=-0{,}01$; при $h_1=0{,}8$ м $\delta=0{,}008$.

По полученным данным строим график $\delta=f(h_1)$, из которого следует, что $h_1=0{,}78$ м (рис 8.5,*б*).

Отметка уровня воды

$$z_1 = z_2 - h_2 + h_1 = 87{,}00 - 0{,}9 + 0{,}78 = 86{,}88 \text{ м}.$$

Повышение уровня составляет:

$$h_2 - h_1 = 0{,}9 - 0{,}78 = 0{,}12 \text{ м} = 12 \text{ см}.$$

Пример 8.2. Определить потери напора на повороте открытого канала прямоугольного сечения, если ширина канала $b=1$ м; радиус кривизны осевой линии канала $r_c=1{,}5$ м; глубина наполнения канала $h=0{,}7$ м; угол поворота оси канала $\theta=120°$; средняя скорость течения $v=0{,}8$ м/с.

Решение. Находим значения безразмерных параметров:

$$r_c/b = 1{,}5;\quad h/b = 0{,}7;\quad \theta/180° = 0{,}667.$$

Гидравлический радиус сечения канала

$$R = \frac{bh}{b+2h} = 0{,}292 \text{ м} \approx 0{,}3 \text{ м}.$$

Число Рейнольдса для потока воды в канале (при $\nu=1\cdot 10^{-6}$ м²/с)

$$\mathrm{Re} = \frac{vR}{\nu} = \frac{0{,}8\cdot 0{,}3}{1\cdot 10^{-6}} = 240\,000.$$

По рис. 8.1,*б* при $r_c/b=1{,}5$ и $h/b=0{,}7$ находим значение коэффициента сопротивления в первом приближении: $\zeta=0{,}15$. Найденное значение относится к углу $\theta/180°=0{,}5$. Из рис. 8.1,*г* при $h/b=0{,}7$ имеем для $\theta/180°=0{,}5$ $\zeta=0{,}28$, а для $\theta/180°=0{,}667$ $\zeta=0{,}33$. Определяем значение поправочного множителя $\psi=0{,}33/0{,}28=1{,}18$ и находим коэффициент сопротивления во втором приближении:

$$\zeta = 1{,}18\cdot 0{,}15 = 0{,}177 \approx 0{,}18.$$

Определяем потери напора на повороте канала:

$$h = \zeta\,\frac{v^2}{2g} = 0{,}18\,\frac{0{,}8^2}{19{,}6} = 0{,}009 \text{ м} \approx 0{,}01 \text{ м}.$$

Пример 8.3. Определить потери напора на повороте открытого канала трапецеидального сечения при следующих данных: ширина канала по дну $b=0{,}45$ м; коэффициент откоса $m=1$; радиус кривизны осевой линии канала $r_c=1$ м; глубина наполнения канала $h=0{,}55$ м; угол поворота оси канала $\theta=90°$, средняя скорость течения $v=1$ м/с.

Решение. Находим ширину канала поверху и среднюю ширину канала:

$$B = b + mh = 0{,}45 + 2\cdot 1\cdot 0{,}55 = 1{,}55 \text{ м};$$

$$b_{ср} = \frac{b + B}{2} = \frac{1{,}55 + 0{,}45}{2} = 1 \text{ м}.$$

Определяем значения характерных безразмерных отношений:

$$r_c/b_{ср} = 1; \quad h/b_{ср} = 0{,}55; \quad \theta/180^\circ = 0{,}5.$$

Для вычисления гидравлического радиуса находим:

$$\omega = (b + mh)\, h = (0{,}45 + 1\cdot 0{,}55)\ 0{,}55 = 0{,}55 \text{ м}^2;$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = 0{,}45 + 2\cdot 0{,}55\ \sqrt{1 + 1} = 2{,}05 \text{ м},$$

откуда

$$R = \omega/\chi = 0{,}55/2{,}05 = 0{,}27 \text{ м}.$$

Число Рейнольдса при $\nu = 1\cdot 10^{-6}$

$$\mathrm{Re} = \frac{vR}{\nu} = \frac{1\cdot 0{,}27}{1\cdot 10^{-6}} = 270\,000.$$

Из рис. 8.1,*д* находим при $r_c/b = 1$; $h/b = 1$; $\theta/180^\circ = 0{,}5$, $\mathrm{Re} = 100\,000$ (принимая, что при $\mathrm{Re} = 270\,000$ значения коэффициента сопротивления будут те же, что и при $\mathrm{Re} = 100\,000$) коэффициент сопротивления поворота в первом приближении $\zeta_1 = 0{,}35$.

Потери напора на повороте канала

$$h = \zeta\frac{v^2}{2g} = 0{,}35\ \frac{1^2}{19{,}62} = 0{,}0178 \text{ м} = 1{,}8 \text{ см}.$$

Пример 8.4. Определить отметку z_1 уровня воды перед канализационной решеткой шириной $B = 1$ м, установленной на канале той же ширины, при пропуске через нее расхода воды $Q = 1{,}1$ м^3, если глубина воды после решетки $h_2 = 1{,}4$ м, а отметка горизонтального дна канала $z_3 = 71{,}70$. Решетка наклонена к горизонту под углом $\alpha = 60^\circ$ и выполнена из прямоугольных стержней толщиной $s = 10$ мм, расстояние между которыми $b = 19$ мм (рис. 8.6).

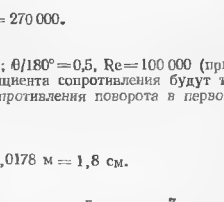


Рис. 8.6

Решение. Составляем уравнение Бернулли для двух сечений *1—1* до решетки и *2—2* после решетки относительно плоскости *0—0*, проходящей по дну канала:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{реш}\frac{v_1^2}{2g}.$$

С учетом принятых обозначений и условий

$$z_1 = 0; \quad z_2 = 0; \quad \frac{p_1}{\rho g} = h_1; \quad \frac{p_2}{\rho g} = h_2 = 1{,}4 \text{ м};$$

$$v_1 = \frac{Q}{Bh_1} = \frac{1{,}1}{1\,h_1} = \frac{1{,}1}{h_1}; \quad v_2 = \frac{Q}{Bh_2} = \frac{1{,}1}{1\cdot 1{,}4} = 0{,}78 \text{ м/с}.$$

Коэффициент местного сопротивления решетки определим по формуле (8.6):

$$\zeta_{реш} = \frac{1}{M^2}\left[\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^2 + (1-M)^2\right]\sin\alpha;$$

$$M = \frac{b}{b+s} = \frac{0{,}019}{0{,}019+0{,}01} = 0{,}66.$$

Коэффициент сжатия струи находим по формуле (8.7):

$$\varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1-M} = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1-0{,}66} = 0{,}67.$$

Подставляя полученные величины, вычисляем:

$$\zeta_{реш} = \frac{1}{0{,}66^2}\left[\left(\frac{1-0{,}67}{0{,}67}\right)^2 + (1-0{,}66)^2\right]\sin 60^\circ = 0{,}72.$$

Теперь уравнение Бернулли приобретает вид

$$h_1 + \frac{1{,}1^2}{2gh_1^2} = 1{,}4 + \frac{0{,}78^2}{2g} + 0{,}72\,\frac{1{,}1^2}{2gh_1^2},$$

откуда

$$19{,}62\,h_1^3 - 28{,}1\,h_1^2 + 0{,}34 = 0.$$

Решая это уравнение графически, получаем $h_1 \approx 1{,}42$ м. Следовательно,

$$z_1 = z_3 + h_1 = 71{,}70 + 1{,}42 = 73{,}12 \text{ м};$$

$$z_2 = z_3 + h_2 = 71{,}70 + 1{,}4 = 73{,}10 \text{ м}.$$

Понижение уровня составляет 4 см

Пример 8.5. В канале прямоугольного сечения шириной $b_1 = 1$ м и с уклоном дна $i = 0{,}0013$ установлен для измерения проходящего расхода воды лоток с критической глубиной (см рис. 8.3). Стенки и дно канала облицованы кирпичом ($n = 0{,}017$); высота боковых стенок канала $d = 1{,}3$ м. Максимальный расход воды в канале $Q_{макс} = 1$ м³/с. Требуется определить ширину горловины лотка b_2 для обеспечения условий свободного истечения.

Решение. Определяем глубину воды при равномерном движении в канале в условиях максимального расхода $Q_{макс}$ Исходим из уравнения Шези $Q = \omega C\sqrt{Ri}$, задаваясь различными значениями глубины до тех пор, пока не устанавливаем, что максимальному расходу $Q_{макс} = 1$ м³/с соответствует глубина $h_0 = 1$ м Действительно, в этом случае

$$\omega = b_1 h_2 = 1 \text{ м}^2;$$

$$\chi = b_1 + 2h_0 = 3 \text{ м};$$

$$R = \omega/\chi = 0{,}333 \text{ м};$$

$$C = \frac{1}{n}R^y = 48 \text{ м}^{1/2}/\text{с};$$

$$Q_{макс} = \omega C\sqrt{Ri} \approx 1 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Находим минимальное значение критической глубины в горловине лотка, обеспечивающей условия свободного истечения, исходя из условия (8.20):

$$h_{кр} = 0{,}85\,h_2 = 0{,}85 \text{ м}.$$

По найденному значению $h_{кр}$ определяем необходимую для создания этой глубины ширину горловины лотка:

$$b_в = \frac{Q}{h_{кр}\sqrt{g h_{кр}}} = \frac{1}{0{,}85\sqrt{9{,}81\cdot 0{,}85}} \approx 0{,}44 \text{ м}.$$

Принимаем $b_2=0{,}4$ м; $\psi_в=b_2/b_1=0{,}4$.

Глубину h_1 в верхнем бьефе водомерного лотка находим по формуле (8.18):

$$Q_{макс} = C A b_2 h_1^{3/2},$$

откуда

$$h_1 = \sqrt[3]{\left(\frac{Q_{макс}}{C A b_2}\right)^2}.$$

По табл. 8.2 $A=1{,}77$. Принимаем для коэффициента C среднее значение, т. е $C=0{,}97$, тогда

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{1^2}{(0{,}97\cdot 1{,}77\cdot 0{,}4)^2}} \approx 1{,}28 \text{ м}.$$

Эта глубина в верхнем бьефе является допустимой для подходного участка канала, так как $h_1<d$.

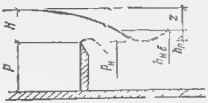


Рис. 8.7

Пример 8.6. Для контроля сточной воды, поступающей на канализационную станцию, на подводящем канале прямоугольного сечения шириной $b=2$ м установлен водослив с тонкой стенкой высотой $p=1$ м. Определить расход воды в канале Q, если напор на водосливе $H=0{,}65$ м и глубина воды в нижнем бьефе $h_{н.б}=1{,}2$ м (рис. 8.7).

Решение. Так как уровень воды в нижнем бьефе расположен выше порога водослива ($z<H$) и

$$\frac{z}{p_н} = \frac{(p_н + H) - h_{н.б}}{p_н} = \frac{(1+0{,}65)-1{,}2}{1} = 0{,}45 < \left(\frac{z}{p_н}\right)_{кр} \approx 0{,}75,$$

то водослив затоплен [7, с. 62].

Расход воды определяем по формуле (8.16):

$$Q = m\,\sigma_з\, b\,\sqrt{2g}\,H^{3/2}.$$

Коэффициент расхода водослива находим по формуле Базена (8.10)

$$m = \left(0{,}405 + \frac{0{,}0027}{H}\right)\left[1 + 0{,}55\left(\frac{H}{H+p}\right)^2\right] =$$

$$= \left(0{,}405 + \frac{0{,}0027}{0{,}65}\right)\left[1 + 0{,}55\left(\frac{0{,}65}{0{,}65+1}\right)^2\right] = 0{,}444.$$

Коэффициент затопления определяем по формуле [7, с. 62]

$$\sigma_з = 1{,}05\left(1 + 0{,}2\,\frac{h_п}{p_н}\right)\sqrt[3]{\frac{z}{H}},$$

где $p_н$ — высота водосливной стенки со стороны нижнего бьефа;
$h_п = h_{н.б} - p_н$ — глубина подтопления;
z — перепад между уровнями воды в верхнем и нижнем бьефах.

С учетом заданных величин

$$\sigma_з = 1{,}05\left(1 + 0{,}2\,\frac{1{,}2-1}{1}\right)\sqrt[3]{\frac{0{,}45}{0{,}65}} = 0{,}966.$$

Расход воды

$$Q = 0,444 \cdot 0,966 \cdot 2 \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot 0,65^{3/2} = 1,99 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пример 8.7. Определить напор H на пороге прямоугольного незатопленного водослива с тонкой стенкой, установленного в канале шириной $B = 2,8$ м, при расходе $Q = 0,95$ м³/с. Ширина водослива $b = 0,7$ м, высота $p = 0,4$ м.

Решение. Из основного уравнения водослива (8.9)

$$H = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{2 g m^2 b^2}}.$$

В первом приближении принимаем $m = 0,42$ (см. § 59) и определяем напор:

$$H = \sqrt[3]{\frac{0,95^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,42^2 \cdot 0,7^2}} = 0,81 \text{ м}.$$

Уточним значение коэффициента расхода m по формуле [7; с. 62], учитывающей влияние скорости подхода и бокового сжатия:

$$m = \left(0,405 + \frac{0,0027}{H} - 0,03 \frac{B-b}{B}\right)\left[1 + 0,55 \left(\frac{b}{B}\right)^2 \left(\frac{H}{H+p}\right)^2\right] =$$

$$= \left(0,405 + \frac{0,0027}{0,81} - 0,03 \frac{2,8-0,7}{2,8}\right)\left[1 + 0,55 \left(\frac{0,7}{2,8}\right)^2 \left(\frac{0,81}{0,81+0,4}\right)^2\right] = 0,392.$$

Определяем напор во втором приближении.

$$H = \sqrt[3]{\frac{0,95^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,392^2 \cdot 0,7^2}} = 0,85 \text{ м}.$$

Третье приближение приводит к тому же результату.

Пример 8.8. Определить напор на пороге треугольного водослива с тонкой стенкой с углом при вершине $\alpha = 90°$, установленного в канале, если расход воды $Q = 0,25$ м³/с

Решение. Расход через треугольный водослив определяем по формуле [7; с 74]

$$Q = 1,343 H^{2,47},$$

откуда

$$H = \left(\frac{Q}{1,343}\right)^{1/2.47} = \left(\frac{0,25}{1,343}\right)^{0.405} = 0,505 \text{ м}.$$

Пример 8.9. Определить ширину отверстия плотины криволинейного безвакуумного профиля высотой $p = 11$ м, если расход воды, протекающей через нее, $Q = 241$ м³/с, а допустимый напор $H = 1,85$ м. Плотина должна иметь шесть пролетов, разделенных бычками плавного очертания шириной $\delta = 1,5$ м.

Решение. Расход через плотину (водослив практического профиля) определяем по формуле (8.14)

$$Q = m \varepsilon b \sqrt{2 g} H_0^{3/2}.$$

Коэффициент расхода водослива принимаем $m = 0,49$ (см. § 59). В первом приближении принимаем скорость подхода $v_0 < 0,75$ м/с и $H_0 \approx H$.

Учитывая, что $b_{сж} = \varepsilon b$, имеем:

$$b_{сж} = \frac{Q}{m \sqrt{2 g} H_0^{3/2}} = \frac{241}{0,49 \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot 1,85^{3/2}} = 44,2 \text{ м}.$$

Коэффициент сжатия струи по формуле (8.15)

$$\varepsilon = b_{сж}/b = 1 - 0,1\,n\,\xi\,\frac{H_0}{b},$$

отсюда

$$b = b_{сж} + 0,1\,n\,\xi\,H_0.$$

Для бычков плавного очертания принимаем $\xi=0,7$ (см. § 60). Тогда

$$b = 44,2 + 0,1\cdot 12\cdot 0,7\cdot 1,85 = 45,76 \text{ м}.$$

Ширина каждого пролета

$$b_1 = b/6 = 45,76/6 \approx 7,62 \text{ м}.$$

Общая ширина плотины с учетом толщины бычков

$$B = 45,76 + 5\cdot 1,5 = 53,26 \text{ м}.$$

Проверяем скорость подхода:

$$v_0 = \frac{Q}{B\,(p+H)} = \frac{241}{53,26\,(11+1,85)} \approx 0,35 \text{ м/с}.$$

Поскольку $v_0=0,35$ м/с$<0,75$ м/с, уточнять расчет с учетом скорости подхода не требуется.

Пример 8.10. Через разборчатую плотину пропускается паводковый расход Q с напором $H=0,3$ м Определить расход на 1 м ширины плотины, если высота водосливной стенки $p_1=0,6$ м, а ее толщина $c=1$ м Водослив не затоплен (рис. 8 8)

Решение. Соотношение между толщиной водосливной стенки и напором

$$c/H = 1/0,3 = 3,3.$$

Поскольку $c=3,3\ H>2\ H$, разборчатая плотина является водосливом с широким порогом [7, с. 70].

Расход через незатопленный водослив с широким порогом находим по формуле (8.11):

$$Q = m\,b\,\sqrt{2\,g\,H_0^{3/2}}.$$

Коэффициент расхода принимаем $m=0,32$ (см. § 59). В первом приближении примем $v_0<0,75$ м/с и $H_0\approx H$. Тогда

$$Q = 0,32\cdot 1\,\sqrt{2\cdot 9,81\cdot 0,3^{3/2}} = 0,2365 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Проверяем скорость подхода:

$$v_0 = \frac{Q}{1\,(p_1+H)} = \frac{0,2365}{1\,(0,6+0,3)} = 0,264 \text{ м/с} < 0,75 \text{ м/с}.$$

Таким образом, уточнять расчет с учетом скорости подхода не требуется.

Пример 8.11. Рассчитать трапецендальный водослив, ширина которого сужается кверху, для обеспечения в песколовке движения сточных вод с практически постоянной скоростью $v=0,3$ м/с Ширина песколовки $B=4$ м. Расход воды изменяется от $Q_{мин}=0,4$ м^3/с до $Q_{макс}=1,2$ м^3/с (рис. 8.9).

Решение. Для обеспечения в песколовке заданной скорости глубина воды в ней должна быть:

при минимальном расходе

$$h_{мин} = \frac{Q_{мин}}{B\,v} = \frac{0,4}{4\cdot 0,3} = 0,33 \text{ м};$$

при максимальном расходе

$$h_{макс} = \frac{Q_{макс}}{Bv} = \frac{1,2}{4 \cdot 0,3} = 1 \text{ м}.$$

Выведем формулу для определения расхода через трапецеидальный водослив, ширина которого сужается кверху (рис. 8.10). Разобьем сливную струю в плоскости стенки на элементарные полоски высотой dz и шириной b_z. Тогда расход через водослив

$$Q = \int_0^H \mu b_z \sqrt{2gz}\, dz.$$

Из рис. 8.10 видно, что

$$b_z = b - 2(H - z)\, \mathrm{tg}\, \alpha.$$

В этих формулах:
b — ширина ребра водослива понизу;
H — напор на пороге водослива;
z — глубина погружения полоски под уровень воды;
α — угол наклона боковых ребер водослива к вертикали;
μ — коэффициент расхода;
g — ускорение свободного падения.

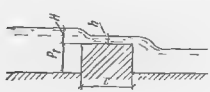


Рис 8 8

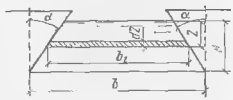


Рис. 8.10

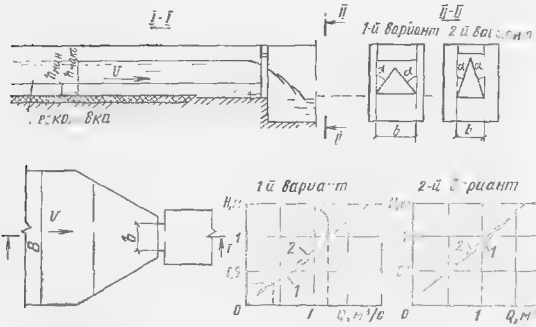


Рис. 8.9

С учетом предыдущего можно написать:

$$Q=\int_0^H \mu b\sqrt{2gz}\,dz-\int_0^H \mu\cdot 2\,\mathrm{tg}\,\alpha H\sqrt{2gz}\,dz+\int_0^H \mu\cdot 2\,\mathrm{tg}\,\alpha z\sqrt{2gz}\,dz=$$

$$=\frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,H^{3/2}-\frac{2}{3}\mu\cdot 2\,\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{2g}\,H^{3/2}+\frac{2}{5}\mu\cdot 2\,\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{2g}\,H^{5/2}=$$

$$=\frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,H^{3/2}-\frac{8}{15}\mu\,\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{2g}\,H^{5/2}=$$

$$=\frac{2}{3}\mu\left(b-\frac{4}{5}\,\mathrm{tg}\,\alpha H\right)\sqrt{2g}\,H^{3/2}.$$

Введем обозначение $m=2/3\,\mu$.

Тогда формула для определения расхода через трапецеидальный водослив приобретает вид

$$Q=m\,(b-0{,}8\,\mathrm{tg}\,\alpha H)\sqrt{2g}\,H^{3/2}.$$

Для водослива, горизонтальное ребро которого не выступает над дном канала, среднее значение коэффициента расхода $m=0{,}475$ [7, с. 75]. В последующих расчетах зависимостью коэффициента расхода m от напора пренебрегаем.

1. Рассчитаем водослив для условия, когда его порог расположен на одной отметке с дном песколовки. Формулы для минимального и максимального расхода можно записать в виде

$$Q_{мин}=m\,(b-0{,}8\,\mathrm{tg}\,\alpha\,h_{мин})\sqrt{2g}\,h_{мин}^{3/2};$$

$$Q_{макс}=m\,(b-0{,}8\,\mathrm{tg}\,\alpha\,h_{макс})\sqrt{2g}\,h_{макс}^{3/2}.$$

Из этой системы уравнений определяем неизвестные величины:

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{Q_{мин}\,h_{макс}^{3/2}/h_{мин}^{3/2}-Q_{макс}}{0{,}8m\sqrt{2g}\,h_{макс}^{3/2}\,(h_{макс}-h_{мин})};$$

$$b=\frac{Q_{мин}}{m\sqrt{2g}\,h_{мин}^{3/2}}+0{,}8\,\mathrm{tg}\,\alpha\,h_{мин}.$$

С учетом заданных и вычисленных величин

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{0{,}4\cdot 1^{3/2}/0{,}33^{3/2}-1{,}2}{0{,}8\cdot 0{,}475\sqrt{2\cdot 9{,}81}\cdot 1^{3/2}\,(1-0{,}33)}=0{,}78;$$

$$\alpha=38^\circ;$$

$$b=\frac{0{,}4}{0{,}475\sqrt{2\cdot 9{,}81}\cdot 0{,}33^{3/2}}+0{,}8\cdot 0{,}78\cdot 0{,}33=1{,}2\ \text{м}.$$

В соответствии с полученными данными на рис. 89 вычерчен водослив (*II—II*, 1-й вариант). В действительности получилось треугольное отверстие. Над отверстием выше высокого уровня воды сделан еще один прямоугольный водослив для сброса части воды.

На том же рисунке построены графики (1-й вариант) зависимости Q от h для песколовки *2* (по формуле $Q=Bhv$) и для водослива *1* [по формуле $Q=m(b-0{,}8\,\mathrm{tg}\alpha H)\sqrt{2g}H^{3/2}$]. При расчетных расходах скорость в песколовке будет больше 0,3 м/с, так как кривая *1* расположена ниже прямой *2*. Увеличение скорости составит около 10%.

2. Рассчитаем водослив для условия, когда его порог расположен ниже дна песколовки на $h_п = 0{,}1$ м и совпадает с дном отводящего лотка.

В этом случае:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{Q_{мин}\,(h_{макс}+0{,}1)^{3/2}/(h_{мин}+0{,}1)^{3/2} - Q_{макс}}{0{,}8\,m\,\sqrt{2g}\,(h_{макс}+0{,}1)^{3/2}\,[(h_{макс}+0{,}1)-(h_{мин}+0{,}1)]} =$$

$$= \frac{0{,}4\,(1+0{,}1)^{3/2}/(0{,}33+0{,}1)^{3/2} - 1{,}2}{0{,}8\cdot 0{,}475\,\sqrt{2\cdot 9{,}81}\,(1+0{,}1)^{3/2}\,[(1+0{,}1)-(0{,}33+0{,}1)]} = 0{,}34;$$

$$\alpha = 18^\circ 52';$$

$$b = \frac{Q_{мин}}{m\,\sqrt{2g}\,(h_{мин}+0{,}1)^{3/2}} + 0{,}8\,\operatorname{tg}\alpha\,(h_{мин}+0{,}1) =$$

$$= \frac{0{,}4}{0{,}475\,\sqrt{2\cdot 9{,}81}\,(0{,}33+0{,}1)^{3/2}} + 0{,}8\cdot 0{,}34\,(0{,}33+0{,}1) = 0{,}8 \text{ м}.$$

По этим данным на рис. 8.9 также вычерчен водослив (*II—II*, 2-й вариант) и построены графики (2-й вариант) зависимости Q от h для песколовки *2* и для водослива *I*. Зависимости $Q=f(H)$ для песколовки и водослива практически совпадают. Таким образом, рассчитанный водослив будет поддерживать в песколовке такие глубины воды, при которых скорость будет $v=0{,}3$ м/с.

Глава 9

ФИЛЬТРАЦИЯ

§ 63. Основные определения

Фильтрацией называется движение жидкости или газа через пористую среду (слой кусковых или зернистых материалов).

Фильтрационным расходом Q называется объем жидкости, протекающей через рассматриваемое поперечное сечение пористой среды ω за единицу времени.

Скорость фильтрации W — отношение фильтрационного расхода к площади поперечного сечения пористой среды (всего фильтрующего слоя):

$$W = Q/\omega. \tag{9.1}$$

Пористостью (коэффициентом пористости материала) p называется отношение объема пор ко всему объему, занимаемому средой:

$$p = \frac{V_1 - V_2}{V_1}, \tag{9.2}$$

где V_1 — полный объем зернистого материала;

V_2 — суммарный объем твердых частиц

В табл. 9.1 приведены значения коэффициента пористости p для некоторых грунтов и строительных материалов

Таблица 9.1

Материал	Значения p	Материал	Значения p
Известняк	0,1—0,17	Силикатный кирпич	0,28
Мелкий песок ($^1/_8$—$^1/_4$ мм)	0,42	Красный »	0,3
Крупный песок (2 мм)	0,36	Трепельный »	0,67
Гравий (5 мм)	0,37	Пенобетон	0,72
Глинистый грунт	0,46—0,55	Акустическая керамика	0,78
Торфяной »	0,81		

Скорость фильтрации W связана с истинной скоростью движения жидких частиц в порах фильтрующей среды u соотношением

$$W = u\,p; \tag{9.3}$$

так как $p < 1$, то скорость фильтрации всегда меньше истинной скорости течения.

§ 64. Закон Дарси

Установленный опытным путем основной закон ламинарной фильтрации (закон Дарси) выражается формулой

$$W = K \frac{\Delta H}{\Delta l} K I, \tag{9.4}$$

где I — гидравлический уклон, соответствующий потере напора ΔH при движении жидкости через грунт на длине Δl;

K — коэффициент фильтрации.

Таким образом, скорость фильтрации прямо пропорциональна гидравлическому уклону. Расход жидкости при фильтрации

$$Q = \omega K I = \omega K H/l. \tag{9.5}$$

§ 65. Коэффициент фильтрации

Входящий в формулу (9.4) коэффициент фильтрации суммарно учитывает все особенности фильтрационного движения, т. е. как фильтрационную способность пористого материала, так и свойства протекающей в нем жидкости. Он имеет размерность скорости и представляет собой скорость фильтрации при уклоне, равном единице.

Для определения коэффициента фильтрации предложены эмпирические формулы. Для песчаных грунтов применяют формулу Хазена:

$$K = c\, d_e^2\, g/\nu, \tag{9.6}$$

где c — безразмерный коэффициент, зависящий от пористости грунта (табл. 9.2);

d_e — эффективный диаметр частиц пористой среды;

ν — кинематическая вязкость жидкости.

Таблица 9.2

Грунт	Значение c
Очень плотные пески	$8{,}5 \cdot 10^{-4}$
Пески средней пористости	$16 \cdot 10^{-4}$
» из округленных частиц	$21 \cdot 10^{-4}$

В табл. 9.3 приведены значения коэффициента фильтрации воды K для некоторых грунтов.

Коэффициент фильтрации иногда записывают в виде

$$K = \frac{\rho g}{\mu} k_{пр} = \frac{g}{\nu} k_{пр}, \tag{9.7}$$

где $k_{пр}$ — коэффициент проницаемости, характеризующий фильтрационные свойства среды, независимо от рода жидкости, м².

Таблица 93

Грунт	K, см/с
Глина	0,000001
Суглинок	0,0001
Супесь плотная	0,0001—0,0005
Песок глинистый	0,001—0,002
Мелкозернистые пески и супесь рыхлая	0,001—0,005
Песок крупнозернистый	0,01—0,05
Галечник с песком	0,02—0,5
Мелкий гравий с примесью мелкого песка	0,5—1
Гравий	3—3,5

§ 66. Ламинарная и турбулентная фильтрация

С увеличением крупности фракций грунта и повышением скорости наступает переход от ламинарной фильтрации к турбулентной. Начало этого перехода определяется критическим значением числа Рейнольдса, характеризующего фильтрационное движение. По данным Н. Н. Павловского,

$$\mathrm{Re}_{\text{ф.кр}} = 7 \div 9, \tag{9.8}$$

где

$$\mathrm{Re}_{\text{ф}} = \frac{W d_e}{\nu} \cdot \frac{1}{0{,}75\,p + 0{,}23}. \tag{9.9}$$

При $10 < \mathrm{Re}_{\text{ф}} < 10\,000$ скорость фильтрации описывается эмпирической зависимостью

$$W = K I^m, \tag{9.10}$$

где $m < 1$.

При $\mathrm{Re}_{\text{ф}} > 10\,000$ наступает чисто турбулентная фильтрация (квадратичный закон сопротивления); при этом $m = 0{,}5$ и скорость фильтрации

$$W = K_{\text{т}} \sqrt{I}; \tag{9.11}$$

здесь $K_{\text{т}}$ — коэффициент турбулентной фильтрации, который можно найти по формуле С. В. Избаша:

$$K_{\text{т}} = c_{\text{ф}}\, p \sqrt{d}. \tag{9.12}$$

Для крупнозернистых грунтов (при $K_{\text{т}}$, см/с)

$$c_{\text{ф}} = 20 - 14/d, \tag{9.13}$$

где d — диаметр частиц, см.

§ 67. Приток грунтовой воды к сооружениям

Грунтовой колодец. Расход воды (дебит) колодца, заложенного в водоносном пласте с горизонтальным непроницаемым под-

стилающим слоем, находят по формуле

$$Q = 1{,}36\,K\,(H^2 - h^2)/\lg\frac{R}{r_0}, \qquad (9.14)$$

где H — уровень стояния воды в колодце до начала откачки (статический уровень);

h — уровень, устанавливающийся в колодце в процессе откачки (динамический уровень);

R — радиус влияния колодца:

$$R = 3000\,(H - h)\sqrt{K}. \qquad (9.15)$$

Радиус влияния колодца при предварительных расчетах можно принимать равным от 250 до 500 м для песчаных грунтов и от 700 до 1000 м для крупнозернистых грунтов.

Артезианский колодец. Если водоносный пласт располагается между двумя водонепроницаемыми слоями и находится под избыточным давлением, то расход колодца, заложенного в таком пласте, определяется по формуле

$$Q = 2{,}73\,K\,A\,(H - h)/\lg\frac{R}{r_0}, \qquad (9.16)$$

где A — толщина водоносного пласта.

Водосборная галерея (дренажный канал). Если водосборная галерея расположена на водонепроницаемом слое, то расход ее определяется по формуле

$$Q = K\,l\,\frac{H^2 - h^2}{L - b} \approx K\,l\,\frac{H^2 - h^2}{L}, \qquad (9.17)$$

где l — длина галереи;

$2b$ — ширина галереи;

L — ширина зоны понижения уровня грунтовых вод с каждой стороны галереи, определяемая по эмпирическим данным в зависимости от свойств грунта; в первом приближении можно принимать: $L = (H - h)/I_{ср}$, где $I_{ср}$ — средний уклон кривой депрессии (табл. 9.4).

Таблица 9.4

Грунт	Значение $I_{ср}$
Галька, крупный песок	0,003—0,005
Песок	0,005—0,015
Песчано-глинистые грунты	0,05—0,1
Глинистые грунты	0,1
Плотные глины	0,15

§ 68. Примеры

Пример 9.1. Определить скорость движения грунтовых вод W в плотном песчаном грунте, если уклон подстилающего водонепроницаемого слоя $I = 0{,}02$, средний диаметр частиц грунта $d_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м, температура воды 10°С.

Решение. Предполагаем, что в рассматриваемом случае наблюдается ламинарная фильтрация. Скорость ее определяется по закону Дарси (9.4):

$$W = K I.$$

Коэффициент фильтрации можно найти по формуле (9.6):

$$K = c\, d_e^2\, g/\nu.$$

Коэффициент c для плотного песка равен $8{,}5 \cdot 10^{-4}$ (см. табл. 9.2); кинематическая вязкость воды $\nu = 1{,}29 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 5).

Подставляя численные значения, получим:

$$K = \frac{8{,}5 \cdot 10^{-4}\,(1{,}5 \cdot 10^{-3})^2\, 9{,}8}{1{,}29 \cdot 10^{-6}} = 0{,}0136 \text{ м/с}.$$

Скорость фильтрации

$$W = 1{,}36 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 2{,}72 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса вычисляем по формуле (9.9) при пористости $p = 0{,}4$ (см. табл. 9.1):

$$\mathrm{Re}_ф = \frac{W d_e}{\nu} = \frac{1}{0{,}75\,p + 0{,}23} = \frac{2{,}72 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}}{1{,}31 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{1}{0{,}75 \cdot 0{,}4 + 0{,}23} = 0{,}6.$$

$\mathrm{Re}_ф < \mathrm{Re}_{ф\,кр} = 7$ [см. формулу (9.8)], т. е. действительно фильтрация происходит в ламинарном режиме.

Пример 9.2. Основание водоносного пласта в створах, расстояние между которыми $l = 1000$ м, расположено на отметках $z_1 = z_2 = 10{,}3$ м. Уровни грунтовых вод в этих створах находятся на отметках $z_1' = 19{,}2$ м и $z_2' = 15{,}6$ м. Определить расход воды в песчаном крупнозернистом пласте единичной ширины.

Решение. При нулевом уклоне основания водоносного пласта единичный расход воды определяем по формуле

$$q = \frac{K}{2l}\,(h_1^2 - h_2^2).$$

Коэффициент фильтрации по табл. 9.3 равен $4 \cdot 10^{-4}$ м/с (табл. 9.2). При

$$h_1 = z_1' - z_1 = 19{,}2 - 10{,}3 = 8{,}9 \text{ м}$$

и

$$h_2 = z_2' - z_2 = 15{,}6 - 10{,}3 = 5{,}3 \text{ м},$$

Удельный фильтрационный расход на 1 м ширины

$$q = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^3}\,(79 - 28) = 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пример 9.3. Вертикальный цилиндрический сосуд диаметром $D = 1{,}5$ м наполнен фильтрующим материалом с диаметром частиц $d_э = 10^{-3}$ м. Толщина фильтрующего слоя $\delta = 1$ м; пористость $p = 0{,}4$, высота столба жидкости над слоем фильтрующего материала $H = 2$ м. Определить пропускную способность фильтра при фильтровании воды и минерального масла. Температура воды и масла 20°С. Плотность масла $\rho = 0{,}8 \cdot 10^4$ кг/м³.

Решение. Фильтрационный расход определяем по формуле (9.5):

$$Q = \omega K I,$$

где ω — площадь поперечного сечения всего фильтрующего слоя;

$$\omega = \pi D^2/4 = 0{,}785 \cdot 1{,}5^2 = 1{,}76 \text{ м}^2.$$

Гидравлический уклон

$$I = (H + \delta)/\delta = (2 + 1)/1 = 3.$$

Коэффициент фильтрации определяем по формуле (9.6):

$$K = c\, d_e^2\, g/\nu.$$

Для песков средней пористости по табл 9.2 $c = 16 \cdot 10^{-4}$. Кинематическая вязкость воды $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Коэффициент фильтрации воды

$$K_в = \frac{16 \cdot 10^{-4}\,(10^{-3})^2}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 1{,}55 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Расход воды

$$Q_в = 1{,}76 \cdot 1{,}55 \cdot 10^{-2} \cdot 3 = 0{,}082 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Коэффициент фильтрации масла при кинематической вязкости $\nu = 5 \times 10^{-5}$ м²/с (см. приложение 2)

$$K_м = \frac{16 \cdot 10^{-4}\,(10^{-3})^2\, 9{,}8}{5 \cdot 10^{-5}} = 3{,}1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Расход масла

$$Q_м = 1{,}76 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot 3 = 1{,}65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Расход масла при фильтровании в 50 раз меньше расхода воды вследствие значительно большей вязкости.

Пример 9.4. Для удаления вредных примесей воздух пропускают через трехслойный фильтр диаметром $d = 0{,}1$ м. Определить пропускную способность фильтра и перепад давлений в каждом его слое, если коэффициенты фильтрации слоев: $K_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ м/с, $K_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м/с, $K_3 = 6 \cdot 10^{-4}$ м/с. Толщина слоев: $\delta_1 = 0{,}35$ м, $\delta_2 = 0{,}1$ м, $\delta_3 = 0{,}05$ м. Суммарный перепад давлений $\Delta p = 2 \cdot 10^3$ Па Температура воздуха 20°С.

Решение. Пропускная способность фильтра

$$Q = v\,\omega = v\,\pi\, d^2/4 = 0{,}00785\, v$$

будет одинаковой для каждого слоя по условию неразрывности потока, т. е.

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q.$$

Обозначив перепады давления на каждом слое Δp_1, Δp_2, Δp_3 и предполагая справедливым линейный закон фильтрации, найдем, что

$$Q_1 = 0{,}00785\, K_1 \frac{\Delta p_1}{\rho\, g\, \delta_1}; \quad Q_2 = 0{,}00785\, K_2 \frac{\Delta p_2}{\rho\, g\, \delta_2};$$

$$Q_3 = 0{,}00785\, K_3 \frac{\Delta p_3}{\rho\, g\, \delta_3}.$$

Из этих выражений найдем соотношения перепадов давлений в виде

$$\Delta p_2 = \frac{K_1}{K_2} \frac{\delta_2}{\delta_1} \Delta p_1; \quad \Delta p_2 = \frac{K_1}{K_3} \frac{\delta_3}{\delta_1} \Delta p_1.$$

Учитывая, что

$$\Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 = \Delta p,$$

определяем:

$$\Delta p_1 + \frac{1,5\cdot 10^{-2}}{3\cdot 10^{-3}} \cdot \frac{0,1}{0,35} \Delta p_1 + \frac{1,5\cdot 10^{-2}}{6\cdot 10^{-4}} \cdot \frac{0,05}{0,35} \Delta p_1 = 2\cdot 10^3,$$

отсюда

$$\Delta p_1 = 337 \text{ Па}; \quad \Delta p_2 = 480 \text{ Па}; \quad \Delta p_3 = 1183 \text{ Па}.$$

Пропускная способность фильтра при плотности воздуха $\rho = 1,2$ кг/м³

$$Q = Q_1 = 0,00785\cdot 1,5\cdot 10^{-2} \frac{337}{1,2\cdot 9,8\cdot 0,35} = 0,0094 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пример 9.5. Артезианский колодец радиусом $r_0 = 0,4$ м заложен в водопроницаемый пласт галечникового грунта толщиной $A = 5$ м, содержащий грунтовые воды под давлением $p_в = 1,5\cdot 10^5$ Па. Радиус влияния колодца $R = 100$ м. Определить дебит колодца Q и время τ продвижения воды с расстояния R до стенки колодца, если уровень воды в колодце $h_0 = 9$ м. Температура воды 20°С.

Решение. Дебит артезианского колодца находим по формуле (9.16):

$$Q = 2,73 K A \left(\frac{p_в}{\rho g} - h_0\right) / \lg \frac{R}{r_0}.$$

При плотности воды $\rho = 998,2$ кг/м³ (см. приложение 1), пористости $p = 0,4$ (см. табл. 9.1) и коэффициенте фильтрации $K = 10^{-3}$ м/с (см. табл. 9.3) получим:

$$Q = 2,73\cdot 10^{-3}\cdot 5 \left(\frac{1,5\cdot 10^5}{998,2\cdot 9,8} - 9\right) / \lg \frac{100}{0,4} = 3,4\cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Скорость притока воды к скважине

$$W = Q/\omega,$$

где ω — площадь живого сечения.

Площадь живого сечения определяем по формуле

$$\omega = p A \cdot 2\pi r.$$

Приток воды на некотором радиусе r (после перехода к натуральным логарифмам)

$$Q = 2\pi A K \left(\frac{p_в}{\rho g} - h_0\right) / \ln \frac{R}{r}.$$

Следовательно, скорость течения воды на этом радиусе

$$W = \frac{2\pi A K \left(\frac{p_в}{\rho g} - h_0\right)}{2\pi A r p \ln \frac{R}{r}} = \frac{K \left(\frac{p_в}{\rho g} - h_0\right)}{p r \ln \frac{R}{r}}$$

С другой стороны, скорость продвижения воды к колодцу

$$W = -\frac{dr}{d\tau}.$$

Приравнивая оба соотношения, получаем:

$$\frac{K \left(\frac{p_в}{\rho g} - h_0\right)}{p r \ln \frac{R}{r}} = -\frac{dr}{d\tau}.$$

откуда находим:

$$\tau = -\frac{p}{K}\int_{r_0}^{R}\frac{r\ln\frac{R}{r}}{\frac{p_в}{\rho g}-h_0}\,dr.$$

Из основной формулы дебита колодца получаем:

$$\frac{p_в}{\rho g}-h_0 = Q\,\frac{\ln\frac{R}{r}}{2AK\pi}.$$

Тогда

$$\tau = \frac{2\pi pA}{Q}\int_{r_0}^{R} r\,dr = \frac{\pi pA}{Q}\,(R^2-r_0^2) =$$

$$= \frac{3{,}14\cdot 0{,}4\cdot 5}{3{,}4\cdot 10^{-2}}\,(100^2-0{,}4^2) = 1{,}85\cdot 10^6\ \text{с} = 500\ \text{ч}.$$

Таким образом, вода, находящаяся от колодца всего на расстоянии 100 м, достигнет скважины через 500 ч.

Пример 9.6. Определить приток воды к буровой скважине радиусом $r_0 = 0{,}1$ м, заложенной в водоносный пласт, образованный крупнозернистым песком. Водоносный пласт пройден скважиной на всю толщу $H = 20$ м и подстилается водоупроницаемыми породами. Глубина воды в скважине $h = 15$ м.

Решение. По табл. 9.3 для крупнозернистого песка находим $K = 5\cdot 10^{-4}$ м/с. Радиус действия скважины определяем по формуле (9.15):

$$R = 3\cdot 10^3\,(H-h)\sqrt{K} = 3\cdot 10^3\,(20-15)\sqrt{5\cdot 10^{-4}} =$$

$$= 3\cdot 10^3\cdot 5\cdot 2{,}24\cdot 10^{-2} = 335\ \text{м}.$$

Приток воды к скважине радиусом r_0 [см. формулу (9.14)]

$$Q = 1{,}36K\,(H^2-h^2)/\lg\frac{R}{r_0} = 1{,}36\cdot 5\cdot 10^{-4}\,(20^2-15^2)/\lg\frac{335}{0{,}11} =$$

$$= 3{,}36\cdot 10^{-2}\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Пример 9.7. В скважину, проложенную в плотном песчаном грунте с диаметром частиц $d_e = 5\cdot 10^{-4}$, закачивают воду при температуре 20°С. Определить поглощающую способность скважины (дебит), если ее диаметр $d_0 = 0{,}4$ м и уровень воды в скважине $H = 10$ м. Скважина проложена до непроницаемых пород, уровень воды в пласте $h = 2$ м.

Решение. Коэффициент фильтрации находим по формуле (9.6):

$$K = c\,d_e^2\,g/\nu.$$

Коэффициент c для плотного песчаного грунта по табл. 9.2 равен $8{,}5\cdot 10^{-4}$. Кинематическая вязкость $\nu = 1{,}01\cdot 10^{-6}$ м²/с (см. табл. 5).

Подставляя численные значения, получим:

$$K = \frac{8{,}5\cdot 10^{-4}\,(5\cdot 10^{-4})^2\,9{,}8}{1{,}01\cdot 10^{-6}} = 2\cdot 10^{-3}.$$

Радиус влияния скважины определяем по формуле (9.15):

$$R = 3\cdot 10^3\,(H-h)\sqrt{K} = 3\cdot 10^3\,(10-2)\sqrt{2\cdot 10^{-3}} = 1080\ \text{м}.$$

Поглощающую способность скважины находим по формуле (9.14):

$$Q = 1{,}36\,K\,(H^2 - h^2)/\lg\frac{R}{r_0} = 1{,}36\cdot 2\cdot 10^{-3}\,(10^2 - 2^2)/\lg\frac{1080}{0{,}2} =$$

$$= 7\cdot 10^{-2}\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Пример 9.8. Для осушения строительной площадки проложена дренажная траншея длиной $l=200$ м и глубиной $H=2$ м. Грунт — крупный песок. Определить расход воды Q, притекающей к траншее.

Решение. Расход воды, притекающей к траншее с двух сторон, определяем по формуле (9.17). В первом приближении глубину воды в траншее h принимаем равной нулю. Тогда

$$Q = K\,l\,H^2/L.$$

Ширину зоны понижения уровня грунтовых вод находим по зависимости

$$L = H/I_{\text{ср}}.$$

Для крупнозернистого песка $K=0{,}05$ см/с$=0{,}0005$ м/с (см. табл. 9.3) и $I_{\text{ср}}=0{,}005$ (см. табл. 9.4). Тогда

$$L = 2/0{,}005 = 400\ \text{м}.$$

Подставляя числовые данные, находим:

$$Q = \frac{5\cdot 10^{-4}\cdot 200\cdot 2^2}{400} = 1\cdot 10^{-3}\ \text{м}^3/\text{с}.$$

При небольшом расходе воды в траншее глубина воды мала и может не учитываться.

Глава 10

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА И ТВЕРДОГО ТЕЛА

§ 69. Давление потока на преграду

Если струя жидкости, вытекающая из отверстия или из насадки, встречает на своем пути твердую преграду (стенку), то она производит на нее давление (сила удара струи), определяемое по формуле

$$R = \rho Q v (1 - \cos \varphi) = \rho \omega v^2 (1 - \cos \varphi), \qquad (10.1)$$

где Q — расход жидкости в струе;

v — скорость потока относительно преграды;

φ — угол отклонения струи от первоначального направления;

ω — площадь живого сечения струи.

При $\varphi = 90°$

$$R = \rho Q v = \rho Q (u_1 - u), \qquad (10.2)$$

где u_1 и u — абсолютные скорости жидкости и преграды

При $\varphi = 180°$

$$R = 2 \rho Q (u_1 - u). \qquad (10.3)$$

Мощность струи при $\varphi = 90°$

$$N = \rho Q (u_1 - u) u. \qquad (10.4)$$

§ 70. Сопротивление тел в жидкости

Если поток полностью обтекает тело или тело движется в жидкости, причем размеры тела невелики по сравнению с живым сечением потока, то сопротивление, испытываемое телом, находят из формулы

$$R = C \omega \rho v^2/2, \qquad (10.5)$$

где C — коэффициент сопротивления тела, учитывающий все особенности движения;

ω — характерная площадь тела;

ρ — плотность жидкости;

v — относительная скорость движения тела и жидкости.

Полное сопротивление, оказываемое жидкостью движущемуся в ней телу, условно можно разбить на две части: сопротивление трения и сопротивление давления.

Под сопротивлением трения понимают проекцию на направление скорости движения касательных сил, действующих на поверхность движущегося тела. Для определения сопротивления трения формула (10.5) записывается в виде

$$R_{тр} = C_f \omega \rho v^2/2, \qquad (10.6)$$

где C_f — коэффициент сопротивления трения;

ω — величина обтекаемой поверхности.

При обтекании пластинки, установленной вдоль течения, величину C_f можно найти по формуле А. Д. Альтшуля (для турбулентного пограничного слоя):

$$C_f = 0{,}03\,(k_э/L + 83/\mathrm{Re}_L)^{0.2}, \qquad (10.7)$$

где $k_э$ — абсолютная эквивалентная шероховатость обтекаемой поверхности;

Re_L — число Рейнольдса для пластинки:

$$\mathrm{Re}_L = vL/\nu \qquad (10.8)$$

(L — длина пластинки).

Кривые зависимости коэффициента C_f от числа Рейнольдса Re_L приведены на рис. 10.1.

При малых значениях шероховатости и чисел Рейнольдса формула (10.7) приводится к виду:

$$C_f = 0{,}072/\mathrm{Re}^{0.2}. \qquad (10.9)$$

Это—формула Кармана для обтекания так называемых гладких пластинок.

При больших значениях чисел Рейнольдса и значительной шероховатости формула (10.7) принимает вид:

$$C_f = 0{,}03\,(k_э/L)^{0.2}. \qquad (10.10)$$

Это случай для обтекания так называемых вполне шероховатых пластинок.

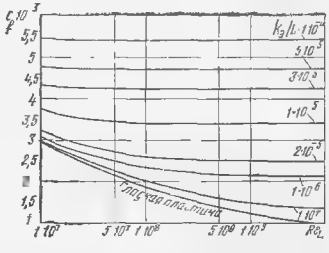


Рис 10 1 Зависимость коэффициента сопротивления трения пластинки от числа Рейнольдса (А. Д Альтшуль)

Для определения сопротивления давления формула (10 5) записывается в виде

$$R_д = C_д\,\omega\,\rho\,v^2/2, \qquad (10.11)$$

где ω — площадь миделевого сечения тела (проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению движения);

$C_д$ — коэффициент сопротивления давления, который зависит от формы тела, его ориентации по отношению к потоку и от числа Рейнольдса.

На рис. 10 2 приведена зависимость коэффициента сопротивления шара и диска от чисел Рейнольдса, а на рис. 10.3 — зависимость коэффициента сопротивления цилиндров от числа Рейнольдса

В табл. 10.1 даны значения коэффициента сопротивления $C_д$ для некоторых тел в области квадратичного закона сопротивления.

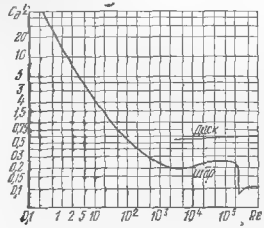


Рис. 10.2. Зависимость коэффициента сопротивления давления шара и диска от числа Рейнольдса

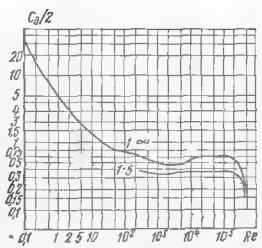


Рис. 10.3. Зависимость коэффициента давления цилиндров от числа Рейнольдса

Таблица 10.1

Форма тела	Значения $C_д$
Плоская квадратная пластинка, поставленная перпендикулярно направлению потока	1,28
Круглый плоский диск, поставленный перпендикулярно направлению потока	1,1
Шар	0,45
Эллипсоид с большой осью, направленной перпендикулярно потоку, и с отношением осей, равным 1,35	0,6
Эллипсоид с большой осью, направленной по потоку, и с отношением осей 1,8	0,075
Веретенообразное тело с передним тупым и задним заостренным концом (тело наименьшего сопротивления) при отношении длины к диаметру, равном 4, и осью, направленной по потоку	0,026
Цилиндрическое тело, имеющее в сечении форму тела наилучшего обтекания, с осью, направленной перпендикулярно потоку	0,090
Цилиндрическое тело, имеющее в сечении круг, с осью, направленной перпендикулярно потоку	1,20
Цилиндрическое тело, имеющее в сечении прямоугольник, с осью, направленной перпендикулярно потоку, и гранью, перпендикулярной потоку	2,0
То же, но с гранями, направленными под углом 45° к потоку	1,50

§ 71. Обтекание шара. Гидравлическая крупность

Зависимость коэффициента сопротивления шара от числа Рейнольдса имеет сложный вид (см. рис. 10.2). В первом приближении она может быть описана формулой [1]

$$C_д = 24/\mathrm{Re} + 0{,}67\sqrt{C_д}$$

или

$$C_д = 0{,}112\left(1+\sqrt{1+\frac{214}{\mathrm{Re}}}\right)^2, \qquad (10.12)$$

которая действительна при $\mathrm{Re} < 10^5$. В этой формуле $\mathrm{Re} = vd/\nu$ (d — диаметр шара). При очень малых числах Рейнольдса из уравнения (10.12) следует:

$$C_д = 24/\mathrm{Re}. \qquad (10.13)$$

Подставляя это выражение в формулу (10.11), получим формулу Стокса:

$$R_д = 3\pi\mu v d. \qquad (10.14)$$

При очень больших числах Рейнольдса

$$C_д \approx 0{,}45. \qquad (10.15)$$

Скорость равномерного падения шара в покоящейся жидкости w (так называемая гидравлическая крупность), или скорость восходящего потока, при которой частица шарообразной формы находится в равновесии (скорость витания), может быть найдена из формулы

$$w = \sqrt{\frac{4}{3}g}\sqrt{\frac{d(\rho_{тв}-\rho_ж)}{C\rho_ж}}, \qquad (10.16)$$

где $\rho_{тв}$ — плотность твердого тела;

$\rho_ж$ — плотность жидкости;

$C_д$ — коэффициент сопротивления шара.

С учетом выражения (10.12) формула (10.16) принимает вид:

$$w = 52\,\frac{a^2 d^2}{\nu + a d^{3/2}}, \qquad (10.17)$$

где $a = \sqrt{(\rho_{тв}-\rho_ж)/\rho_ж}$; w — в см/с; d — в см; ν — см²/с.

Определение гидравлической крупности (скорости витания) весьма важно для расчетов гидро- и пневмотранспортирования, движения наносов и др.

Таблица 10.2

$d_{ср}$, мм	w, см/с	$d_{ср}$, мм	w, см	$d_{ср}$, мм	w, см/с
0,01	0,007	0,5	5,4	2	15,29
0,03	0,062	0,55	5,94	2,25	16,62
0,05	0,178	0,6	6,48	2,5	17,65
0,08	0,443	0,65	7,02	2,75	18,5
0,1	0,692	0,7	7,32	3	19,25
0,13	1,16	0,75	7,7	3,25	20,1
0,15	1,557	0,8	8,07	3,5	20,85
0,18	1,74	0,85	8,4	3,75	21,55
0,2	2,16	0,9	8,75	4	22,25
0,25	2,7	0,95	9,06	4,25	22,95
0,3	3,24	1	9,44	4,5	23,65
0,35	3,78	1,25	11,5	4,75	24,3
0,4	4,32	1,5	12,56	5	24,9
0,45	4,86	1,75	13,92		

Значения гидравлической крупности w для частиц разного диаметра при их падении в неподвижной воде даны в табл 10.2 (при температуре воды 20°С).

§ 72. Примеры

Пример 10.1. Плоская пластинка с размерами $L=1$ м и $l=3$ м (размер, перпендикулярный чертежу) и абсолютной эквивалентностью $k_э=0{,}1$ мм обдувается в ребро потоком воздуха со скоростью $v=50$ м/с. Температура воздуха 15°С. Определить силу трения воздуха о пластинку.

Решение. Коэффициент сопротивления трения для турбулентного пограничного слоя определяем по формуле (10.7):

$$C_f = 0{,}03\ (k_э/L + 83/\mathrm{Re}_L)^{0,2}.$$

Кинематический коэффициент вязкости воздуха $\nu=1{,}46\cdot10^{-5}$ м²/с (см. приложение 5).

Число Рейнольдса в рассматриваемом случае

$$\mathrm{Re}_L = \frac{vL}{\nu} = \frac{50\cdot1}{1{,}45\cdot10^{-5}} = 3{,}45\cdot10^6.$$

Коэффициент сопротивления трения

$$C_f = 0{,}03\left(\frac{0{,}1}{1000} + \frac{83}{3{,}45\cdot10^6}\right)^{0,2} = 0{,}0055.$$

Сила трения воздуха по двум сторонам пластинки при $\rho=1{,}2$ кг/м³ (см. приложение 5)

$$R_{тр} = C_f\ \frac{\rho v^2}{2}\ 2lL = 0{,}0055\ \frac{1{,}2\cdot50^2}{2}\ 2\cdot3\cdot1 \approx 49\ \text{Н}.$$

Пример 10.2. Вычислить силу давления ветра, которую испытывает 1 м² лобовой площади дымовой трубы ($\omega=1$ м²). Коэффициент сопротивления такой трубы $C_д=0{,}67$ определен путем испытания модели. Наибольшая скорость ветра $v=50$ м/с. Температура воздуха 15°С.

Решение. Плотность воздуха $\rho=1{,}21$ кг/м³. Давление ветра находим по формуле

$$R_д = C_д\ \omega\rho\ v^2/2 = 0{,}67\cdot1\cdot1{,}21\cdot50^2/2 \approx 1\cdot10^3\ \text{Н}.$$

Пример 10.3. Осевая сила, с которой поток действует на круглую прямую трубу диаметром $d=0{,}3$ м, по динамометру $R=7\cdot10^2$ Н (рис. 10.4). Определить давление p_1 на входе в трубу, если вода вытекает из трубы в атмосферу.

Рис. 10.4

Рис. 10.5

Решение. Составим уравнение количества движения в проекции на направление движения для сечений *1—1* и *2—2*:

$$\rho Q v_1 - \rho Q v_2 = p_1\omega - R.$$

Поскольку сечение трубопровода по длине не изменяется, то

$$v_1 = v_2;\quad p_1\omega - R,$$

откуда

$$p_1 = \frac{R}{\omega} = \frac{7 \cdot 10^2 \cdot 4}{3,14 \cdot 0,3^2} = 0,1 \cdot 10^5 \text{ Па} = 10 \text{ кПа}.$$

Пример 10.4. Определить избыточное давление на входе в диффузор с условием, чтобы сила, действующая на диффузор в направлении течения, равнялась нулю, если $Q = 0,01$ м³/с; $d_1 = 0,03$ м; $d_2 = 0,1$ м; $\alpha = 60°$ (рис. 10.5).

Решение. Запишем уравнение количества движения в проекции на направление движения в виде

$$\rho Q v_1 - \rho Q v_2 = p_1 \omega_1 - p_2 \omega_2 + R.$$

По условию задачи $R = 0$. Выразим давление на выходе из диффузора через искомое давление p_1, используя уравнение Бернулли:

$$p_2 = p_1 + \rho v_1^2/2 - \rho v_2^2/2 - \Delta p_{пот}.$$

Найдем скорости на подходе к диффузору и на выходе из него:

$$v_1 = Q/\omega_1 = 1,27 \cdot 0,01/0,03^2 = 14,1 \text{ м/с};$$

$$v_2 = Q/\omega_2 = 1,27 \cdot 0,01/0,1^2 = 1,27 \text{ м/с}.$$

Потери давления в диффузоре

$$\Delta p_{пот} = \zeta \rho v_2^2/2,$$

где

$$\zeta = K_{п.р} (\omega_2/\omega_1 - 1)^2 = K_{п.р} (d_2^2/d_1^2 - 1).$$

По табл. 4.3 при $\alpha = 60°$ $K_{п.р} = 0,95$. Тогда

$$\zeta = 0,95 (0,1^2/0,03^2 - 1)^2 = 95.$$

При плотности воды $\rho = 998,2$ кг/м³ (см. приложение 1), подставляя числовые значения, получим:

$$\Delta p_{пот} = 95 \cdot 998,2 \cdot 1,27^2/2 = 0,765 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Тогда

$$p_2 = p_1 + \frac{998,2}{2} (14,1^2 - 1,27^2) - 0,765 \cdot 10^2 = p_1 + 0,22 \cdot 10^5.$$

Подставляем полученные величины в уравнение количества движения:

$$p_1 \frac{3,14 \cdot 0,03^2}{4} - \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} (p_1 + 0,22 \cdot 10^5) = 998,2 \cdot 0,01 (14,1 - 1,27)$$

и находим: $p_1 = -0,44 \cdot 10^5$ Па $= -44$ кПа.

Таким образом, для того чтобы на диффузор не действовали осевые усилия, давление на входе в него должно быть отрицательным.

Пример 10.5. Определить расход воздуха, поступающего в каждое отверстие квадратного сечения в промышленном здании (рис. 10.6). Вентиляция осуществляется за счет динамического воздействия ветра (ветрового давления). Скорость ветра $v = 5$ м/с; температура воздуха 20°С; площади отверстий $\omega_1 = 15$ м², $\omega_2 = 30$ м², $\omega_3 = 10$ м².

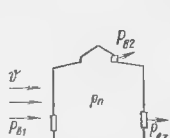


Рис. 10.6

Решение. Ветровое давление на поверхность здания (на единицу площади) определяем по формуле (10.5).

$$p_в = R/\omega = C\,\rho\,v^2/2,$$

где C — в данном случае так называемый ветровой или аэродинамический коэффициент сопротивления, зависящий от характера обтекания ветром рассматриваемой поверхности

Ветровые коэффициенты принимаем соответственно: $C_1=0{,}5$, $C_2=-0{,}3$, $C_3=-0{,}1$ [4; с. 166]. Плотность воздуха $\rho=1{,}22$ кг/м³.

Давление ветра на наветренную поверхность у первого отверстия

$$p_{в\,1} = C_1\,\frac{v^2}{2}\,\rho = 0{,}5\,\frac{5^2}{2}\,1{,}22 = 7{,}6 \text{ Па}.$$

Давление на заветренную поверхность у второго отверстия

$$p_{в\,2} = C_2\,\frac{v^2}{2}\,\rho = -0{,}3\,\frac{5^2}{2}\,1{,}22 = -4{,}6 \text{ Па}.$$

Давление у третьего отверстия

$$p_{в\,3} = C_3\,\frac{v^2}{2}\,\rho = -0{,}1\,\frac{5^2}{2}\,1{,}22 = -1{,}5 \text{ Па}.$$

Предположим, что общий баланс воздуха в помещении имеет вид

$$Q_1 = Q_2 + Q_3,$$

где Q_1 — расход воздуха, поступающего в помещение через первое отверстие; Q_2 и Q_3 — расходы воздуха, уходящего из помещения через второе и третье отверстия соответственно.

Если давление в помещении обозначить через $p_п$, то расходы воздуха в каждом отверстии (разность в подкоренном выражении всегда положительна):

$$Q_1 = \mu_1\,\omega_1\,\sqrt{\frac{2}{\rho}\,(p_{в\,1} - p_п)}\,;$$

$$Q_2 = \mu_2\,\omega_2\,\sqrt{\frac{2}{\rho}\,(p_п - p_{в\,2})}\,;$$

$$Q_3 = \mu_3\,\omega_3\,\sqrt{\frac{2}{\rho}\,(p_п - p_{в\,3})}\,.$$

Коэффициенты расхода отверстий μ_1, μ_2, μ_3 в общем случае зависят от числа Рейнольдса В первом приближении принимаем квадратичный закон истечения, тогда $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$. Следовательно,

$$\mu\,\omega_1\,\sqrt{\frac{2}{\rho}\,(p_{в\,1} - p_п)} = \mu\,\omega_2\,\sqrt{\frac{2}{\rho}\,(p_п - p_{в\,2})} + \mu\,\omega_3\,\sqrt{\frac{2}{\rho}\,(p_п - p_{в\,3})}\,;$$

$$\omega_1\,\sqrt{p_{в\,1} - p_п} = \omega_2\,\sqrt{p_п - p_{в\,2}} + \omega_3\,\sqrt{p_п - p_{в\,3}}\,.$$

Полученное трансцендентное уравнение решаем графически относительно давления в помещении $p_п$. Для этого представим уравнение в виде

$$f\,(p_п) = \frac{\omega_2\,\sqrt{p_п - p_{в\,2}} + \omega_3\,\sqrt{p_п - p_{в\,3}}}{\omega_1\,\sqrt{p_{в\,1} - p_п}} = \frac{30\,\sqrt{p_п + 4{,}6} + 10\,\sqrt{p_п + 1{,}5}}{15\,\sqrt{7{,}6 - p_п}}\,.$$

Задаваясь различными значениями $p_п$, вычисляем соответствующие $f\,(p_п)$:

$p_п = 1$

$$f(p_п) = \frac{30\sqrt{5,6} + 10\sqrt{2,5}}{15\sqrt{6,6}} = \frac{71 + 15,9}{38,7} = 2,25;$$

$p_п = 0$

$$f(p_п) = \frac{30\sqrt{4,6} + 10\sqrt{1,5}}{15\sqrt{7,6}} = \frac{64,4 + 12,3}{41,4} = 1,85;$$

$p_п = -2$

$$f(p_п) = \frac{30\sqrt{2,6} - 10\sqrt{0,5}}{15\sqrt{9,6}} = \frac{48,5 - 7,1}{46,4} = 0,9.$$

Построим график зависимости $f(p_п)$ от $p_п$ (рис 10 7) Решение уравнения находим при $f(p_п) = 1$, $p_п = -1,8$. Результаты расчета давления в помещении показывают, что так как $p_п < p_{в\,3}$, через третье отверстие воздух будет поступать в помещение.

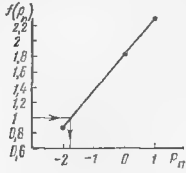


Рис 10 7

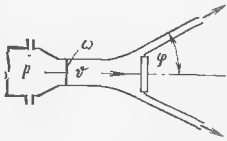


Рис 10 8

Находим числа Рейнольдса и значения коэффициентов расхода μ при движении воздуха в отверстиях [$\nu = 15 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см приложение 4)].

Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = v\,d/\nu = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_п - p_в)}\;d/\nu$$

Эквивалентный диаметр квадратного отверстия $d = a = \sqrt{\omega}$ находим по приложению 17 Тогда

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{\sqrt{\frac{2}{\rho}(7,6 + 1,8)}\;\sqrt{\omega_1}}{\nu} = \frac{\sqrt{\frac{2}{1,22}\,9,4}\;\sqrt{15}}{15,7 \cdot 10^{-6}} = 9 \cdot 10^5.$$

По рис. 7 2 находим $\mu_1 = 0,60$ Аналогичным способом находим $\mu_2 = 0,60$; $\mu_3 = 0,60$.

Расход воздуха, поступающего в помещение:
через первое отверстие

$$Q_1 = 0,60 \cdot 15\sqrt{\frac{2}{1,22}(7,6 - 1,8)} = 34,4 \text{ м}^3/\text{с};$$

через третье отверстие

$$Q_3 = 0,60 \cdot 10\sqrt{\frac{2}{1,22}(1,8 + 1,5)} = 4,3 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Расх д воздуха, уходящего из помещения через второе отверстие,

$$Q_2 = 0{,}60 \cdot 30 \sqrt{\frac{2}{1{,}22}(4{,}6 - 1{,}8)} = 39 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Проверяем баланс воздуха в помещении:

$$Q_1 + Q_3 = Q_2.$$

Приток воздуха $Q_1 + Q_3 = 34{,}4 + 4{,}3 = 38{,}7$ м³/с; удаление воздуха $Q_2 = 39$ м³/с. Погрешность расчета составляет:

$$\frac{39 - 38{,}7}{39} \cdot 100 = 0{,}77\%.$$

Таким образом, третье отверстие при заданном направлении ветра работает как приточное, причем расход воздуха, поступающего через это отверстие, составляет всего 10% расхода воздуха, поступающего через первое отверстие.

Пример 10.6. Струя, вытекающая из коноидального насадка диаметром $d = 0{,}15$ м, должна воздействовать на небольшую преграду с силой $R = 2 \cdot 10^4$ Н. Определить расход воды Q и давление перед насадком p, если преграда делит струю на две части, отклоняемые на угол $\varphi = 60°$ (рис. 10.8).

Решение Силовое воздействие струи в направлении ее оси определяем по формуле (10.1):

$$R = \rho\, \omega\, v^2\, (1 - \cos\varphi),$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{R}{\rho\, \omega\, (1 - \cos\varphi)}}.$$

Для коноидального насадка коэффициент сжатия струи $\varepsilon = 1$ [3; табл. XVI.2], поэтому площадь сжатого сечения струи ω равна площади выходного сечения насадка ω_0:

$$\omega = \omega_0 = \pi d^2/4 = 0{,}785 \cdot 0{,}15^2 = 1{,}77 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Принимая $\rho = 998{,}2$ кг/м³, находим необходимую скорость струи:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{998{,}2 \cdot 1{,}77 \cdot 10^{-2}\,(1 - 0{,}5)}} = 48 \text{ м/с}.$$

Расход, соответствующий этой скорости истечения,

$$Q = v\, \omega = 48 \cdot 1{,}77 \cdot 10^{-2} = 0{,}85 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Расход связан с перепадом давления зависимостью

$$Q = \mu\, \omega \sqrt{2\, \Delta p/\rho}.$$

Принимая для коноидального насадка $\mu_0 = 0{,}98$, имеем:

$$p = \frac{1}{2} \frac{\rho\, Q^2}{\mu_0^2\, \omega_0^2} = \frac{1}{2} \frac{998{,}2 \cdot 0{,}85^2}{0{,}98^2\,(1{,}77 \cdot 10^{-2})^2} = 11{,}8 \cdot 10^5 \text{ Па} = 1180 \text{ кПа}.$$

Таким образом, подавая к насадку расход воды $Q = 0{,}85$ м³/с под давлением $p = 1180$ кПа, обеспечиваем необходимое динамическое воздействие на преграду $R = 2 \cdot 10^4$ Н.

Пример 10.7. Определить силу R, действующую на частично открытую задвижку в круглой трубе диаметром $d = 0{,}2$ м, если степень открывания задвижки $n = \omega_2/\omega_1 = 0{,}2$; расход воды $Q = 0{,}1$ м³/с; давление перед задвижкой $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па (рис. 10.9).

Решение. Выделяя отсек жидкости между сечениями *1—1* и *2—2* и заменяя действие задвижки на поток силой, равной силе R по величине, но направленной в противоположную сторону, составим уравнение количества движения:

$$\rho Q v_1 - \rho Q v_2 = p_1 \omega_1 - p_2 \omega_2 - R.$$

Определим входящие в уравнение величины:

$$\omega_1 = \pi d_1^2/4 = 0{,}0314 \text{ м}^2;$$

$$v_1 = Q/\omega_1 = 0{,}1/0{,}0314 = 3{,}18 \text{ м/с};$$

$$\omega_2 = n\,\omega_1 = 0{,}2\,\omega_1 = 0{,}2 \cdot 0{,}0314 = 0{,}0063 \text{ м}^2;$$

$$v_2 = Q/\omega_2 = 0{,}1/0{,}0063 = 15{,}9 \text{ м/с}.$$

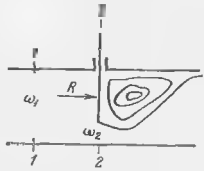


Рис. 10.9

Давление в сечении *2-2* найдем из уравнения Бернулли:

$$p_1 + \rho v_1^2/2 = p_2 + \rho v_2^2/2 + \Delta p_л.$$

Не учитывая потерн на трение $\Delta p_л$, при $\rho = 998{,}2$ кг/м³, получим:

$$p_2 = p_1 + \rho v_1^2/2 - \rho v_2^2/2 = 2 \cdot 10^5 + 998{,}2 \cdot 3{,}18^2/2 - 998{,}2 \cdot 15{,}9^2/2 =$$
$$= 0{,}75 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Подставим найденные значения в уравнение количества движения:

$$998{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot 3{,}18 - 998{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot 15{,}9 = 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}0314 - 0{,}75 \cdot 10^5 \cdot 0{,}0063 - R,$$

откуда $R = 7100$ Н.

Следует заметить, что в решении не учитывалось давление, действующее с обратной стороны задвижки Если принять, что с обратной стороны задвижки давление равно p_2, то на задвижку будет действовать меньшая сила:

$$R_1 = R - p_2\,(\omega_1 - \omega_2) = 7100 - 0{,}75 \cdot 10^5\,(0{,}0314 - 0{,}0063) =$$
$$= 7100 - 2020 = 5080 \text{ Н}.$$

Пример 10.8. Определить силу R, с которой струя воды действует на шаровой клапан, если рабочая поверхность клапана имеет выпуклую (рис. 10.10,*а*) и вогнутую (рис. 10.10,*б*) форму Площадь поперечного сечения струи в начальном сечении $\omega_0 = 0{,}79 \cdot 10^{-2}$ м²; расход воды $Q_0 = 0{,}02$ м³/с; $\varphi = 45°$; температура воды 20°С

Решение. Составим уравнение количества движения в проекции на направление первоначального трения. Поскольку клапан симметричен, сила R будет действовать по этому же направлению.

Для выпуклой поверхности:

$$-\rho Q_1 v_1 \cos\varphi - \rho Q_2 v_2 \cos\varphi + \rho Q_0 v_0 = R;$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2} Q_0;$$

$$R_{вып} = -\frac{1}{2} \rho Q_0 v_0 \cos\varphi - \frac{1}{2} \rho Q_0 v_0 \cos\varphi + \rho Q_0 v_0 =$$

$$= -\rho Q_0 v_0 (\cos\varphi - 1) = -\rho \frac{Q_0^2}{\omega_0} (\cos\varphi - 1).$$

При плотности воды $\rho = 998{,}2$ кг/м³ (см. приложение 1)

$$R_{\text{вып}} = -998{,}2\ \frac{0{,}02^2}{0{,}79\cdot 10^{-2}}\ (0{,}71 - 1) = 15\ \text{Н}.$$

Для вогнутой поверхности:

$$\rho\, Q_1 v_1 \cos\varphi + \rho\, Q_2 v_2 \cos\varphi + \rho\, Q_0 v_0 = R;$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2}\, Q_0;$$

$$R_{\text{вогн}} = \rho\, Q_0 v_0\ (\cos\varphi + 1) = \rho\ \frac{Q_0^2}{\omega_0}\ (\cos\varphi + 1) =$$

$$= \frac{998{,}2\cdot 0{,}02^2}{0{,}79\cdot 10^{-2}}\ (0{,}71 + 1) = 88{,}5\ \text{Н}.$$

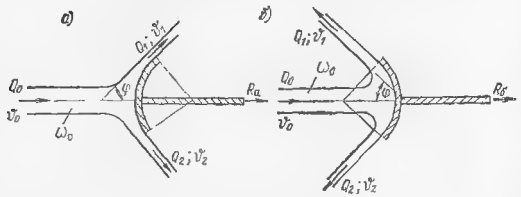


Рис. 10.10

Таким образом, с увеличением угла отклонения струи от первоначального направления сила, действующая на клапан, увеличивается. Этот пример может быть решен также по формуле (10.1).

Пример 10.9. Определить силу R, отрывающую сходящийся конический насадок от трубопровода при истечении из него воды в атмосферу (рис. 10.11). Диаметр трубопровода $d_1 = 0{,}1$ м, выходной диаметр насадка $d_2 = 0{,}03$ м. Угол конусности $\alpha = 30°$. Расход воды $Q = 0{,}02$ м³/с.

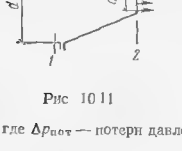


Рис. 10.11

Решение. Составим уравнение количества движения в проекции на направление движения:

$$\rho\, Q v_2 - \rho\, Q v_1 = p_1\, \omega_1 - p_{\text{атм}}\, \omega_2 - R,$$

где R — проекция на направление движения результирующей силы, действующей со стороны насадка на отсек жидкости между сечениями *1—1* и *2—2*. Используем уравнение Бернулли для сечений *1—1* и *2—2*:

$$p_1 + \rho\, v_1^2/2 = p_{\text{атм}} + \rho\, v_2^2/2 + \Delta\, p_{\text{пот}},$$

где $\Delta p_{\text{пот}}$ — потери давления при сужении потока:

$$\Delta\, p_{\text{пот}} = \zeta\, \rho\, v_1^2/2.$$

Коэффициент местного сопротивления сходящегося насадка определяем по формуле (4.16):

$$\zeta = K_{\text{п. с}}\ (1/\varepsilon - 1)^2.$$

По табл. 4.4 находим, что при $\alpha=60°$ $K_{н.е}=0{,}2$, а по табл. 4.1 при $n=\omega_2/\omega_1=0{,}09$ находим $\varepsilon=0{,}613$. Тогда

$$\zeta=0{,}2\ (1/0{,}613-1)^2=0{,}08.$$

Для условий задачи скорость в сечении *1—1*

$$v_1=Q/\omega_1=1{,}27\cdot0{,}02/0{,}1^2=2{,}54\ \text{м/с}.$$

Потери давления между сечениями *1—1* и *2—2* при плотности жидкости $\rho=998{,}2$ кг/м³ (см. приложение 1)

$$\Delta p_{пот}=0{,}08\cdot998{,}2\cdot2{,}54^2/2=240\ \text{Па}.$$

Из уравнения Бернулли найдем:

$$p_1=p_{атм}+\rho\, v_2^2/2-\rho\, v_1^2/2+\Delta\, p_{пот}.$$

Учитывая, что

$$v_2=v_1\ (d_1/d_2)^2=2{,}54\cdot0{,}1^2/0{,}03^2=28{,}2\ \text{м/с}$$

при атмосферном давлении ($p_{атм}=10^5$ Па), получим:

$$p_1=10^5+998{,}2\cdot28{,}2^2/2-998{,}2\cdot2{,}54^2/2+240=41{,}5\cdot10^4\ \text{Па}.$$

Потери давления в насадке невелики по сравнению со скоростным напором, и в уравнении Бернулли членом $\Delta p_{пот}$ можно было бы пренебречь.

Из уравнения количества движения определяем силу:

$$R=p_1\,\omega_1-p_{атм}\,\omega_2+\rho\, Q\, v_1-\rho\, Q\, v_2=41{,}5\cdot10^4\cdot3{,}14\cdot0{,}1^2/4-$$
$$-10^5\cdot3{,}14\cdot0{,}03^2/4+998{,}2\cdot0{,}02\ (2{,}54-28{,}2)=2648\ \text{Н}.$$

Пример 10.10. Определить силу гидродинамического давления воды в реке на бык моста, если глубина воды перед быком $H=4$ м, средняя скорость течения воды $v=1$ м/с. Ширина бака $b=2$ м; длина его $l=10$ м. Бык имеет обтекаемую форму.

Решение. Силу гидродинамического давления воды на бык находим по формуле (10.11):

$$R_д=C_д\,\omega\,\rho\, v^2/2.$$

Число Рейнольдса, характеризующее обтекание бака,

$$\mathrm{Re}_L=v\,l/\nu=\frac{1\cdot10}{1\cdot10^{-6}}=10\cdot10^6.$$

Для тел обтекаемой формы коэффициент сопротивления давления можно принять (см. табл. 10.1) $C_д\approx0{,}1$.

Находим площадь миделевого сечения бака:

$$\omega=b\,H=2\cdot4=8\ \text{м}^2.$$

Сила давления воды на бак

$$R=0{,}1\cdot8\cdot998\cdot1^2/2=400\ \text{Н}.$$

Пример 10.11. Определить скорость витания в воздухе w частицы, имеющей форму шара, если диаметр частицы $d=0{,}0001$ м; плотность материала частицы $\rho_{тв}=600$ кг/м³; температура воздуха 10°С.

Решение. Находим плотность и вязкость воздуха при заданной температуре: $\rho_ж=1{,}20$ кг/м³; $\nu=15{,}2\cdot10^{-6}$ м²/с.

Коэффициент сопротивления давления определяем по формуле [1]:

$$C_д=24/\mathrm{Re}+0{,}67\ \sqrt{C_д}\,.$$

Имея в виду малый размер частицы, в первом приближении пренебрегаем вторым членом в этой формуле, т. е. принимаем:

$$C_{д\,1} = \frac{24}{\mathrm{Re}} = \frac{24\,\nu}{w d}.$$

Скорость витания находим по формуле (10 17):

$$w = \sqrt{\frac{4}{3}\,g}\;\sqrt{\frac{d\,\rho_{тв}}{C_д\,\rho_ж}}.$$

Подставляя значение $C_{д1} = \frac{24\,\nu}{w d}$, получаем

$$w' = 0{,}545\;\frac{d^2\,\rho_{тв}}{\nu\,\rho_ж} = 0{,}18\ \text{м/с}.$$

Число Рейнольдса, соответствующее этой скорости,

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{0{,}18\cdot 0{,}0001}{15{,}2\cdot 10^{-6}} = 1{,}19.$$

Уточняем значение коэффициента сопротивления

$$C_{д\,2} = 24/1{,}19 + 0{,}67\sqrt{C_{д\,2}} = 20{,}1 + 0{,}67\sqrt{C_{д\,2}}$$

и получаем. $C_{д2} = 25$

Скорость витания во втором приближении

$$w'' = \sqrt{\frac{4\cdot 9{,}81}{3}}\;\sqrt{\frac{600\cdot 0{,}0001}{1{,}20\cdot 25}} \approx 0{,}16\ \text{м/с}.$$

Находим число Рейнольдса и коэффициент сопротивления, соответствующие этой скорости

$$\mathrm{Re}_2 = 0{,}16\;0{,}0001\cdot 10^6/15{,}2 = 1{,}06;$$

$$C_{д3} = 24/1{,}06 + 0{,}67\sqrt{25} \approx 23{,}3,$$

отсюда скорость витания

$$w''' = 0{,}158\ \text{м/с},$$

что практически совпадает с ее значением, определенным во втором приближении, поэтому дальнейшие приближения можно не делать

Намного проще эта задача решается с использованием формулы (10 17) Подставляя заданные величины, имеем

$$w = 52\,\frac{d^2 d^2}{\nu + a\,d^{3/2}} = 52\,\frac{500\cdot 0{,}01^2}{0{,}152 + 22{,}3\cdot 0{,}01\sqrt{0{,}01}} = 15{,}2\ \text{см/с}.$$

Глава 11

ДВИЖЕНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ (ДВУХФАЗНЫХ) ЖИДКОСТЕЙ В ТРУБАХ

§ 73. Основные характеристики потоков двухфазных жидкостей

Гидравлический расчет трубопроводов при движении в них двухфазных потоков обладает специфическими особенностями. Двухфазные потоки характеризуются тем, что в жидкости либо в газе находятся во взвешенном состоянии твердые частички (так называемые взвесенесущие потоки) или в жидкости — пузырьки газа (газожидкостные потоки).

Важнейшие характеристики двухфазных потоков:

1. Концентрация дискретного компонента в массе несущей жидкости или газа. Различают объемную концентрацию c_w и массовую (или весовую) концентрацию c_ρ:

$$c_w = Q_д / Q_ж, \tag{11.1}$$

где $Q_д$ — объем дискретной фазы, а $Q_ж$ — объем жидкости, проносимые в единицу времени через живое сечение;

$$c_\rho = M_д / M_ж, \tag{11.2}$$

где $M_д$ — масса дискретной фазы, а $M_ж$ — масса жидкости, переносимые в единицу времени через живое сечение потока.

2. Крупность перемещаемых потоком дискретных частиц, характеризуемая геометрической крупностью, например средним диаметром d переносимых частиц, или гидравлической крупностью w (см. табл. 10.2).

Относительной крупностью s называется отношение диаметра частиц d к диаметру трубопровода D, т. е.

$$s_d = d/D, \tag{11.3}$$

или отношение гидравлической крупности w к величине $\sqrt{gD}$, т. е.

$$s_w = w/\sqrt{gD}. \tag{11.4}$$

3. Критическая скорость $v_{кр}$ — это та минимальная скорость (средняя по сечению), при которой еще не происходит выпадения взвешенных в потоке твердых частиц, т. е. все твердые частицы перемещаются не осаждаясь на дно трубопровода. Критическая скорость зависит от концентрации дискретного компонента, его относительной крупности и режима движения несущей жидкости в трубопроводе, т. е.

$$v_{кр} = f(c,\ s,\ \lambda), \tag{11.5}$$

где λ — коэффициент гидравлического трения при движении несущей жидкости по трубопроводу.

Относительной скоростью ψ_v называется отношение средней скорости потока двухфазной жидкости v к критической $v_{кр}$:

$$\psi_v = v/v_{кр}. \tag{11.6}$$

§ 74. Потери давления при движении двухфазных жидкостей

Потери давления при движении двухфазных жидкостей в трубах можно найти по формуле Дарси — Вейсбаха:

$$\Delta p_{дф} = \lambda_{дф} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2} \rho_{дф}, \tag{11.7}$$

где $\rho_{дф}$ и $\lambda_{дф}$ — плотность двухфазной жидкости и коэффициент гидравлического трения при движении ее по трубопроводу.

Величина $\lambda_{дф}$ определяется из формулы

$$\lambda_{дф} = \lambda (1 + \varphi c_\rho) \rho/\rho_{дф}; \tag{11.8}$$

здесь ρ и λ — плотность несущей жидкости и коэффициент гидравлического трения;

φ — опытный коэффициент, зависящий от основных характеристик двухфазного потока, т. е.

$$\varphi = f(\psi_v, c, s). \tag{11.9}$$

Коэффициент φ находится по эмпирическим формулам Иногда коэффициент $\lambda_{дф}$ становится меньше, чем λ несущей жидкости[1].

§ 75. Гидравлический расчет трубопроводов гидротранспорта

Перемещение твердых измельченных частиц потоком воды называется гидротранспортированием. Различают напорное гидротранспортирование (движение грунта с водой — пульпы или гидросмеси по напорным трубам) и безнапорное гидротранспортирование (движение пульпы по безнапорным трубам, лоткам, желобам, каналам и т. д.).

Критическую скорость при напорном гидротранспортировании находят по одной из эмпирических формул, например по формуле В. С. Кнороза:

$$v_{кр} = w \sqrt[6]{c_\rho (D/d)^{3,5}}. \tag{11.10}$$

Потери напора при движении пульпы можно найти по формуле (11.7), которую с учетом выражения (11.8) часто представляют в виде

---

[1] Ф. Г. Майрановский, Ю. А Войтинская Сб. трудов МИСИ им В. В. Куйбышева, № 89. М., 1972.

$$I_{п} = I_{в}(1 + \varphi c), \qquad (11.11)$$

где $I_{в}$ — потери напора на единице длины (гидравлический уклон) при движении чистой воды (см. главу 3);

$I_{п}$ — то же, при движении пульпы;

φ — коэффициент, определяемый по эмпирическим формулам [7, с. 205]; например, по формуле Дюрана:

$$\varphi = N\left(\sqrt{gD}/v\right)^3\left(w/\sqrt{gd}\right)^{1,5}, \qquad (11.12)$$

здесь N — коэффициент, зависящий от крупности частиц.

§ 76. Гидравлический расчет трубопроводов пневмотранспорта

Пневмотранспортированием называется перемещение потоком воздуха измельченных твердых материалов. Смесь твердых частиц с воздухом называется аэросмесью. Расчетная скорость воздуха в системах пневмотранспорта для надежного перемещения материалов должна быть больше критической скорости. Критическую скорость определяют по формуле

$$v_{кр} \approx 0,3\sqrt{c_{\rho}\, a g D}, \qquad (11.13)$$

где c_{ρ} — массовая концентрация аэросмеси, определяемая по формуле (11.2);

$a = \rho_{т}/\rho_{возд}$ — относительная массовая плотность частиц;

D — диаметр трубопровода.

Потери давления в трубопроводах пневмотранспорта $\Delta p_{дв}$ рассчитывают по формуле (11.7), которую с учетом выражения (11.8) обычно записывают в виде

$$\Delta p_{дф} = \Delta p_{возд}(1 + \varphi c_{\rho}), \qquad (11.14)$$

где $\Delta p_{возд}$ — потери давления при движении чистого воздуха.

Значение коэффициента φ принимают по опытным данным (см., например, П. Н. Каменев. «Отопление и вентиляция». ч. II. М., Стройиздат, 1964, с. 336).

§ 77. Движение неньютоновских жидкостей в трубах

Жидкости, для которых предложенная Ньютоном зависимость (13) не удовлетворяется, называются неньютоновскими или аномальными жидкостями. К ним относятся строительные растворы, литой бетон, глинистый раствор, употребляемый при бурении скважин, нефтепродукты с температурой, близкой к застыванию, различного рода суспензии и коллоидные растворы.

Для аномальных жидкостей справедлив закон Бингема:

$$\tau = \tau_0 + \mu_{p}\frac{du}{dy}, \qquad (11.15)$$

где τ_0 — величина, характеризующая некоторое начальное значение касательного напряжения, после которого жидкость приходит в движение.

Потери давления при движении неньютоновских жидкостей в трубопроводах можно определить по формуле Дарси — Вейсбаха (11.7). При этом значение коэффициента гидравлического трения $\lambda_н$ следует находить:

а) для структурно-ламинарного режима движения при $240 < Re^* < 3000$ по формуле

$$\lambda_н = 64/Re^*; \tag{11.16}$$

б) для турбулентного режима движения при $Re^* > 3000$ по формуле

$$\lambda_н = 0,1/\sqrt[6]{Re^*}. \tag{11.17}$$

В этих формулах Re^* — обобщенное число Рейнольдса, учитывающее как вязкие, так и пластические свойства жидкости и определяемое выражением

$$Re^* = \frac{v D \rho_н/\rho}{\nu + \frac{1}{6}\frac{\tau_0 D}{v \rho}}, \tag{11.18}$$

где $\rho_н$ — плотность неньютоновской жидкости.

§ 78 Примеры[1]

Пример 11.1. Гидросмесь транспортируют по стальному сварному трубопроводу длиной $l = 2000$ м и диаметром $D = 0,5$ м. Массовая концентрация твердой фазы $c_\rho = 0,1$. Плотность твердого материала $\rho_т = 2,6 \cdot 10^3$ кг/м³. Средний размер частиц транспортируемого материала $d = 10^{-3}$ м. Определить расход гидросмеси $Q_{лф}$ и потери давления $\Delta p_{лф}$, если транспортирование осуществляется при критической скорости Температура гидросмеси 20°С.

Решение. Критическую скорость находим по формуле (11 10):

$$v_{кр} = w \sqrt[6]{c_\rho (D/d)^{3,5}}.$$

По табл. 10.2 находим $w = 0,09$ м/с Тогда

$$v_{кр} = 0,09 \sqrt[6]{0,1 \ (0,5/10^{-3})^{3,5}} = 3,35 \text{ м/с}.$$

Расход гидросмеси

$$Q_{лф} = v \omega = v \pi D^2/4 = 3,35 \cdot 3,14 \cdot 0,5^2/4 = 0,66 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Потери давления при движении двухфазной жидкости определяем по формуле (11.7):

$$\Delta p_{лф} = \lambda_{лф} \frac{l}{D} \frac{v^2}{2} \rho_{лф},$$

где коэффициент гидравлического трения двухфазной жидкости находим по формуле (11.8)

$$\lambda_{лф} = \lambda (1 + \varphi c_\rho) \frac{\rho}{\rho_{лф}}$$

---

[1] Примеры этого параграфа составлены при участии В. С Боровкова.

Вычислим входящие в эти формулы величины. По формуле (11.2) можно написать:

$$c_\beta = \frac{\rho_д Q_д}{\rho_ж Q_ж}.$$

Учитывая, что плотность смеси

$$\rho_{лф} = \frac{M_{лф}}{Q_{лф}} = \frac{\rho_ж Q_ж + \rho_д Q_д}{Q_ж + Q_д},$$

получим:

$$\rho_{лф} = \frac{\rho_ж + c_\rho \rho_ж}{1 + c_\rho \rho_ж/\rho_д}.$$

При плотности воды $\rho_ж = 998{,}2$ кг/м³ (см приложение 1)

$$\rho_{лф} = \frac{998{,}2 + 0{,}1 \cdot 998{,}2}{1 + 0{,}1 \cdot 998{,}2/2600} = 1060 \text{ кг/м}^3.$$

Коэффициент φ находим по формуле (11.12), принимая $N = 190$ [7; с 205]

$$\varphi = 190\left(\sqrt{gD}/v\right)^3 \left(w/\sqrt{gd}\right)^{1,5} =$$

$$= 190\left(\sqrt{9{,}8 \cdot 0{,}5}/3{,}35\right)^3 \left(0{,}09/\sqrt{9{,}8 \cdot 10^{-3}}\right)^{1,5} = 46{,}5.$$

Для определения λ установим область гидравлического трения. Число Рейнольдса $\mathrm{Re} = vD/\nu$ при кинематической вязкости $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м²/с (см приложение 2) и $v = v_{кр}$ равно

$$\mathrm{Re} = \frac{3{,}35 \cdot 0{,}5}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 1{,}67 \cdot 10^6.$$

При $k_э = 5 \cdot 10^{-4}$ м (табл. 3.1) находим

$$\mathrm{Re}\, k_э/D = 1{,}67 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-4}/0{,}5 = 1670.$$

По соотношению (3.18) устанавливаем, что трубопровод работает в квадратичной области сопротивления. Коэффициент λ определяем по формуле (3.10):

$$\lambda = 0{,}11\,(k_э/D)^{0,25} = 0{,}11\,(5 \cdot 10^{-4}/0{,}5)^{0,25} = 0{,}02.$$

Тогда коэффициент гидравлического трения при движении гидросмеси

$$\lambda_{лф} = 0{,}02\,(1 + 46{,}5 \cdot 0{,}1)\,998{,}2/1060 = 0{,}105.$$

Потери давления при движении гидросмеси

$$\Delta p_{лф} = 0{,}105\,\frac{2000}{0{,}5}\,\frac{3{,}35^2}{2}\,1050 = 25{,}4 \cdot 10^5 \text{ Па} = 2540 \text{ кПа}.$$

Пример 11.2. По наклонному прямоугольному бетонному каналу шириной $b = 1$ м и глубиной $h = 0{,}3$ м осуществляется безнапорное гидротранспортирование твердого материала размером $d = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ м. Определить наименьшую скорость, обеспечивающую гидротранспортирование без выпадения твердых частиц в осадок, если $c_\rho = 2$.

Решение. Наименьшую скорость находим по формуле В. С. Киороза:

$$v = 3\left[\sqrt{gd}\,\lg\frac{R}{4d} + w c_p^{0,25}\left(\frac{R}{d}\right)^{0,4}\right].$$

Из табл. 10.2 находим $w = 0{,}032$ м/с. Гидравлический радиус

$$R = \frac{bh}{b+2h} = \frac{1\cdot 0{,}3}{1+2\cdot 0{,}3} = 0{,}19 \text{ м}.$$

Подставляя в формулу скорости значение R, имеем:

$$v = 3\left[\sqrt{9{,}8\cdot 3\cdot 10^{-4}}\,\lg\frac{0{,}19}{4\cdot 3\cdot 10^{-4}} + 0{,}032\cdot 2^{0,25}\left(\frac{0{,}19}{3\cdot 10^{-4}}\right)^{0,4}\right] = 1{,}84 \text{ м/с}.$$

Пример 11.3. Определить потери давления при пневмотранспортировании измельченного угля со средним диаметром частиц $d = 5\cdot 10^{-4}$ м плотностью $\rho_т = 1{,}8\cdot 10^3$ кг/м³. Массовая концентрация взвешенных частиц $c_p = 1$. Пневмотранспортирование осуществляется по стальному трубопроводу диаметром $D = 0{,}3$ м, длиной $l = 100$ м. Температура воздуха 20°С.

Решение. Скорость транспортирования измельченного угля должна быть больше или равна критической скорости.

Критическую скорость определяем по формуле (11.13):

$$v_{кр} = 0{,}3\sqrt{c_p a g D}.$$

При плотности $\rho_{возд} = 1{,}16$ кг/м³ находим:

$$v_{кр} = 0{,}3\sqrt{1\frac{1{,}8\cdot 10^3}{1{,}16}\,9{,}8\cdot 0{,}3} = 20 \text{ м/с}.$$

Потери давления в трубопроводах пневмотранспорта при скорости $v = v_{кр}$ вычисляем по формуле (11.14):

$$\Delta p_{дф} = \Delta p_{возд}(1 + \varphi c_p),$$

где $\Delta p_{возд}$ находим по формуле (3.1):

$$\Delta p_{возд} = \lambda\frac{l}{D}\rho_{возд}\frac{v_{кр}^2}{2}.$$

Коэффициент гидравлического трения определяем по формуле (3.7) при $k_э = 10^{-4}$ м (см. табл. 3.1) и кинематической вязкости воздуха $\nu = 15{,}7\times 10^{-6}$ м²/с:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_э}{D} + \frac{68}{Re}\right)^{0,25} = 0{,}11\left(\frac{10^{-4}}{0{,}3} + \frac{68\cdot 15{,}7\cdot 10^{-6}}{20\cdot 0{,}3}\right)^{0,25} = 0{,}017.$$

Тогда

$$\Delta p_{возд} = 0{,}017\,\frac{100}{0{,}3}\,1{,}16\,\frac{20^2}{2} = 1{,}31\cdot 10^3 \text{ Па}.$$

Принимая $\varphi = 0{,}6$*, находим потери давления при транспортировании измельченного угля:

$$\Delta p_{дф} = 1{,}31\cdot 10^3(1 + 0{,}6\cdot 1) = 2{,}1\cdot 10^3 \text{ Па} = 2{,}1 \text{ кПа}.$$

---

[1] П. Н. Каменев. Отопление и вентиляция, ч. II. М., Стройиздат, 1964, с. 339.

Пример 11.4. Определить потери давления при расслоенном движении водовоздушной смеси по стальному трубопроводу диаметром $D=0{,}1$ м и длиной $l=100$ м, если расход смеси $Q_{см}=0{,}05$ м³/с, объемная концентрация $c_w=Q_{см}/Q_{возд}=0{,}3$, температура смеси 20°С (рис. 11.1).

Решение. Потери давления при расслоенном движении водовоздушной смеси в трубопроводе $\Delta p_{см}$ могут быть рассчитаны по формуле Чисхолма:

$$\Delta p_{см}/\Delta p_ж = 1 + 20\,(\Delta p_{возд}/\Delta p_ж)^{1/2} + \Delta p_{возд}/\Delta p_ж,$$

где $\Delta p_н$ — потери давления на трение для однофазного течения воды при условии, если все поперечное сечение трубопровода занято водой;
$\Delta p_{возд}$ — потери давления на трение для однофазного течения воздуха при условии, если воздух занимает все поперечное сечение трубопровода.

Потери давления $\Delta p_н$ и $\Delta p_{возд}$ могут быть рассчитаны по обычной формуле для однофазного течения (3.1):

$$\Delta p = \rho\lambda\,\frac{l}{D}\,\frac{v^2}{2},$$

где v — скорость при условии, если заданный расход воды или воздуха при своем движении занимает все сечение трубопровода.

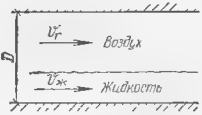


Рис. 11.1

Учитывая, что $Q_{см}=Q_{возд}+Q_ж$, найдем объемный расход воздуха:

$$Q_{возд} = Q_{см}\,\frac{1}{1+c_w} = 0{,}05\,\frac{1}{1+0{,}3} = 0{,}039 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Объемный расход воды

$$Q_ж = c_w Q_{возд} = 0{,}3\cdot 0{,}039 = 0{,}011 \text{ м}^3/\text{с}.$$

При площади поперечного сечения трубопровода

$$\omega = \pi D^2/4 = 0{,}00785 \text{ м}^2$$

расчетная скорость воздуха

$$v_{возд} = Q_{возд}/\omega = 0{,}0385/0{,}00785 = 4{,}9 \text{ м/с};$$

расчетная скорость воды

$$v_ж = Q_ж/\omega = 0{,}0115/0{,}00785 = 1{,}46 \text{ м/с}.$$

Кинематическая вязкость воздуха $\nu=15{,}7\cdot 10^{-6}$ м²/с и абсолютная шероховатость трубопровода $k_э=10^{-4}$ м (табл. 3.1). Коэффициент гидравлического трения при движении воздуха находим по формуле (3.7):

$$\lambda_{возд} = 0{,}11\left(\frac{k_э}{D} + \frac{68}{\mathrm{Re}_{возд}}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{10^{-4}}{0{,}1} + \frac{68\cdot 15{,}7\cdot 10^{-6}}{4{,}9\cdot 0{,}1}\right)^{0{,}25} = 0{,}027.$$

Коэффициент гидравлического трения при движении воды [$\nu=1{,}01\times 10^{-6}$ м²/с (см. приложение 2)]

$$\lambda_ж = 0{,}11\left(\frac{k_э}{D} + \frac{68}{\mathrm{Re}_ж}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{10^{-4}}{0{,}1} + \frac{68\cdot 1{,}01\cdot 10^{-6}}{1{,}46\cdot 0{,}1}\right)^{0{,}25} = 0{,}022.$$

Потери давления при движении воздуха плотностью $\rho_{возд}=1{,}16$ кг/м³

$$\Delta p_{возд} = \rho_{возд}\lambda_{возд}\,\frac{l}{D}\,\frac{v^2_{возд}}{2} = 1{,}16\cdot 0{,}027\,\frac{100}{0{,}1}\,\frac{4{,}9^2}{2} = 375 \text{ Па}.$$

Потери давления при движении воды плотностью $\rho_ж = 998{,}2$ кг/м³

$$\Delta p_ж = \rho_ж \lambda_ж \frac{l}{D} \frac{v_ж^2}{2} = 998{,}2 \cdot 0{,}022 \ \frac{100}{0{,}1} \ \frac{1{,}46^2}{2} = 2{,}3 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Тогда потери при движении водовоздушной смеси составят:

$$\Delta p_{см} = \Delta p_ж \left[1 + 20 \left(\frac{\Delta p_{возд}}{\Delta p_ж}\right)^{1/2} + \frac{\Delta p_{возд}}{\Delta p_ж}\right] = 2{,}3 \cdot 10^4 \times$$

$$\times \left[1 + 20 \left(\frac{375}{2{,}3 \cdot 10^4}\right)^{1/2} + \frac{375}{2{,}3 \cdot 10^4}\right] = 8{,}3 \cdot 10^4 \text{ Па} = 83 \text{ кПа}.$$

Пример 11.5. По стальному трубопроводу диаметром $D = 0{,}1$ м и длиной $l = 100$ м движется водовоздушная смесь с объемной концентрацией воздуха $c_w = 0{,}3$. Расход смеси $Q_{см} = 0{,}05$ м³/с. Определить потери давления Δp при условии, что пузырьки воздуха распределены по сечению трубы равномерно. Температура смеси 20°С.

Решение. В соответствии с условиями задачи рассматриваем водовоздушную смесь как однородную жидкость плотностью $\rho_{см}$, отличной от плотности воды. Учитывая, что несущей фазой является воздух, плотность смеси находим по формуле (см. пример 11.1):

$$\rho_{см} = \frac{\rho_{возд} + c_\rho \rho_{возд}}{1 + c_\rho \rho_{возд}/\rho_ж}.$$

Тогда при

$$c_\rho = \frac{\rho_ж Q_ж}{\rho_{возд} Q_{возд}} = \frac{\rho_ж}{\rho_{возд}} c_w,$$

где $\rho_{возд} = 1{,}16$ кг/м³; $\rho_ж = 998{,}2$ кг/м³, находим:

$$\rho_{см} = \frac{1{,}16 + \frac{998{,}2}{1{,}16} \ 0{,}3 \cdot 1{,}16}{1 + \frac{998{,}2}{1{,}16} \ 0{,}3 \ \frac{1{,}16}{998{,}2}} = 230 \text{ кг/м}^3.$$

Потери давления

$$\Delta p_{см} = \lambda_{см} \frac{l}{D} \rho_{см} \frac{v_{см}^2}{2},$$

где

$$v_{см} = Q_{см}/\omega = 1{,}27 \cdot 0{,}05/0{,}1^2 = 6{,}35 \text{ м/с}.$$

Коэффициент гидравлического трения определяем по формуле (3.7) при $k_э = 10^{-4}$ м (табл 3.1) и кинематической вязкости воздуха $\nu = 15{,}7 \cdot 10^{-6}$ м²/с, приближенно предполагая, что вязкость смеси равна вязкости воздуха. Это предположение основывается на том, что кинематическая вязкость воды значительно меньше кинематической вязкости воздуха и процентное содержание ее в смеси невелико. Тогда

$$\lambda_{см} = 0{,}11 \left(\frac{k_э}{D} + \frac{68}{\text{Re}}\right)^{0{,}25} = 0{,}11 \left(\frac{10^{-4}}{0{,}1} + \frac{68 \cdot 15{,}7 \cdot 10^{-6}}{6{,}35 \cdot 0{,}1}\right)^{0{,}25} = 0{,}025.$$

Подставляя в формулу потерь давления вычисленные значения, получим:

$$\Delta p_{см} = 0{,}025 \ \frac{100}{0{,}1} \ 230 \ \frac{6{,}35^2}{2} = 11{,}5 \cdot 10^4 \text{ Па} = 115 \text{ кПа}.$$

Этот расчет по схеме «однородной жидкости» дает потери давления, завышенные почти на 40% по сравнению с результатом более точного расчета (см. пример 11.4).

Пример 11.6. Глинистый раствор подается по стальному трубопроводу диаметром $D=0{,}3$ м и длиной $l=2000$ м. Определить расход глинистого раствора, если его вязкость $\mu=1{,}2\cdot10^{-2}$ Па·с, массовая концентрация $c_\rho=0{,}3$, а начальное напряжение сдвига $\tau_0=10$ Па. Потери давления при перекачивании глинистого раствора $\Delta p=12\cdot10^5$ Па; температура раствора 20°С; плотность глины $\rho_т=2{,}6\cdot10^3$ кг/м³.

Решение. Потери давления определяем из соотношения (3.1):

$$\Delta p=\lambda\frac{l}{D}\frac{v^2}{2}\rho_н.$$

Коэффициент гидравлического трения λ определяется по различным формулам в зависимости от режима течения. Поскольку скорость движения неизвестна, условно принимаем режим течения ламинарный. В этом случае по формуле (11.16) $\lambda=64/\mathrm{Re}^*$. Обобщенный критерий Рейнольдса определяем по формуле (11.18):

$$\mathrm{Re}^*=\frac{\rho_н v D}{\mu+\frac{1}{6}\frac{\tau_0 D}{v}}.$$

Подставляя значение Re^* в выражение для λ, после соответствующих преобразований получаем соотношение для расчета скорости движения глинистого раствора при ламинарном режиме:

$$v=\frac{D^2}{32\mu l}\left(\Delta p-\frac{4}{3}\Delta p_0\right),$$

где Δp_0 — перепад давления, преодолевающий начальное напряжение сдвига:

$$\Delta p_0=4\tau_0 l/D.$$

Таким образом, если режим течения ламинарный, имеем:

$$v=\frac{0{,}3^2}{32\cdot0{,}012\cdot2\cdot10^5}\left(12\cdot10^5-\frac{4\cdot4\cdot10\cdot2\cdot10^3}{3\cdot0{,}3}\right)=108\ \text{м/с}.$$

Такое высокое значение скорости можно объяснить неудачным выбором режима течения. Вычисляем обобщенное число Рейнольдса. Плотность раствора при плотности воды $\rho_ж=998{,}2$ кг/м³ определяем (см. пример 11.1) по формуле

$$\rho_н=\frac{\rho_ж+c_\rho\rho_ж}{1+c_\rho\frac{\rho_ж}{\rho_т}}=\frac{998{,}2+0{,}3\cdot998{,}2}{1+0{,}3\frac{998{,}2}{2{,}6\cdot10^3}}=1170\ \text{кг/м}^3.$$

Тогда

$$\mathrm{Re}^*=\frac{1170\cdot108\cdot0{,}3}{12\cdot10^{-3}+\frac{1}{6}\frac{10\cdot0{,}3}{108}}=1{,}8\cdot10^6.$$

Полученное значение Re^* значительно превышает критическое значение $\mathrm{Re}^*_{кр}=3000$. Следовательно, глинистый раствор течет турбулентно.

Далее задачу решаем методом последовательных приближений. В первом приближении по формуле (11.7) имеем

$$\lambda_н = 0,1/\sqrt[6]{1,8\cdot 10^6} = 0,009 .$$

Из соотношения (3.1) вычисляем:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\,\Delta p\, D}{\lambda\, l\, \rho_н}} = \sqrt{\frac{2\cdot 12\cdot 10^3\cdot 0,3}{0,009\cdot 2\cdot 10^3\cdot 1170}} = 5,7 \text{ м/с}.$$

Уточняем обобщенное число Рейнольдса

$$Re_2^* = \frac{1170\cdot 5,7\cdot 0,3}{12\cdot 10^{-3} + \frac{1}{6}\,\frac{10\cdot 0,3}{5,7}} = 20\,000;$$

$Re_2^* > Re_{кр}^*$, т. е. режим течения действительно турбулентный.

Находим скорость течения глинистого раствора во втором приближении:

$$\lambda_2 = 0,1/\sqrt[6]{2\cdot 10^4} = 0,019; \quad v_2 = 3,9 \text{ м/с}.$$

Обобщенное число Рейнольдса при этой скорости

$$Re_3^* = \frac{1170\ 3,9\ 0,3}{12\cdot 10^{-3} + \frac{1}{6}\,\frac{10\cdot 0,3}{3,9}} = 11\,400.$$

В третьем приближении

$$\lambda_3 = 0,021; \quad v_3 = 3,74 \text{ м/с}.$$

Находим расход глинистого раствора

$$Q = \pi D^2 v_3/4 = 3,14\cdot 0,3^2\cdot 3,74/4 = 0,26 \text{ м}^3/\text{с}.$$

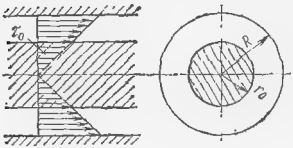


Рис. 11.2

Пример 11.7. Глинистый раствор движется по стальному трубопроводу $D = 0,3$ м, длиной $l = 300$ м. Перепад давлений $\Delta p = 1,5\cdot 10^4$ Па, начальное напряжение сдвига $\tau_0 = 22$ Па. Найти радиус центрального ядра, в котором глинистый раствор движется как единое целое без относительного смещения слоев. При каком минимальном перепаде давления $\Delta p_{мин}$ центральное ядро распространится на весь поток в трубе (рис. 11.2)?

Решение. Касательные напряжения при движении глинистого раствора уменьшаются линейно к оси трубы от максимального значения на ее стенке. Вблизи оси трубы касательные напряжения могут оказаться меньше предельных касательных напряжений сдвига. В этом случае центральное ядро будет двигаться как твердый цилиндрический стержень. Касательные напряжения на стенке в движущемся глинистом растворе представим [3; стр. 154] в виде

$$\tau_{макс} = \frac{R\,\Delta p}{2\,l} .$$

На любом расстоянии r от центра трубы [3; с. 117]

$$\tau_r = \tau_{макс} \frac{r}{R} = \frac{r \Delta p}{2 l}.$$

При некотором $r = r_0$ касательные напряжения станут равны предельным касательным напряжениям. Следовательно, радиус центрального ядра

$$r_0 = \frac{2 l \tau_0}{\Delta p} = \frac{2 \cdot 300 \cdot 22}{1,5 \cdot 10^4} = 0,088 \text{ м}.$$

При радиусе трубы $R = 0,15$ м

$$r_0/R = 0,088/0,15 = 0,55, \text{ т. е. } r_0 = 0,55 R;$$

центральное ядро распространяется на весь поток при условии $\tau_{макс} = \tau_0$.

Следовательно, минимальный перепад давления находим из соотношения

$$\Delta p_{мин} = \tau_0 \cdot 2 l/R = 22 \cdot 2 \cdot 300/1,5 = 8,8 \cdot 10^3 \text{ Па} = 88 \text{ кПа}.$$

Пример 11.8. Глинистый раствор подается по стальному вертикальному трубопроводу диаметром $d = 0,2$ м на высоту $h = 20$ м. Определить, какое давление должен создавать насос для подачи раствора $Q = 0,05$ м³/с. Плотность глинистого раствора $\rho_н = 1,1 \cdot 10^3$ кг/м³, начальное напряжение сдвига $\tau_0 = 18$ Па и динамическая вязкость $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

Решение. Скорость движения глинистого раствора.

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,05}{3,14 \cdot 0,2^2} = 1,59 \text{ м/с}.$$

По формуле (11.18) находим обобщенное число Рейнольдса, определяющее режим течения глинистого раствора:

$$Re^* = \frac{\rho_н v d}{\mu \left(1 + \frac{1}{6} \frac{\tau_0}{\mu} \frac{d}{v}\right)} = \frac{1,1 \cdot 10^3 \cdot 1,59 \cdot 0,2}{4 \cdot 10^{-3} + \frac{18 \cdot 0,2}{6 \cdot 1,59}} = 920.$$

Так как обобщенное число меньше критического значения $Re^*_{кр} = 2000$, режим течения структурно-ламинарный. При этом, согласно формуле (11.16),

$$\lambda_н = 64/Re^* = 64/920 = 0,07.$$

Потери давления при движении глинистого раствора

$$\Delta p = \lambda_н \frac{l}{d} \rho_н \frac{v^2}{2} = 0,07 \frac{20}{0,2} 1,1 \cdot 10^3 \frac{1,59^2}{2} = 10^5 \text{ Па} = 10 \text{ кПа}.$$

Давление, необходимое для подачи глинистого раствора на высоту $h = 20$ м, без учета гидравлических потерь

$$p = \rho_н g h = 1,1 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 20 = 22 \cdot 10^4 \text{ Па} = 220 \text{ кПа}.$$

Общее давление, которое должен создавать насос,

$$p_н = p + \Delta p = 220 + 10 = 230 \text{ кПа}.$$

Пример 11.9. Трубчатый центробежный классификатор гидросмеси (рис. 11.3) предназначен для отделения мелких фракций взвешенных частиц. Определить наибольший диаметр взвешенных частиц d, попадающих в канал B, если классификатор выполнен из труб диаметром $D = 0,2$ м, при диаметре петли $D_п = 0,5$ м. Расход гидросмеси $Q = 0,05$ м³/с; плотность твердых частиц $\rho_т = 2,65 \cdot 10^3$ кг/м³. Кинематическая вязкость жидкости $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Решение. Разделение гидросмеси в классификаторе происходит за счет действия центробежной силы. Масса твердых частиц в единице объема гидросмеси

$$M_т = \rho_т \frac{\pi d^3}{6} n,$$

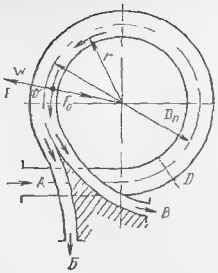


Рис 11 3

где $\pi d^3/6$ — объем частицы;

n — число частиц в единице объема гидросмеси.

Тогда центробежная сила, действующая на твердые частицы в единице объема гидросмеси,

$$F = \frac{M_т v^2}{r} = \frac{\rho_т \pi d^2}{6} n \frac{v^2}{r};$$

здесь r — расстояние от центра петли классификатора.

Если радиальную скорость частиц обозначить через w, то силу F_0, действующую на одну частицу, можно представить в виде

$$F_0 = C_д \frac{\pi d^2}{4} \rho_т \frac{w^2}{2},$$

где $C_д$ — коэффициент гидродинамического сопротивления частицы.

Для рассматриваемого единичного объема гидросмеси, содержащего r твердых частиц,

$$F = F_0 n = C_д \frac{\pi D^2}{4} \rho_т \frac{w^2}{2} n.$$

Принимая, что движение частицы в радиальном направлении равномерное, приравниваем правые части полученных выражений

$$\rho_т \frac{\pi d^2}{6} n \frac{v^2}{r} = C_д \frac{\pi d^2}{4} \rho_т \frac{w^2}{2} n$$

и находим зависимость для радиальной скорости движения частиц:

$$w = \frac{1,15}{\sqrt{C_д}} v \sqrt{\frac{d}{r}}.$$

Обозначим через T среднее время пребывания частицы в классификаторе, за которое частицы размером больше $d_{макс}$ пройдут в поперечном направлении путь, равный $D/2$, и попадут в канал Б

$$T = \frac{\pi D_п}{v} = \frac{D}{2w}.$$

Таким образом, для частиц диаметром $d_{макс}$

$$\frac{w}{v} = \frac{D}{2\pi D_п}$$

Подставляем в это соотношение выражение для радиальной скорости:

$$\frac{1,15}{\sqrt{C_д}} \sqrt{\frac{2 d_{макс}}{D_п}} = \frac{D}{2\pi D_п}.$$

Максимальный размер частиц, попадающих в канал B,

$$d_{\text{макс}} = \frac{C_{\text{д}}}{102} \frac{D^2}{D_{\text{п}}}$$

Для расчета в первом приближении принимаем $C_{\text{д}}=0{,}4$. Тогда

$$d_{\text{макс}1} = \frac{0{,}4}{102} \frac{0{,}2^2}{0{,}5} = 3{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Радиальная составляющая скорости

$$w = v \frac{D}{2\pi D_{\text{п}}} = \frac{4Q}{\pi D^2} \frac{D}{2\pi D_{\text{п}}} = \frac{2Q}{\pi^2 D D_{\text{п}}} = \frac{2 \cdot 0{,}05}{3{,}14^2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5} =$$

$$= 10^{-1} \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса для радиального движения частиц

$$\text{Re}_1 = \frac{w\, d_{\text{макс}\,1}}{\nu} = \frac{10^{-1} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-4}}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 32.$$

Вычисляем $C_{\text{д}}$ по формуле (10 12)

$$C_{\text{д}} = 24/\text{Re} + 0{,}67 \sqrt{C_{\text{д}}}.$$

В первом приближении при $\text{Re}=\text{Re}_1=32$ находим, что $C_{\text{д}1}=1{,}15$;

$$d_{\text{макс}\,2} = \frac{1{,}15}{102} \frac{0{,}2^2}{0{,}5} = 9{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Число Рейнольдса во втором приближении

$$\text{Re}_2 = \frac{w\, d_{\text{макс}\,2}}{\nu} = \frac{10^{-1} \cdot 9{,}2 \cdot 10^{-4}}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 92.$$

При этом значении числа Рейнольдса $C_{\text{д}2}=0{,}98$

Продолжая последовательные приближения, окончательно получаем $d_{\text{макс}}=7{,}7 \cdot 10^{-4}$ м. Частицы этого размера будут наиболее крупными из тех, которые попадают в канал B.

Глава 12

ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

§ 79. Гидравлическое подобие

Для того чтобы результаты опытов на моделях можно было переносить в натуру, необходимо, чтобы модель была механически подобна натуре. При этом прежде всего должно соблюдаться геометрическое подобие, т. е. все размеры модели должны быть в одинаковое число раз уменьшены по сравнению с соответствующими размерами натуры:

$$L_н / L_м = \alpha_L, \tag{12.1}$$

где $L_н$ — некоторый линейный размер натурного потока;

$L_м$ — соответствующий размер потока в модели;

α_L — линейный масштаб модели, показывающий, во сколько раз размеры модели уменьшены по сравнению с натурой.

Кроме этого, необходимо, чтобы потоки в натуре и модели были динамически подобными. Для этого силы, определяющие рассматриваемое явление, должны быть в модели уменьшены по сравнению с натурой в одно и то же число раз:

$$P_н / P_м = \alpha_P, \tag{12.2}$$

где α_P — масштаб сил.

Для масштаба сил справедливо соотношение

$$\alpha_P = \alpha_\rho \alpha_L^2 \alpha_v^2 \tag{12.3}$$

($\alpha_\rho = \rho_н / \rho_м$ — масштаб плотностей, а $\alpha_v = v_н / v_м$ — масштаб скоростей), которое выражает общий закон динамического подобия Ньютона:

$$P_н / P_м = \frac{\rho_н v_н^2 L_н^2}{\rho_м v_м^2 L_м^2}. \tag{12.4}$$

Вводя число Ньютона $Ne = \frac{P}{\rho L^2 v^2}$, выражение (12.4) можно представить в виде

$$Ne = \frac{P_н}{\rho_н v_н^2 L_н^2} = \frac{P_м}{\rho_м v_м^2 L_м^2}, \tag{12.5}$$

т. е. отношение действующих на подобные частицы сил к силам инерции этих частиц должно иметь одинаковое значение в сходственных точках подобных потоков.

При соблюдении геометрического и динамического подобия будет наблюдаться также и кинематическое подобие, т. е. скорости, ускорения, перемещения частиц в модели будут соответственно и в одних и тех же отношениях уменьшены по сравнению

с натурой. Силами, определяющими гидроаэродинамические процессы, являются силы трения, силы тяжести, силы упругости и силы поверхностного натяжения.

В случае, когда решающее значение имеют силы трения, основное условие динамического подобия принимает вид [1]

$$\lambda_н = \lambda_м, \tag{12.6}$$

т. е. коэффициенты гидравлического трения в натуре и модели должны быть равны между собой.

Если касательные напряжения определяются законом трения Ньютона (так называемое вязкое трение), то условие (12.6) будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Re}_н = \mathrm{Re}_м \\ \text{или}\quad &\frac{v_н L_н}{\nu_н} = \frac{v_м L_м}{\nu_м}, \end{aligned}\right\} \tag{12.7}$$

т. е. должно быть обеспечено равенство в натуре и модели чисел Рейнольдса В этом случае также справедливо соотношение (12.7).

Когда решающее значение в рассматриваемом процессе имеют силы тяжести, для достижения динамического подобия необходимо соблюдение условия

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Fr}_н = \mathrm{Fr}_м \\ \text{или}\quad &\left(\frac{v^2}{gL}\right)_н = \left(\frac{v^2}{gL}\right)_м, \end{aligned}\right\} \tag{12.8}$$

т. е. должно быть обеспечено равенство в натуре и модели чисел Фруда.

Если преобладающее влияние в рассматриваемом гидравлическом явлении принадлежит силам поверхностного натяжения, то условие динамического подобия принимает вид

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{We}_н = \mathrm{We}_м \\ \text{или}\quad &(\rho v^2 L/\sigma)_н = (\rho v^2 L/\sigma)_м, \end{aligned}\right\} \tag{12.9}$$

т. е. должно быть обеспечено равенство в натуре и модели чисел Вебера.

В случае, когда преобладающее влияние в рассматриваемом явлении принадлежит сжимаемости жидкости, то условие динамического подобия принимает вид

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Ma}_н = \mathrm{Ma}_м \\ \text{или}\quad &(v/a)_н = (v/a)_м, \end{aligned}\right\} \tag{12.10}$$

т. е. должно соблюдаться в натуре и модели равенство чисел Маха.

§ 80. Моделирование течений в напорных трубопроводах

При моделировании установившегося равномерного напорного движения жидкости в трубопроводах для обеспечения гидравлического подобия между натурным и модельным трубопроводами необходимо соблюдать условие (12.6). В модели должен быть обеспечен турбулентный режим (если таковой имеет место в натуре), т. е. должно соблюдаться неравенство $Re_м > 2000$.

Условие (12.6) достаточно для обеспечения приближенного гидравлического подобия даже в тех случаях, когда отсутствует геометрическое подобие шероховатости [1].

С учетом формулы (3.11) это условие приводит к следующему соотношению для скоростей в модели $v_м$ и в натуре $v_н$:

$$\frac{v_м}{v_н} = \alpha_L \frac{68\,\nu_м}{68\,\nu_н + v_н\,(k_н - \alpha_L\,k_м)}; \qquad (12.11)$$

здесь k — эквивалентная равномерно-зернистая шероховатость;

$$\alpha_L = d_н/d_м. \qquad (12.12)$$

Если геометрическое подобие распространено на шероховатости, т. е. $k_н = \alpha_L k_м$, то из уравнения (12.11) получим:

$$v_м/v_н = \alpha_L\,\nu_м/\nu_н, \qquad (12.13)$$

а для модели, в которой используется та же жидкость, что и в натуре,

$$v_м/v_н = \alpha_L. \qquad (12.14)$$

Условия (12.13) и (12.14) следуют также из закона подобия Рейнольдса.

Если трубопровод в модели и натуре имеет одну и ту же шероховатость, т. е. $k_н = k_м = k_э$, из (12.11) имеем:

$$\frac{v_м}{v_н} = \alpha_L \frac{68\,\nu_м}{68\,\nu_н + v_н\,k_э\,(1 - \alpha_L)}. \qquad (12.15)$$

Из этой формулы следует, что лишь в случае очень гладких поверхностей $[k_э v_н (1 - \alpha_L) \ll 68\nu_н]$ при моделировании можно пользоваться правилом Рейнольдса.

При моделировании местных сопротивлений на трубопроводах, кроме условия (12.6), следует обеспечить также равенство в натуре и модели коэффициентов местных сопротивлений, т. е. $\zeta_м = \zeta_н$. Для этого обычно достаточно соблюсти геометрическое подобие исследуемых местных сопротивлений.

Когда моделируют трубопровод в целом, необходимо обеспечить, чтобы суммарные потери на трение в натуре $H_н$ и модели $H_м$ подчинялись условию геометрического подобия, т. е.

$H_н/H_м=\alpha_L$. В этом случае необходимый масштаб модели находят из формулы

$$\alpha_L^{3/2}=1+v_н\frac{k_н-\alpha_L k_м}{68\nu}, \qquad (12.16)$$

а необходимую шероховатость модельного трубопровода — из выражения

$$k_м=\frac{1}{\alpha_L}\left[k_н-\frac{68\nu}{v_н}(\alpha_L^{3/2}-1)\right]. \qquad (12.17)$$

Пересчет полученных результатов в натуру производят по правилу Фруда.

§ 81. Моделирование равномерных течений в открытых неразмываемых руслах

При моделировании равномерных потоков в открытых неразмываемых (жестких) руслах гидравлическое подобие обеспечивается при соблюдении двух условий: $Fr_н=Fr_м$ и $C_н=C_м$.

В этом случае обязательно будет иметь место также равенство [1] $i_н=i_м$. Таким образом, при гидравлическом подобии всегда соблюдаются все три условия; при этом достаточно обеспечить любые два из них, чтобы третье соблюдалось автоматически.

Следовательно, при моделировании жестких открытых русел необходимо в модели создать тот же уклон, что и в натуре, а шероховатость модели и ее масштаб подобрать таким образом, чтобы число Фруда в модели было равно числу Фруда в натуре. Тогда будет обеспечено также равенство коэффициентов Шези модели и натуры.

Пересчет результатов модельных испытаний в натуру производят по правилу Фруда:

$$v_м/v_н=1/\sqrt{\alpha_L}. \qquad (12.18)$$

Шероховатость модели следует устанавливать на основании формул для коэффициента Шези, учитывающих влияние не только относительной шероховатости, но и числа Рейнольдса. Если исходить из формулы (6.8), то необходимая шероховатость модели, при которой возможен пересчет результатов по правилу Фруда, определяется выражением

$$\varepsilon_м=\frac{\varepsilon_н}{\alpha_L}+\frac{0{,}004}{\sqrt{R_н i}}\left(\frac{1}{\alpha_L}-\sqrt{\alpha_L}\right). \qquad (12.19)$$

Из этого уравнения в зависимости от выбранного масштаба модели устанавливают значение ε. Масштаб модели определяют из условия сохранения турбулентного режима, а также из возможностей лаборатории. Значения ε, подсчитанные по формуле (6.8) для материалов, применяемых в лабораторных моделях, приведены в табл. 12.1 (по П. П. Пальгунову).

Таблица 12.1

Поверхность	Значения ε, мм
Исключительно гладкая (эмалированная, глазурованная и т. д.); гладкая, покрытая лаком	0—0,1
Из плит, изготовленных в промасленных фанерных формах из портландцемента и песка в соотношении 1 : 3	0,006—0,015
Из блоков, выполненных из заглаженного бетона .	0,015—0,03
Из чистой цементной штукатурки	0,02—0,03
Гладкая, покрытая лаком, в свежем состоянии посыпанная песком с диаметром зерен 0,7 мм, потом снова покрытая лаком	0,06—0,12
Гладкая, покрытая масляной краской, в свежем состоянии посыпанная песком с диаметром зерен:	
0,7 мм	0,03—0,06
2 мм	0,4—0,7

§ 82. Примеры

Пример 12.1. Стальной новый трубопровод диаметром $d=200$ мм, по которому будет транспортироваться вода, для определения сопротивлений продувается воздухом в аэродинамической лаборатории. Определить необходимую скорость воздуха $v_м$ при продувке, если скорость воды $v_н=1$ м/с; температура 20°С.

Решение. Скорость воздуха находим по формуле (12.11):

$$\frac{v_м}{v_н}=\alpha_L\frac{68\,\nu_м}{68\,\nu_н+v_н\,(k_н-\alpha_L\,k_м)}.$$

Имеем: $k_н=k_м$; $d_н=d_м$; $\alpha_L=1$. Тогда

$$v_м=\nu_м/\nu_н.$$

Принимая по таблицам $\nu_н=1\cdot10^{-6}$ м²/с и $\nu_м=15{,}7\cdot10^{-6}$ м²/с, получаем:

$$v_м=1\,\frac{15{,}7\cdot10^{-6}}{1\cdot10^{-6}}=15{,}7\text{ м/с}.$$

Пример 12.2. Водяная модель для изучения движения дымовых газов в дымоходе парового котла сделана в масштабе 1 : 10 ($\alpha_L=10$). Определить необходимую скорость движения воды в модели $v_м$ при следующих данных: скорость движения газов $v_н=10$ м/с; кинематическая вязкость газов $\nu_н=$

$=1{,}3\cdot10^{-4}$ м²/с (при температуре газов $t_н=800°C$); температура воды в модели $t_м=10°C$; диаметр дымохода $d_н=0{,}5$ м, а шероховатость его внутренней поверхности $k_н=5\cdot10^{-5}$ м; материал трубопровода в модели тот же, что и в натуре, т. е. $k_м=k_н$

Решение. Модель должна быть гидродинамически подобна натуре. Для этого необходимо, чтобы коэффициенты гидравлического трения в модели и натуре были одинаковы, т. е. $\lambda_н=\lambda_м$. Это требование приводит к условию (12.11):

$$\frac{v_м}{v_н}=\alpha_L\,\frac{68\,\nu_м}{68\,\nu_н+v_н\,(k_н-\alpha_L\,k_м)},$$

где $\alpha_L=d_н/d_м$.

Подставляя заданные величины, получаем.

$$\frac{v_м}{v_н}=10\,\frac{68\cdot1{,}31\cdot10^{-6}}{68\cdot1{,}3\cdot10^{-4}+10\cdot5\cdot10^{-5}\,(1-10)}=0{,}2,$$

т е скорость движения воды в модели дымохода

$$v_м=0{,}2\,v_н=0{,}2\cdot10=2\ м/с.$$

Пример 12.3. Необходимо проверить в лаборатории процесс промывки горизонтального котла, имеющего в натуре следующие размеры: диаметр $d_н=1{,}65$ м; длина $l_н=10{,}5$ м. Промывка производится при температуре $t_н=60°C$ ($\nu_н=4{,}8\cdot10^{-7}$ м²/с) с расходом через продувочный вентиль $Q_н=0{,}07$ м³/с.

Решение. Задача исследований в модели состоит в установлении характера обтекания водой дымогарных труб, связанного с появлением вихрей и отслаиванием шлама от труб. Модель рассчитываем по правилу Рейнольдса $Re_н=Re_м$, так как при равенстве чисел Рейнольдса в модели и натуре можно ожидать одинаковой картины обтекания, а следовательно, и близкого к действительным условиям эффекта от действия промывки.

Примем масштаб модели $\alpha_L=20$, т. е. длина котла в модели будет $l_м=10{,}5/20=0{,}525$ м, диаметр $d_м=1{,}65/20=0{,}0825$ м Моделирование проводим на воде с температурой $t_м=20°C$ ($\nu_м=1\cdot10^{-6}$ м²/с).

Скорость опускания уровня воды в котле

$$v_н=\frac{Q_н}{\omega_н}=\frac{70\cdot10^{-3}}{10{,}5\cdot1{,}65}=0{,}004\ м/с.$$

Исходя из правила Рейнольдса $v_м l_м/\nu_м=v_н l_н/\nu_н$, определяем необходимую скорость опускания уровня в модели:

$$v_м=\frac{v_н\,l_н\,\nu_м}{\nu_н\,l_м}=\frac{v_н\,\alpha_L\,\nu_м}{\nu_н}=$$

$$=\frac{0{,}004\cdot20\cdot1\cdot10^{-6}}{4{,}8\cdot10^{-7}}=0{,}168\ м/с,$$

т. е. значительно больше, чем в натуре.

Расход воды в модели

$$Q_м=\omega_м\,v_м=0{,}525\cdot0{,}0825\cdot0{,}168=$$

$$=7{,}26\cdot10^{-3}\ м^3/с.$$

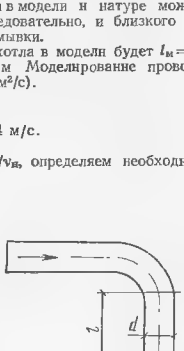


Рис. 12.1

Пример 12.4. На новом стальном трубопроводе диаметром $d_н=0{,}5$ м установлена измерительная диафрагма, перед которой расположено колено. Определить минимальное расстояние от колена до диафрагмы в натуре и в модели масштаба 1 : 10 ($\alpha_L=10$), если модель выполнена из новой стальной трубы (рис. 12.1). Трубопроводы в натуре и в модели работают в квадратичной области сопротивления.

Решение. Местные сопротивления оказывают влияние друг на друга, если расстояние между ними меньше, чем [см формулу (4.24)]

$$l_{вл} = (12/\sqrt{\lambda} - 50)\, d\,.$$

Коэффициенты гидравлического трения натурного и модельного трубопроводов находим по формуле (3.10):

$$\lambda_н = 0{,}11\,(k_э/d_н)^{0{,}25} = 0{,}11\,(10^{-4}/0{,}5)^{0{,}25} = 0{,}0134;$$

$$\lambda_м = 0{,}11\,(k_э/d_м)^{0{,}25} = 0{,}11\,(10^{-4}/0{,}05)^{0{,}25} = 0{,}0238.$$

Наименьшее расстояние от диафрагмы до колена в натуре

$$l_{вл.н} = (12/\sqrt{0{,}0134} - 50)\,0{,}5 = 27\ м;$$

в модели

$$l_{вл.м} = (12/\sqrt{0{,}0238} - 50)\,0{,}05 = 1{,}4\ м.$$

Таким образом, $l_{вл\,м}$ значительно меньше расстояния $l_{вл\,н}=2{,}7$ м, которое соответствует условию геометрического подобия.

Пример 12.5. Требуется определить в модели подпор воды в реке $h_н$, вызываемый устройством моста. Длина мостовой опоры $l_н=24$ м; ширина ее $b_н=4{,}3$ м; глубина воды в русле (до устройства моста) $h_н=8{,}2$ м; средняя скорость течения воды $v_н=2{,}3$ м/с; расход воды в реке $Q_н=1650$ м³/с.

Решение. Выбираем масштаб модели (по условиям лаборатории) $\alpha_L=50$. Затем находим линейные размеры модели.

длина опоры $l_м=24/50=0{,}48$ м;

ширина $b_м=4{,}3/50=0{,}083$ м.

Определяем глубину потока в модели:

$$h_м = 8{,}2/50 = 0{,}164\ м.$$

Необходимую скорость течения воды в модели находим исходя из равенства чисел Фруда в натуре и модели:

$$\frac{v_н^2}{g\,l_н} = \frac{v_м^2}{g\,l_м}$$

или

$$v_н^2/v_м^2 = l_н/l_м = \alpha_L,$$

т. е.

$$v_м = v_н/\sqrt{\alpha_L} = 2{,}3/\sqrt{50} = 0{,}325\ м/с.$$

Необходимый расход воды в модели

$$Q_н/\alpha_L^{5/2} = 1650/50^{5/2} = 0{,}0928\ м^3/с.$$

Проведенные в модели опыты показали, что подпор $h_м=0{,}018$ м.

В натуре подпор будет:

$$h_н = \alpha_L\, h_м = 50 \cdot 0{,}018 = 0{,}9\ м.$$

Пример 12.6 Для пропуска расхода воды $Q_н=1870$ м³/с запроектирован канал с уклоном дна $i_н=0{,}0004$, глубиной воды $h_н=2{,}45$ м, шириной по дну $b_н=50$ м и коэффициентом откоса $m_н=1$. Работа канала должна быть проверена в модели Требуется рассчитать модель.

Решение. Выбираем масштаб модели исходя из возможностей лаборатории: $\alpha_L = 100$. Затем определяем геометрические размеры модели канала:

глубина воды в модели

$$h_м = h_н/100 = 2{,}45/100 = 0{,}0245 \text{ м};$$

ширина модели по дну

$$b_м = b_н/100 = 50/100 = 0{,}5 \text{ м};$$

уклон дна модели принимаем равным уклону дна в натуре, т. е.

$$i_м = i_н = 0{,}0004;$$

коэффициент откоса модели принимаем тот же, что и в натуре, т. е. $m_м = m_н$.

Находим среднюю скорость течения воды в натурном канале:

$$v_н = \frac{Q_н}{(b_н + m_н h_н)\, h_м} = \frac{1870}{(50 + 1 \cdot 2{,}45)\ 2{,}45} = 1{,}45 \text{ м/с}.$$

Затем определяем среднюю скорость и расход в модели, пользуясь правилом Фруда:

$$v_м = v_н/\sqrt{\alpha_L} = 1{,}4/\sqrt{100} = 0{,}145 \text{ м/с};$$

$$Q_м = Q_н/\alpha_L^{5/2} = 1870/100^{2,5} = 0{,}0187 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Число Рейнольдса для потока в модели

$$\mathrm{Re}_м = \frac{v_м h_м}{\nu} = \frac{2{,}45 \cdot 0{,}145}{1 \cdot 10^{-6}} = 3620.$$

Следовательно, в модели будет обеспечен турбулентный режим.

Находим коэффициент Шези для потока в натуре

$$C_н = \frac{Q_н}{\omega_н \sqrt{R_н i_н}} = \frac{1870}{1260\ \sqrt{2{,}45 \cdot 0{,}0004}} = 47{,}3 \text{ м}^{1/2}/\text{с}.$$

Шероховатость русла натурного участка определяем по формуле (6.10):

$$C_н = 20 \lg \frac{R_н}{\varepsilon_н}.$$

Подставляя значения $C_н$ и $R_н$, имеем:

$$47{,}3 = 20 \lg \frac{2450}{\varepsilon_н};$$

$$\varepsilon_н = 10{,}6 \text{ мм}.$$

Необходимую шероховатость модели определяем исходя из требования $C_н = C_м$, которое приводит к условию (12.19):

$$\varepsilon_м = \frac{\varepsilon_н}{\alpha_L} + \frac{0{,}004}{\sqrt{R_н i}} \left(\frac{1}{\alpha_L} - \sqrt{\alpha_L}\right) =$$

$$= \frac{10{,}6}{100} + \frac{0{,}004}{\sqrt{2450 \cdot 0{,}0004}} \left(\frac{1}{100} - 10\right) = 0{,}065 \text{ мм}.$$

Принимаем поверхность модели из цементной штукатурки (см. табл. 6.3).

Полученная скорость в модели меньше 0,23 м/с. Поэтому может быть ощутимым влияние сил поверхностного натяжения. Для увеличения скорости в модели можно увеличить ее масштаб или принять искаженную модель.

Приложение 3

УСЛОВНАЯ И КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ВЯЗКОСТЬ

Условная вязкость, °Е	Кинематическая вязкость, $см^2/с$	Условная вязкость, °Е	Кинематическая вязкость, $см^2/с$	Условная вязкость, °Е	Кинематическая вязкость, $см^2/с$

Приложение 1

ПЛОТНОСТЬ ρ КАПЕЛЬНЫХ ЖИДКОСТЕЙ (ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ 20°С)

Жидкость	ρ, кг/м³	Жидкость	ρ, кг/м³
Анилин	945	Масло касторовое	970
Бензол	876—880	» льняное	930
Бензин авиационный	739—780	» минеральное	877—892
Битум жидкий	1050	Нефть	760—900
Вода пресная	998,2	Ртуть	13 550
» морская	1002—1030	Спирт этиловый безводный	790
Глицерин безводный	1250	Хлористый натрий (26%-ный раствор)	1100
Деготь каменноугольный	1030	Штукатурные растворы	2000—2500
Керосин	792—860	Эфир этиловый	715—719
Красочные составы (готовые к употреблению)	900—1200		

Приложение 2

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ВЯЗКОСТЬ НЕКОТОРЫХ ЖИДКОСТЕЙ (ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ 20°С)

Жидкость	ν·10⁶, м²/с	Жидкость	ν·10⁶, м²/с
Анилин	4,3	Масло касторовое	1002
Бензин[1]	0,83—0,93	» льняное	55
Вода пресная	1,01	» минеральное	313—1450
Глицерин безводный	4,1	Нефть[1]	8,1—9,3
Дизельное топливо	5	Ртуть	0,11
Керосин[1]	2—3	Спирт этиловый безводный	1,51
Красочные растворы (готовые к употреблению)	90—120	Хлористый натрий (26%-ный раствор)	1,53

[1] При температуре 15°С.

1	0,01	5,6	0,3981	11	0,7984
1,1	0,023	5,7	0,4056	11,5	0,8352
1,2	0,0351	5,8	0,4132	12	0,872
1,3	0,0465	5,9	0,4206	12,5	0,9087
1,4	0,0573	6	0,4281	13	0,9454
1,5	0,0676	6,1	0,4356	13,5	0,9822
1,6	0,0776	6,2	0,443	14	1,0189
1,7	0,0872	6,3	0,4505	14,5	1,0556
1,8	0,0965	6,4	0,458	15	1,0923
1,9	0,1057	6,5	0,4654	15,5	1,128
2	0,1147	6,6	0,4729	16	1,1657
2,1	0,1235	6,7	0,4804	16,5	1,2023
2,2	0,1321	6,8	0,4878	17	1,239
2,3	0,1407	6,9	0,4953	17,5	1,2756
2,4	0,1491	7	0,5027	18	1,3123
2,5	0,1575	7,1	0,5101	18,5	1,3489
2,6	0,1658	7,2	0,5176	19	1,3856
2,7	0,174	7,3	0,525	19,5	1,4222
2,8	0,1821	7,4	0,5324	20	1,4588
2,9	0,1902	7,5	0,5398	21	1,5321
3	0,1983	7,6	0,5473	22	1,6053
3,1	0,2063	7,7	0,5547	23	1,6786
3,2	0,2142	7,8	0,5621	24	1,7518
3,3	0,2221	7,9	0,5695	25	1,825
3,4	0,23	8	0,5769	26	1,8982
3,5	0,2378	8,1	0,5843	27	1,9714
3,6	0,2456	8,2	0,5916	28	2,0446
3,7	0,2534	8,3	0,5991	29	2,1178
3,8	0,2612	8,4	0,6065	30	2,1909
3,9	0,2589	8,5	0,6139	32	2,3372
4	0,2766	8,6	0,6213	34	2,4835
4,1	0,2843	8,7	0,6287	36	2,6298
4,2	0,292	8,8	0,6361	38	2,7761
4,3	0,2996	8,9	0,6435	40	2,9224
4,4	0,3073	9	0,6508	45	3,2881
4,5	0,3149	9,1	0,6583	50	3,6537
4,6	0,3225	9,2	0,6657	55	4,0193
4,7	0,3301	9,3	0,6731	60	4,385
4,8	0,3377	9,4	0,6804	65	4,7505
4,9	0,3452	9,5	0,6878	70	5,1161
5	0,3529	9,6	0,6952	75	5,4817
5,1	0,3604	9,7	0,7026	80	5,8472
5,2	0,368	9,8	0,71	85	6,2128
5,3	0,3755	9,9	0,7173	90	6,5783
5,4	0,383	10	0,7247	95	6,9438
5,5	0,3906	10,5	0,7616	100	7,3094

8* Зак 601

Приложение 4

ПЛОТНОСТЬ И КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ВЯЗКОСТЬ СУХОГО ВОЗДУХА (p=98 кПа)

Температура t, °С	Плотность ρ, кг/м³	Кинематическая вязкость $\nu \cdot 10^6$, м²/с	Температура t, °С	Плотность ρ, кг/м³	Кинематическая вязкость $\nu \cdot 10^6$, м²/с
—50	1,26	9,54	70	1,02	20,45
—20	1,29	11,93	80	0,99	21,7
0	1,28	13,7	90	0,96	22,9
10	1,23	14,7	100	0,935	23,8
20	1,185	15,7	200	0,74	32,82
30	1,15	16,6	300	0,61	49,9
40	1,11	17,6	400	0,52	64,9
50	1,08	18,6	500	0,46	80,4
60	1,045	19,6	1000	0,274	185

Приложение 5

ПЛОТНОСТЬ И КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ВЯЗКОСТЬ НЕКОТОРЫХ ГАЗОВ (p=100 кПа)

Газ	Температура t, °С	Плотность ρ, кг/м³	Кинематическая вязкость, $\nu \cdot 10^6$, м²/с
Воздух	15	1,21	14,5
Водород	15	0,085	94,5
Кислород	15	1,34	1,4
Углекислый газ	15	1,84	7,2
Саратовский »	0	0,78	14
Газ Ленинградского коксогазового завода	0	0,54	24

Приложение 6

ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ (ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ 20°С)

Жидкость	σ, Н/м	Жидкость	σ, Н/м
Бензол	0,029	Нефть	0,025
Вода	0,073	Ртуть	0,49
Глицерин	0,065	Спирт	0,0225
Мыльная вода	0,04		

Приложение 7

ДАВЛЕНИЕ НАСЫЩЕННЫХ ПАРОВ ВОДЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Температура воды, °С	−30	−20	−10	0	10	20	30	40	50
Давление паров, Па	50,5	125,6	279,6	612	1179	2335	4240	7360	12 320

Приложение 8

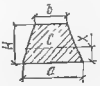
ЗАВИСИМОСТЬ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ ОТ ВЫСОТНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ МЕСТНОСТИ

Высота над уровнем моря, м	0	100	200	300	400	500	600	800	1000	1 500	2000
Атмосферное давление, кПа	101	100	99	97,5	96,5	95	94	92	90	84,5	80

Приложение 9

ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКИХ ФИГУР И ФОРМУЛЫ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ, ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

	$x=\frac{H}{2}$; $J_0=\frac{bH^3}{12}$
	$x=\frac{D}{2}$; $J_0=\frac{\pi D^4}{64}=\frac{D^4}{20,4}$
	$x=\frac{H}{3}$; $J_0=\frac{bH^3}{36}$

	$x=\frac{H}{3}\,\frac{2b+a}{a+b}$; $J_0=\frac{H^3(a^2+4ab+b^2)}{36(a+b)}$
	$x=0{,}424\,r=\frac{D}{4{,}71}$; $J_0=\frac{D^4}{145{,}4}$

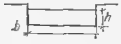
Приложение 10

ПЛОТНОСТЬ И МОДУЛЬ УПРУГОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Материал	Плотность $\rho\cdot10^{-3}$, кг/м³	Модуль упругости $E\cdot10^{-10}$, Па	Материал	Плотность $\rho\cdot10^{-3}$, кг/м³	Модуль упругости $E\cdot10^{-10}$, Па
Алюминий	2,7	7,05	Латунь	8,5	10
Бетон	—	2,12	Лед	0,92	0,28
Висмут	9,8	3,19	Магний	1,74	4,26
Вольфрам	19,15	41,1	Медь	8,9	12,98
Дерево:			Мрамор	2,7	3,5
дуб	0,7	1,3	Никель	8,8	20,4
сосна	0,5	0,9	Платина	21,4	16,8
красное	0,8	0,88	Свинец	11,3	1,62
Дюралюминий	2,8	7,1	Серебро	10,5	8,27
Железо (сталь)	7,8	21,2	Стекло	3	6
Золото	19,3	7,8	Цинк	7,1	9
Кварц	2,65	7,3	Чугун	7	11,5

Приложение 11

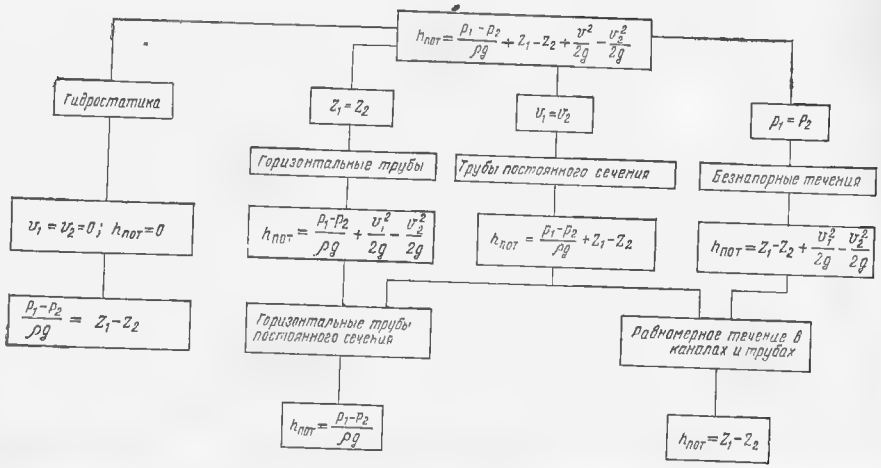
ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ РАДИУСЫ ДЛЯ ПОТОКОВ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ (ПО А. И. КУПРИНУ)

Форма потока	Живое сечение	Смоченный периметр	Гидравлический радиус
	bh	$b+2h$	$\frac{bh}{b+2h}$

Форма потока	Живое сечение	Смоченный периметр	Гидравлический радиус
	a^2	$4a$	$\frac{a}{4}$
	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd	$\frac{d}{4}$
	$\frac{\sqrt{3}}{4} b^2$	$3b$	$\frac{b}{4\sqrt{3}}$
	$\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)$	$\pi(D+d)$	$\frac{b}{2}$
	b^2-a^2	$4(b+a)$	$\frac{c}{2}$
	$bh+\frac{h^2}{\operatorname{tg}\theta}$	$b+\frac{2h}{\sin\theta}$	$\frac{h(h+b\operatorname{tg}\theta)}{\operatorname{tg}\theta\left(b+\frac{2h}{\sin\theta}\right)}$
	$\frac{d^2}{4}(\pi-2)$	$\frac{d(\pi\sqrt{2}+4)}{\sqrt{2}}$	$\frac{d\sqrt{2}(\pi-2)}{4(\pi\sqrt{2}+4)}$
	$R^2\left(\frac{\pi\alpha}{360}-\frac{\sin\alpha}{2}\right)$	$\frac{\pi R\alpha}{180}$	$\left(\frac{\pi\alpha}{360}-\frac{\sin\alpha}{2}\right)\frac{180}{\pi\alpha}$

Приложение 12

СХЕМА К УРАВНЕНИЮ БЕРНУЛЛИ



Приложение 13

ЗАВИСИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТА РАСХОДА ВОДОМЕРА ВЕНТУРИ ОТ ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА (ПРИ $d_2/d_1=0{,}5$)

Re	200	400	600	800	1000
μ	0,70	0,80	0,84	0,86	0,88

Продолжение

Re	4000	10 000	20 000	40 000	300 000	$1\cdot10^6$
μ	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99

Примечание. Число Re относится к узкому сечению водомера.

Приложение 14

СВЯЗЬ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТОМ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ТРЕНИЯ λ И КОЭФФИЦИЕНТОМ ШЕЗИ C

C, м$^{1/2}$/с	λ	C, м$^{1/2}$/с	λ	C, м$^{1/2}$/с	λ
10	0,785	35	0,064	60	0,022
15	0,345	40	0,049	70	0,016
20	0,196	45	0,039	80	0,012
25	0,125	50	0,031	90	0,010
30	0,087	55	0,026	100	0,008

Приложение 15

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ТРЕНИЯ λ (ПО ФОРМУЛЕ А. Д. АЛЬТШУЛЯ ПРИ $k_э$ =0,02 мм) ПРИ ДВИЖЕНИИ ВОЗДУХА В НОВЫХ ТРУБАХ ИЗ КРОВЕЛЬНОЙ СТАЛИ (ПО Е. К. ГРОМЦЕВУ)

Диаметр трубы d, мм	Коэффициент λ при скорости воздушного потока v, м/с						
	10	15	20	25	30	35	40
100	0,0204	0,0187	0,0177	0,0170	0,0164	0,0159	0,0156
110	0,0200	0,0183	0,0173	0,0165	0,0160	0,0155	0,0152
120	0,0195	0,0179	0,0169	0,0162	0,0157	0,0153	0,0149
130	0,0192	0,0176	0,0165	0,0159	0,0154	0,0149	0,0146
140	0,0188	0,0172	0,0163	0,0165	0,0160	0,0146	0,0143
150	0,0186	0,0170	0,0160	0,0153	0,0148	0,0144	0,0140
160	0,0182	0,0166	0,0157	0,0150	0,0145	0,0142	0,0138
170	0,0180	0,0165	0,0155	0,0148	0,0143	0,0140	0,0137

Диаметр трубы d, мм	Коэффициент λ при скорости воздушного потока v, м/с						
	10	15	20	25	30	35	40
180	0,0177	0,0162	0,0153	0,0146	0,0141	0,0138	0,0135
190	0,0175	0,0161	0,0151	0,0145	0,0140	0,0136	0,0133
200	0,0172	0,0158	0,0149	0,0143	0,0138	0,0134	0,0131
210	0,0170	0,0157	0,0148	0,0141	0,0137	0,0133	0,0130
220	0,0168	0,0154	0,0145	0,0139	0,0135	0,0131	0,0128
230	0,0166	0,0162	0,0144	0,0138	0,0133	0,0130	0,0127
240	0,0154	0,0151	0,0142	0,0136	0,0132	0,0128	0,0125
250	9,0163	0,0149	0,0141	0,0135	0,0131	0,0127	0,0124
260	0,0162	0,0148	0,0140	0,0134	0,0130	0,0126	0,0123

Приложение 16

ЗНАЧЕНИЯ λ, ПОДСЧИТАННЫЕ ПО ФОРМУЛЕ (3.14)

d, м	λ	d, м	λ	d, м	λ
1	0,0210	1,75	0,0178	3	0,0151
1,25	0,0196	2	0,0171	4	0,0139
1,5	0,0186	2,5	0,0161	5	0,0116

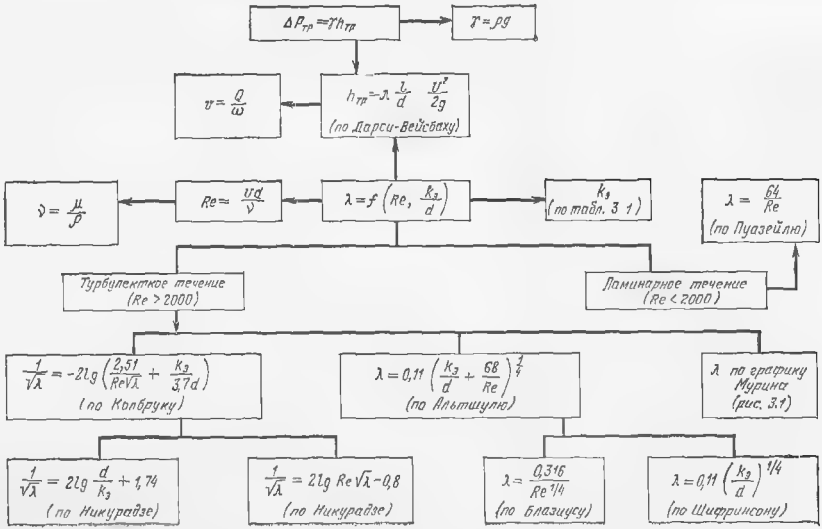
Приложение 17

ЗНАЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ФОРМЫ A И ЭКВИВАЛЕНТНОГО ДИАМЕТРА $d_э$

Форма живого сечения	$d_э$	A
Круг диаметром d	d	64*
Квадрат со стороной a	a	57
Равносторонний треугольник со стороной a	0,58 a	53
Кольцевой просвет шириной a	2 a	96
Прямоугольник со сторонами a и b.		
$a/b \approx 0$	$2a$	96
$a/b = 0,25$	1,6 a	73
$a/b = 0,5$	1,3 a	62

* В круглых трубах с заметной шероховатостью величина λ возрастает по сравнению с формулой (3.18), и для них более правильно принимать $A = 75 \div 85$

СХЕМА К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОТЕРЬ ДАВЛЕНИЯ ПО ДЛИНЕ В ТРУБАХ



Приложение 19

ОТНОШЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ СКОРОСТИ К СРЕДНЕЙ И КОЭФФИЦИЕНТ КОРИОЛИСА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В ТРУБАХ (ПО А. Д. АЛЬТШУЛЮ)

λ	$u_{макс}/v$	α	λ	$u_{макс}/v$	α
0,005	1,096	1,014	0,016	1,171	1,042
0,006	1,105	1,016	0,017	1,176	1,045
0,007	1,113	1,019	0,018	1,181	1,048
0,008	1,121	1,021	0,019	1,186	1,050
0,009	1,128	1,024	0,020	1,191	1,053
0,010	1,135	1,027	0,025	1,214	1,066
0,011	1,142	1,029	0,030	1,234	1,079
0,012	1,148	1,032	0,035	1,253	1,093
0,013	1,154	1,034	0,040	1,270	1,106
0,014	1,160	1,037	0,045	1,287	1,119
0,015	1,165	1,040	0,050	1,302	1,133

Приложение 20

ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ РАВНОМЕРНОГО НАПОРНОГО ТЕЧЕНИЯ В КРУГЛЫХ ТРУБАХ

Величина	Ламинарное течение	Турбулентное течение
Потери напора на трение	$h_л = \frac{32 \cdot l v}{g d^2}$	$h_л = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$
Коэффициент гидравлического трения	$\lambda = \frac{64}{Re}$	$\lambda = 0,11\left(\frac{k_э}{d} + \frac{68}{Re}\right)^{0,25}$
Распределение осредненных скоростей по сечению	$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{2\nu}\left(2y - \frac{y^2}{2}\right)$	$\frac{u}{u_*} = 7,8 - 5,75\lg \times \left(\frac{2,5\nu}{u_* y} + \frac{0,76 k_э}{y}\right)$
Отношение местной скорости к максимальной	$\frac{u}{u_{макс}} = \frac{y}{r_0}\left(2 - \frac{y}{r_0}\right)$	$\frac{u}{u_{макс}} = \left(\frac{y}{r_0}\right)^{0,97\sqrt{\lambda}}$
Отношение средней (по сечению) скорости к максимальной	$\frac{v}{u_{макс}} = 0,5$	$\frac{u_{макс}}{v} = 1 + 1,35\sqrt{\lambda}$
Положение слоя, движущегося со средней скоростью	$y_v = 0,293 r_0$	$y_v = 0,223 r_0$

Величина	Ламинарное течение	Турбулентное течение
Коэффициент Кориолиса	$\alpha = 2$	$\alpha = 1 + 2{,}65\,\lambda$
Длина начального участка	$l_н = 0{,}029\, d\,\mathrm{Re}$	$l_н = \frac{2{,}45}{\sqrt{\lambda}} d$
Касательное напряжение	$\tau = \mu \frac{du}{dy}$	$\tau = (\mu + A)\frac{du}{dy}$
Коэффициент турбулентной вязкости	—	$A = \alpha u_* \rho y$

Приложение 21

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА $\zeta_{вн\ р\ 2}$ ПРИ ВНЕЗАПНОМ РАСШИРЕНИИ ТРУБОПРОВОДА

$n = \omega_2/\omega_1$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$\zeta_{вн.\ р\ 2}$	81	54	49	36	25	16	9	4	1	0

Приложение 22

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА $\zeta_{вн\ с}$ ПРИ ВНЕЗАПНОМ СУЖЕНИИ ТРУБОПРОВОДА

$n = \omega_2/\omega_1$	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\zeta_{вн\ с}$	0,41	0,4	0,38	0,35	0,34	0,3	0,27	0,2	0,16	0,1	0

Приложение 23

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА $\zeta_{диафр}$ ДИАФРАГМЫ В ТРУБОПРОВОДЕ

$n_{диафр} = \omega_0/\omega$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\zeta_{диафр}$	224	60,2	19,9	9,8	4,4	2,4	1,22

Приложение 24

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА $\zeta_{вых}$ ПРИ ВЫХОДЕ ИЗ ТРУБЫ ЧЕРЕЗ ДИАФРАГМУ

$n=\omega_2/\omega_1$	0,11	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
ζ	268	66,5	28,9	15,5	9,81	5,8	3,7	2,38	1,56

Приложение 25

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА $\zeta_{ст}$ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ СВАРНЫХ СТЫКОВ (ПО А. Д. АЛЬТШУЛЮ И В. И. КАЛИЦУНУ)

Стык	$\zeta_{ст}$ при диаметре труб, мм							
	200	300	400	500	600	700	800	900
С подкладными кольцами, $\delta=5$ мм	0,06	0,03	0,018	0,013	0,009	0,007	0,006	0,005
Сварной (электродуговая и контактная сварка), $\zeta=3$ мм	0,026	0,0135	0,009	0,006	0,004	0,0023	0,0023	0,003

Приложение 26

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА $\zeta_{90°}$ ПРИ РЕЗКОМ ПОВОРОТЕ КРУГЛОЙ ТРУБЫ НА 90°

d, мм	20	25	34	39	49
$\zeta_{90°}$	1,7	1,3	1,1	1	0.83

Приложение 27

ЗНАЧЕНИЯ a В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЦЕНТРАЛЬНОГО УГЛА ПОВОРОТА ТРУБЫ α

α, град	20	30	40	50	50	70
a	0,40	0,55	0,65	0,75	0,83	0,88

Продолжение

α, град	30	90	100	120	140	160	180
a	0,95	1	1,05	1,13	1,20	1,27	1,33

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ТРУБОПРОВОДНОЙ АРМАТУРЫ (КВАДРАТИЧНАЯ ОБЛАСТЬ)

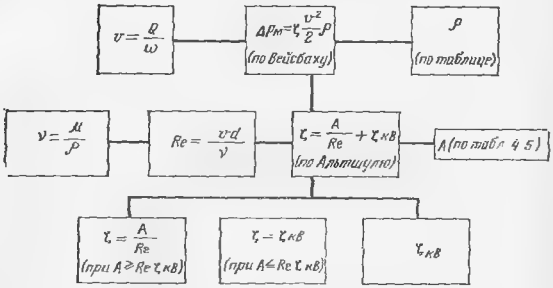
Арматура	$\zeta_{кв}$	Арматура	$\zeta_{кв}$
Приемные клапаны насосов	6—5	Кран проходной	2—4
Обратные клапаны	6,5—5,5	Вентиль с косым шпинделем («Косва»)	2—3
Вентиль обыкновенный	4—16	Шиберная задвижка	0,5—1,5
Задвижка «Москва» (полностью открытая)	0,12	Кран двойной регулировки	2—4
		Радиатор двухколонный	2

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ДЛЯ ЗАПОРНЫХ УСТРОЙСТВ В ТРУБОПРОВОДАХ (ПО Л. Г. ПОДВИДЗУ)

	S/d	D, мм	25	50	100	
Задвижка	1	$\zeta_{кв}$	0,33	0,16	0,14	
	3/4		0,9	0,68	0,55	
	1/2		4,1	3	2,6	
	1/4		32	20	16	
Вентиль	Полностью открытый	D, мм	13	25	50	100
		$\zeta_{кв}$	10,8	6,1	4,6	4,1
Дроссель с плоско скошенным диском	При $\frac{b}{D}=0,25$	α, град	0	10	30	60
		$\zeta_{кв}$	0,05—0,15	0,36	3,05	71,5
Кран конусный	—	α, град	5	20	40	70
		$\zeta_{кв}$	0,35	2,7	18,2	675

Приложение 30

СХЕМА К ОПРЕДЕЛЕНИЮ МЕСТНЫХ ПОТЕРЬ ДАВЛЕНИЯ В ТРУБАХ



Приложение 31

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА α ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ВОЗДУХОВОДОВ (ПО Г. Я. КРУПКИНУ)

Технологические операции, условия эксплуатации воздуховодов	Коэффициент возрастания шероховатости α, мм/год
Вытяжные шахты, подверженные атмосферным воздействиям (из неоцинкованной стали); гальванические участки никелирования, воронения и оксилирования, травления	0,36—0,96
Гальванические участки хромирования, полирования; заточные, наждачные, полировальные участки и участки сухой шлифовки	1,8—4,8
Пропиточные машины для приготовления пластика; участки бакелизации; кольцевые воздуховоды над плитами в кухнях; кондитерские печи; масляные ванны термических участков	3,6—14,4
Пайка радиодеталей на конвейерах (флюс — канифольный); пульверизационная окраска и мокрая шлифовка	8,4—26
Пайка радиодеталей на конвейерах (флюс — канифольно-стеариновый)	24—60

Приложение 32

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ШЕЗИ ПО ФОРМУЛЕ ПАВЛОВСКОГО

Гидравлический радиус R, м	Коэффициент C, м$^{1/2}$/с, при n							
	0,011	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
0,05	61,3	48,7	33,2	26,1	18,6	13,9	10,9	8,7
0,06	62,8	50,1	34,4	27,2	19,5	14,7	11,5	9,3
0,07	64,1	51,3	35,5	28,2	20,4	15,5	12,2	9,9
0,08	65,2	52,4	36,4	29	21,1	16,1	12,8	10,3
0,1	67,2	54,3	38,1	30,6	22,4	17,3	13,8	11,2
0,12	68,8	55,8	39,5	32,6	23,5	18,3	14,7	12,1
0,14	70,3	57,2	40,7	33	24,5	19,1	15,4	12,8
0,16	71,5	58,4	41,8	34	25,4	19,9	16,1	13,4
0,18	72,6	59,5	42,7	34,8	26,2	20,6	16,8	14
0,2	73,7	60,4	43,6	35,7	26,9	21,3	17,4	14,5
0,22	74,6	61,3	44,4	36,4	27,6	21,9	17,9	15
0,24	75,5	62,1	45,2	37,1	28,3	22,5	18,5	15,5
0,26	76,3	62,9	45,9	37,8	28,8	23	18,9	16
0,28	77	63,6	48,5	38,4	29,4	23,5	19,4	16,4
0,3	77	64,3	47,2	39	29,9	24	19,9	16,8
0,35	79,3	65,8	48,6	40,3	31,1	25,1	20,9	17,8
0,4	80,8	67,1	49,8	41,5	32,2	26	21,8	18,6
0,45	82	68,4	60,9	42,5	33,1	26,9	22,6	19,4
0,5	83,1	69,5	51,9	43,5	34	27,8	23,4	20,1
0,55	84,1	70,4	52,8	44,4	34,8	28,5	24	20,7
0,6	85,3	71,4	54,2	45,5	35,5	29,2	24,7	21,3
0,65	86	72,2	54,5	45,9	36,2	29,8	25,3	21,9
0,7	86,8	73	55,2	46,6	36,9	30,4	25,8	22,4
0,8	88,3	74,5	56,5	47,9	38	31,5	26,8	23,4
0,9	89,4	75,5	57,5	48,8	38,9	32,3	27,6	24,1
1	90,9	76,9	58,8	50	40	33,3	28,6	25
1,1	92	78	59,8	50,9	40,9	34,1	29,3	25,7
1,2	93,1	79	60,7	51,8	41,6	34,8	30	26,3
1,3	94	79,9	61,5	52,5	42,3	35,5	30,6	26,9
1,5	95,7	81,5	62,9	53,9	43,6	36,7	31,7	28
1,7	97,3	82,9	64,3	55,1	44,7	37,7	32,7	28,9
2	99,3	84,8	65,9	56,6	46	36,9	33,8	30
2,5	102,1	87,3	68,1	58,7	47,9	40,6	35,4	31,5
3	104,4	89,4	69,8	60,3	49,3	41,9	36,6	32,5
3,5	106,4	91,1	71,3	61,5	50,3	42,8	37,4	33,3
4	108,1	92,6	72,5	62,5	51,2	43,6	38,1	33,9
5	111	95,1	74,2	64,1	52,4	44,6	38,9	34,6

Приложение 33

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ШЕРОХОВАТОСТИ В ФОРМУЛАХ ПАВЛОВСКОГО И МАННИНГА

Характеристика поверхности	n	$1/n$
Лучшая цементная штукатурка; обструганные доски; деревянные трубы большого диаметра (из клепок) . .	0,011	90

Характеристика поверхности	n	$1/n$
Стальные трубы большого диаметра с продольным сварным швом; весьма хорошая бетонировка; бетонные и железобетонные трубы, собранные из длинных звеньев с выглаженной внутренней поверхностью; неоструганные доски, хорошо пригнанные	0,012	83,3
Сварные трубы с поперечным клепальным швом; новые чугунные трубы; кладка из кирпича, покрытого глазурью	0,013	76,9
Чугунные трубы, бывшие в эксплуатации; бетонные монолитные трубы, выполненные в деревянных формах; бетонировка каналов в средних условиях	0,014	71,4
Кладка из кирпича с хорошо заделанными швами; облицовка из тесаного камня в средних условиях . .	0,015	66,7
Сварные трубы внахлестку в продольном направлении и соединенные четырьмя рядами заклепок в поперечном направлении; клепаные трубы с внутренними накладками; бетонные трубы, собранные из коротких звеньев .	0,016	62,5
Глинистые грунты; каналы в лёссе, плотном гравии, плотной земле, затянутые илистой пленкой (в нормальном состоянии)	0,02	50
Каналы и туннели, чисто высеченные в скале (без заметных выступов); гравелистый песок, большие земляные каналы в средних условиях содержания и ремонта и малые — в хороших; булыжная мостовая (без раствора); реки в весьма благоприятных условиях (чистое, прямое в плане, совершенно незасоренное земляное русло со свободным течением)	0,025	40
Русла постоянных водотоков равнинного типа преимущественно больших и средних рек в благоприятных условиях состояния ложа и течения воды; земляные каналы в плохих условиях (например, местами с водорослями, булыжником или гравием по дну); каналы и туннели, высеченные в скале без сплошного сглаживания	0,030	33,3
Русла постоянных равнинных рек в обычных условиях, извилистые (отмели, промоины, местами камни); правильно, хорошо разработанное галечное русло горных рек в нижнем течении; каналы и туннели, высеченные в скале с грубыми выступами; русла (больших и средних рек), значительно засоренные, извилистые и частично заросшие, каменистые, с неспокойным течением	0,04	25
Поймы больших и средних рек, сравнительно разработанные, покрытые растительностью (трава, кустарники); однородная наброска из камня крупностью от 15 до 25 см	0,05	20

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА C ПО ФОРМУЛЕ (6.13)

$k_э$, мм	Гидравлический радиус R, мм	Уклон i						
		0,000025	0,00005	0,0001	0,0002	0,0004	0,001	0,01
0,3	60	48,3	50,2	52	53,8	55,1	56,6	59,4
	100	56,5	58,5	60,2	61,8	63	64,4	56,4
	200	65,5	67,6	69,4	70,9	72,1	73,2	74,8
	300	71,4	73,5	75,2	76,5	77,6	78,7	79,4
	600	79,3	81,3	83	84,1	85	86	86,8
	1000	91,4	93,1	94,5	95,8	96,5	97,4	98,4
	2000	105	106	107	108	109	110	110
	3000	113	114	115	116	117	118	118
	5000	124	126	127	127	128	128	129
1	50	42,8	43,5	44,3	44,7	45,2	45,5	46
	100	49	49,7	60,3	50,6	50,9	51,2	51,6
	200	55,8	56,3	56,7	57,1	57,4	57,7	58
	300	60	60,7	61,1	61,4	61,6	61,8	62,1
	600	66	66,4	66,8	67	67,3	67,5	67,7
	1000	74,5	75	75,3	75,5	75,7	75,8	76
	2000	84,1	84,5	84,7	84,9	85	85	85,1
	3000	90,1	90,3	90,5	90,8	90,9	91	91,1
	5000	98,4	98,6	98,8	99	99	99,1	99,2
6	60	34,6	34,8	34,9	35	35,1	35,2	35,3
	100	39	39,2	39,4	39,4	39,5	39,5	39,6
	200	44	44,1	44,2	44,3	44,4	44,4	44,5
	300	47,2	47,2	47,3	47,4	47,5	47,5	47,6
	500	51,5	51,6	51,7	51,7	51,7	51,8	51,8
	1000	58	58	58	58	58,1	58,1	58,1
	2000	65	65	65,1	65,1	65,1	65,2	65,2
	3000	69,6	69,6	69,6	69,6	69,7	69,7	69,7
	5000	76	76	76	76	76	76	76
15	50	29,8	29,8	29,9	29,9	29,9	29,9	29,9
	100	33,4	33,4	33,5	33,5	33,6	33,6	33,6
	200	37,6	37,6	37,6	37,7	37,7	37,7	37,7
	300	40,4	40,4	40,4	40,4	40,4	40,4	40,4
	500	44	44	44	44	44	44	44
	1000	49,4	49,4	49,4	49,4	49,4	49,4	49,4
	2000	55,5	55,5	55,5	55,5	55,5	55,5	55,5
	3000	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4
	5000	64,5	64,5	64,5	64,5	64,5	64,5	64,5

Приложение 35

ЗНАЧЕНИЯ МОДУЛЕЙ РАСХОДА K И СКОРОСТИ W ДЛЯ ТРУБ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ, ВЫЧИСЛЕННЫЕ ПО ФОРМУЛЕ МАННИНГА (ПРИ n=0,013)

d, м	W, м/с	K, л/с	d, м	W, м/с	K, л/с
0,3	13 68	967	1	30,53	23 980
0,4	16,57	2 083	1,1	32,53	30 910
0,5	19,23	3 776	1,2	34,47	38 990
0,6	21,77	6 140	1,3	36,36	48 260
0,7	24,07	9 262	1,4	38,2	58 810
0,8	26,31	13 220	1,5	40	70 690

Приложение 36

ЗНАЧЕНИЯ НАИБОЛЬШИХ ДОПУСТИМЫХ НЕРАЗМЫВАЮЩИХ СРЕДНИХ СКОРОСТЕЙ

Род грунта или одежды	Максимальная скорость $v_{макс}$, м/с	Род грунта или одежды	Максимальная скорость $v_{макс}$, м/с
Несвязные грунты:		Скальные породы:	
пыль, ил	0,15—0,2	осадочные	2,5—4,5
песок	0,2—0,6	кристаллические	20—25
гравий	0,6—1,2	Крепления	
Связные грунты:		одиночная мостовая	3—3,5
супесь и суглинок	0,7—1	двойная »	3,5—4,5
глина	1—1,8	бетонная облицовка	5—10

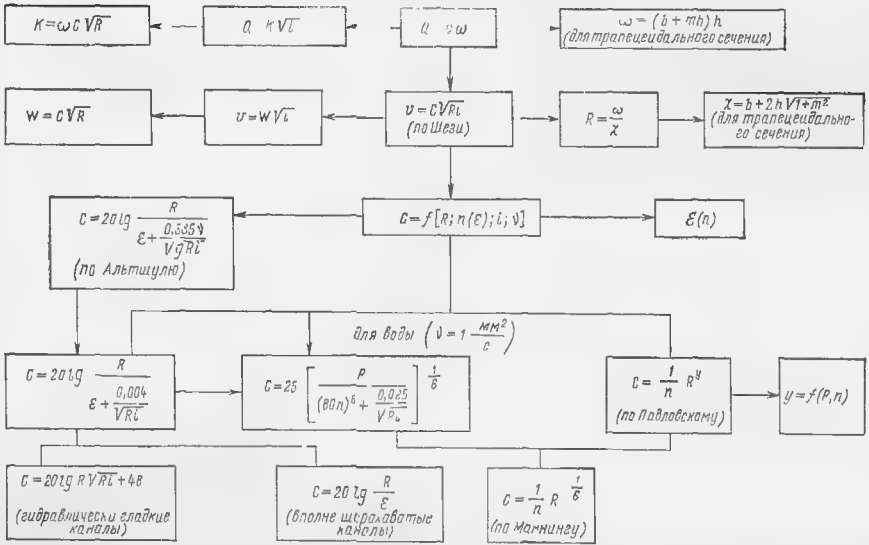
Приложение 37

ЗНАЧЕНИЯ УГЛОВ ОТКОСА И КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТКОСА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ГРУНТОВ

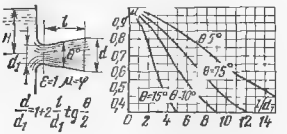
Грунт	a, град	$m = \operatorname{ctg} a$	Грунт	a, град	$m = \operatorname{ctg} a$
Смоченная земля	27	1,96	Каменистая земля	34	1,48
Смоченный суглинок	17	3,27	Крупный гравий	34	1,48
Смоченный песок	24	2,25	Каменистая почва	63	0,51

Приложение 38

СХЕМА К ГИДРАВЛИЧЕСКОМУ РАСЧЕТУ РАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ



КОЭФФИЦИЕНТЫ ИСТЕЧЕНИЯ ИЗ НАСАДКОВ



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Альтшуль А. Д.** Гидравлические сопротивления М., «Недра», 1970

2 **Альтшуль А. Д., Калицун В. И.** Гидравлическое сопротивление трубопроводов. М., Стройиздат, 1964.

3 **Альтшуль А. Д., Киселев П. Г.** Гидравлика и аэродинамика Изд 2 е. М., Стройиздат, 1975.

4 **Дейли и Харлеман.** Механика жидкости. Под ред. О. Ф Васильева. М, «Энергия», 1970.

5. **Идельчик И. Е.** Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М., «Машиностроение», 1975.

6 **Сборник** задач по машиностроительной гидравлике. Под ред И. И Куколевского и Л Г. Подвидза. М., «Машиностроение», 1972.

7. **Справочник** по гидравлическим расчетам Под ред П. Г. Киселева. М., «Энергия», 1972

8. **Федоров Н. Ф., Курганов А. М.** Справочник по гидравлическим расчетам систем водоснабжения и канализации. Л., Стройиздат, 1973.

9. **Чугаев Р. Р.** Гидравлика. М., «Энергия», 1970

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Ареометр 38
Арматура трубопроводная 239
Аэросмесь 207

Б

Бык мостовой 203
Быстрота возрастания шероховатости 240

В

Вакуум 17
Вакуум-насос 24
Вентиляция 22, 197
Вентиль 239
Влияние сопротивлений взаимное 80
Водослив 169
— трапецеидальный 179
Водоспуск 158
Воздух 228
— сжатый 116
Воздуховод 107, 240
Волна гидравлического удара 105
Воронка вихревая 154
Воронкообразование 153, 165
Восстановление напора 167
Вращение жидкости 153
Время опорожнения 152, 158
Всплывание тел 42
Вход в трубу 75
Выпуск в море 37
Высота геометрическая 45
— метацентрическая 19
— потерянная 45
— пьезометрическая 16, 45
— скоростная 45
Выход из трубы 76
Вязкость жидкости 7, 55
—— абсолютная 8
—— динамическая 8, 227
—— кинематическая 228
—— турбулентная 237
—— условная 227

Г

Газ 228
Газгольдер 22
Газожидкостный поток 205
Газопровод 107
Галерея водосборная 186
Гидростатика 16
Гидротранспорт 206
Глицерин 226
Градус Энглера 9
График Альтшуля 147
— Мурина 58, 235

Д

Давление абсолютное 16, 17
— атмосферное 16, 229
— ветра 196
— гидростатическое 16
Давление избыточное 16, 19
— насыщенных паров 81, 229
— суммарное 17, 27
Движение равномерное в трубах 236
—— в открытых руслах 245
Дебит колодца 185
Деготь 226
Диаметр эквивалентный 47, 55, 62, 234
Диаметр эффективный 184
Диафрагма 74, 237
— измерительная 223
Диск 193
Диффузор 76, 197
Длина влияния 80
— эквивалентная 81
Добавки полимерные 64
Дроссель 239
Дымоход 222
Дюкер 40

Ж

Жидкость 5
— аномальная 207
— двухфазная 205
— неньютоновская 207
— неоднородная 205
— несущая 206
— однородная 5

З

Задвижка 239
Закон Архимеда 18
— Бингема 207
— Дарси 184
— Ньютона 7, 218
— одной седьмой 63
— Паскаля 16
Затвор водовыпуска 31
— гидравлический 24
— плоский 29
— секторный 34
— цилиндрический 34
Затопление 170

И

Инкрустация труб 103
Интенсивность воронки 154
Истечение жидкости 147
—— большой вязкости 152, 155
—— затопленное 150, 153, 156
—— из-под щита 153, 164
—— под уровень 150

Истечение жидкости при переменном уровне 152

К

Кавитация 81
Каналы 128
— дренажные 186
— замкнутого сечения 135
— заросшие 134
Капиллярность 10
Керосин 226
Кессон 20
Клапан 42, 239
Коллектор водосточный 139
— канализационный 146
Колено 238
Колодец артезианский 186
— береговой 42
— грунтовой 185
— промывной 33
Конфузор 78
Концентрации твердой фазы 205
Коррозия труб 103
Котел отопительный 27
Коэффициент быстроты увеличения
— шероховатости 240
— внезапного расширения 237
— гидравлического трения 233, 236
— затопления 171
— Кориолиса 45, 63, 136, 236
— местного сопротивления 73, 147
— объемного сжатия 6
— откоса 134, 244
— пористости 183
— расхода водомерного лотка 171
— — водослива 169
— — затопленного отверстии 151
— — отверстии 148
— — системы 151
— сжатия струи 74, 147, 149, 170
— скважности 79
— скорости 147
— смягчения 77
— сопротивления решетки 168
— — тела 192
— — трения 192
— — шара 195
— фильтрации 184
— формы 62, 234
— Шези 55, 128
— шероховатости 128
Кран 239
Кривая депрессии 186
Критерий зоны турбулентности 132
Крупность гидравлическая 194
— относительная 206

Л

Лоток Вентури 172
— водомерный 171
— водосточный 139
— с критической глубиной 171, 176
— треугольный 137, 139

М

Манометр ртутный 19
Масло 226
Масштаб линейный 218
— модели 221
— плотностей 218
— сил 218
Метацентр 18
Моделирование 218
— дымохода 222
— местных сопротивлений 220, 223
— открытых русел 221, 224
— промывки котла 223
— трубопроводов 220
Модуль расхода 99, 133
— скорости 133
— упругости 6, 230
Момент инерции 229
Мощность струи 192

Н

Наносы 133
Наполнение 135
Насадки 245
Насадок конидальный 200
Насос центробежный 24
Натяжение поверхностное 10, 149, 219, 228
Неравномерность распределения скоростей 236
Нефтепровод 54
Нефть 226
Номограмма Борисова 60
— Хованского 60, 131

О

Область гладкого трения 132
— квадратичная 132
— переходная 132
Обтекание пластинки 193, 196
— шара 194
Опыты Шакри 168
Остойчивость 19
Отверстие большое 150
— затопленное 151
— малое 147

Отверстие промывное 165
— прямоугольное 150
Отношение средней скорости к максимальной 236
Отстойник 54
— радиальный 160

П

Перемычки 171
Перепад вихревой 165
Периметр смоченный 44, 131
Песколовка 51, 163, 79
Пластинка 193
Площадь миделевого сечения 193
— характерная 192
Пневмотранспорт 207
Поверхность плоская 18
— цилиндрическая 19
Поворот канала 167, 174
— трубы 32. 78. 238
Подобие геометрическое 218
— гидравлическое 218
— динамическое 218
— кинематическое 218
— шероховатости 220
Подпор воды 224
Понтон 38, 43
Поправка на неквадратичность 103
Потери давления 55
— — местные 73
— напора 46, 55
— — местные 73
Поток взвесенесущий 205
— газожидкостный 205
— двухфазный 205
Правило Рейнольдса 220
— Фруда 221
Принцип наложения потерь 80
Пуаз 8

Р

Радиатор 239
Радиус влияния 186
— гидравлический 44, 230
— поворота 78
Раздача непрерывная 101, 109
Распределение скоростей 55
— — в каналах 136
— — в трубах 62
Раствор красочный 226
— жидкости 44
— фильтрационный 183
Расширение внезапное 74, 167
— постепенное 78, 168
— температурное жидкости 6
Режим ламинарный 208
— структурно-ламинарный 208
— турбулентный 208
Резервуар 36, 41
Решетка 168
— канализационная 175
Ртуть 226
Русло вполне шероховатое 132
— гидравлически гладкое 132
— открытое 245

С

Сетка 79
Сечение гидравлически наивыгоднейшее 134, 142
Сечение живое 44
— миделевое 193
— сжатое 147
Свойства физических жидкостей 5
Сжатие боковое 170
— струи 147
— — несовершенное 149
— — полное 149
— — совершенное 149
Система отопления 20
Сифон 24, 152
Скорость витания 195, 203
— вытекания 147
— истинная 147
— критическая 52, 54, 205, 206
— максимальная 136
— местная 44
— незаиляющая 134
— неразмывающая 134. 244
— относительная 192, 206
— поверхностная 136
— подхода 170
— пороговая динамическая 65
— предельная допустимая 82
— распространения волны 104
— средняя 44, 128
— фильтрации 183
Слой пограничный 193
— средней скорости 63
Снижение потерь напора 64
Соединение труб параллельное 101
Сооружение водозаборное 38
Сопротивления местные 73
— — в открытых руслах 167
Сосуд Мариотта 25
Спирт этиловый 226
Степень сжатия 24, 74
Стокс 8
Стыки сварные 76. 238
Сужение боковое 171
— внезапное 74, 168
— постепенное 78. 168

Т

Тело давления 18
Течение ламинарное 46
— турбулентное 46
Точка средней скорости 136
Трение внутреннее 7
Трубка капиллярная 10

Трубка Пито 47
Трубки охлаждающие 53
Трубопроводы водоснабжения 53
— газоснабжения 105
— длинные 99
— канализационные 37, 48, 53, 144
— короткие 108
— напорные 99
Трубы гидравлические гладкие 60
— вполне шероховатые 58
— некруглые 61
— перфорированные 109
Тяга 21

У

Увеличение шероховатости 103, 104
Угол откоса 134, 244
Удар гидравлический 104
— струи 192
Удельный вес жидкости 5
—— относительный 5
Уклон гидравлический 184
Уменьшение потерь напора 64
Уравнение Бернулли 45, 232
— количества движения 196, 201
— постоянства расхода 45
Уровнемер 20
Условия подобия 219
Устройство запорное 79, 239
— распределительное 172
Участок начальный 64

Ф

Фильтрация 183
— ламинарная 185
— турбулентная 185
Форма сечения 44
Формула Альтшуля 9, 62, 74, 79—80, 131—133
— Базена 170
— Блазиуса 60, 235
— Борда 167
— Вейсбаха 73
— Войтинской 64
— Дарси — Вейсбаха 55, 99, 206, 235
— Жуковского 104, 105
— Избаша 185
— Кармана 193
— Киршмера 169
— Колбрука 58, 235
— Краснова 79
— логарифмическая для λ 58, 59
— распределения скоростей 62
— Марголина 154
— Мише 105
— Никурадзе 58, 59, 235
— обобщенная коэффициента Дарси 235
— Формула обобщенная — коэффициента сопротивления трения 192
—— коэффициента Шези 243, 245
—— местных потерь 240
— Павловского 128, 143, 150
— Перельмана 154
— Прандтля 58, 59, 63, 185, 241, 245
— Пуазейля 62, 235
— Стокса 63, 195
— Убеллоде 9
— У-Вин-Тейна 133
— Федорова 145
— Хазена 184
— Хиндса 168
— Шевелева 61
— Шези 128
— Шифринсона 58, 235
Формулы без коэффициентов шероховатости 133
Форсунка 160

Х

Характеристика скоростная 133
— расходная 99

Ц

Центр водоизмещения 18
— давления 17
— тяжести 229
Цистерна 32

Ч

Число Вебера 149, 219
— кавитации 81
— Маха 219
— Ньютона 218
— Рейнольдса 46, 170, 219
—— критическое 47
—— обобщенное 208
—— отверстия 148
—— фильтрации 185
— Фруда 153, 163

Ш

Шар 193
Шероховатость абсолютная 193
— относительная 57
— приведенная 129—131
— эквивалентная 57, 132

Э

Энергия кинетическая 45
— полная 45
— потенциальная 45
Эпюра скоростей 62, 63, 64

Я

Ядро воронки 153

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр

Предисловие 3

Введение 5

§ 1. Определение жидкости 5
§ 2. Плотность жидкостей. Удельный вес 5
§ 3. Сжимаемость и температурное расширение жидкостей . . . 6
§ 4. Вязкость жидкостей 7
§ 5. Поверхностное натяжение жидкостей 9
§ 6. Примеры 10

Глава 1. Гидростатика 16

§ 7. Гидростатическое давление 16
§ 8. Сила суммарного давления жидкости на плоские поверхности 17
§ 9. Сила суммарного давления жидкости на цилиндрические поверхности 18
§ 10. Закон Архимеда и его приложение 18
§ 11. Примеры 19

Глава 2. Основные законы движения жидкостей 44
§ 12. Основные понятия о движении жидкости 44
§ 13. Уравнение постоянства расхода (уравнение неразрывности течения) 45
§ 14. Уравнение Даниила Бернулли 45
§ 15. Ламинарное и турбулентное течение жидкости. Число Рейнольдса 46
§ 16. Примеры 47

Глава 3. Гидравлические сопротивления и распределение скоростей по сечению потока при равномерном движении жидкости в трубах . 55

§ 17. Потери напора на трение по длине трубопровода 55
§ 18. Распределение скоростей по сечению потока 62
§ 19. Особенности движения жидкости в начальном участке трубы 64
§ 20. Снижение потерь напора на трение полимерными добавками 65
§ 21. Примеры 65

Глава 4. Местные потери напора в трубах 73
§ 22. Основная формула местных потерь напора 73
§ 23. Потери напора при внезапном (резком) изменении сечения трубопровода 74
§ 24. Потери напора при постепенном изменении сечения трубопровода 76
§ 25. Потери напора при повороте трубы 78
§ 26. Потери напора в запорных устройствах трубопроводов . . 79
§ 27. Потери напора в сетках 79
§ 28. Местные потери в трубах при малых числах Рейнольдса . 79
§ 29. Взаимное влияние местных сопротивлений 80
§ 30. Кавитация в местных сопротивлениях 81
§ 31. Примеры 82

Стр

Глава 5. **Гидравлический расчет напорных трубопроводов** . . . 99

§ 32. Основные расчетные зависимости для длинных трубопроводов 99
§ 33. Частные случаи расчета длинных трубопроводов 100
§ 34. Расчет длинных трубопроводов при квадратичном законе сопротивления 101
§ 35. Расчет длинных трубопроводов при неквадратичном законе сопротивления 102
§ 36. Изменение пропускной способности трубопроводов в процессе их эксплуатации 103
§ 37. Гидравлический удар в трубах 104
§ 38. Расчет трубопроводов для газов 105
§ 39. Расчет коротких трубопроводов 108
§ 40. Расчет трубопроводов при непрерывном изменении расхода по пути 109
§ 41. Примеры 109

Глава 6. **Равномерное движение жидкости в открытых руслах (гидравлический расчет каналов)** 128

§ 42. Формула Шези 128
§ 43. Формулы для определения коэффициента Шези 128
§ 44. Основные зависимости для гидравлического расчета каналов 133
§ 45. Форма поперечного сечения канала 134
§ 46. Гидравлические расчеты каналов замкнутого сечения . . . 135
§ 47. Распределение скоростей в каналах 136
§ 48. Примеры 136

Глава 7. **Истечение жидкости из отверстий и насадков** 147

§ 49. Истечение жидкости из малых отверстий в тонкой стенке сосуда в атмосферу 147
§ 50. Истечение из больших отверстий в атмосферу 150
§ 51. Истечение под уровень (затопленное истечение) 150
§ 52. Истечение из насадков и коротких труб (истечение из отверстий в толстой стенке) 151
§ 53. Истечение при переменном уровне (напоре) 152
§ 54. Истечение из-под щита 153
§ 55. Воронкообразование при истечении жидкости 153
§ 56. Примеры 154

Глава 8. **Гидравлический расчет сооружений на каналах** . . . 167

§ 57. Местные сопротивления в открытых руслах 167
§ 58. Решетки 168
§ 59. Водосливы 169
§ 60. Влияние бокового сжатия и затопления водосливов . . . 170
§ 61. Водомерные лотки 171
§ 62. Примеры 172

Глава 9. **Фильтрация** 183

§ 63. Основные определения 183
§ 64. Закон Дарси 184
§ 65. Коэффициент фильтрации 184
§ 66. Ламинарная и турбулентная фильтрация 185
§ 67. Приток грунтовой воды к сооружениям 185
§ 68. Примеры 186

Глава 10. **Взаимодействие потока и твердого тела** 192

§ 69. Давление потока на преграду 192
§ 70. Сопротивление тел в жидкости 192
§ 71. Обтекание шара. Гидравлическая крупность 194
§ 72. Примеры 196

Стр

Глава 11. Движение неоднородных (двухфазных) жидкостей в трубах 205

§ 73. Основные характеристики потоков двухфазных жидкостей . . 205
§ 74. Потери давления при движении двухфазных жидкостей . . 206
§ 75. Гидравлический расчет трубопроводов гидротранспорта . . 206
§ 76. Гидравлический расчет трубопроводов пневмотранспорта . . 207
§ 77. Движение неньютоновских жидкостей в трубах 207
§ 78. Примеры 208

Глава 12. *Гидравлическое моделирование* 218

§ 79. Гидравлическое подобие 218
§ 80. Моделирование течений в напорных трубопроводах 220
§ 81. Моделирование равномерных течений в открытых неразмываемых руслах 221
§ 82. Примеры 222

Приложения 226

Список литературы 247
Предметный указатель 248